ELEMENTI DI FISICA

ELEMENTI

DI

FISICA

PER

Licei, Istituti Tecnici, Scuole Tecniche e Magistrali

DEL PROFESSORE

FELICE MARCO

Volume III

ACUSTICA ED OTTICA

Con 184 figure nel testo

1884

DITTA G. B. PARAVIA E COMP.

DI I. VIGLIARDI

Tipografi-Librai-Editori

TORINO - ROMA - MILANO - FIRENZE

PROPRIETÀ LETTERARIA

Torino, 1884 — Stamperia Reale di G. B. Paravia e Comp.

AVVERTENZA

Questo 3° volume, che contiene l'*Acustica* e l'*Ottica* con 184 incisioni, sarà presto seguìto dal 4° ed ultimo contenente il *Calore* e la *Meteorologia*. Così l'opera viene ad essere divisa in quattro volumetti vendibili separatamente, la quale divisione ottimamente si adatta al nuovo ordinamento degli studi secondarii dell'egregio Ministro Coppino, per cui l'insegnamento della Fisica nel Liceo sarà di nuovo ripartito in due anni (2° e 3°), perchè permette al Professore di assegnare a ciascun anno le materie di due volumi nell'ordine che egli crede migliore, e di ripartire così la spesa in due anni per renderla meno gravosa.

La pubblicazione del 4° volume verrà fatta al più tardi nel febbraio 1885.

Torino, settembre 1884.

FELICE MARCO.

PARTE PRIMA

ACUSTICA

§ **I. Moto vibratorio dei corpi sonori.** — 1. L'*Acustica* (dal greco ἀκούειν udire) ha per oggetto lo studio dei movimenti che generano i suoni, ossia che producono impressione nell'organo dell' udito.

2. *Moto vibratorio.* — Chiamasi moto *vibratorio* od *oscillatorio*, quello di un punto che ritorna periodicamente, cioè in eguali intervalli di tempo, nella stessa posizione rispetto ad altri punti, e colla stessa velocità. Tale è il moto del pendolo quando viene spostato dalla verticale, di una corda tesa, ed in generale delle molecole dei corpi elastici quando vengono spostate dalla loro posizione di riposo, entro il limite della elasticità (Vol. I, § 12).

Il più semplice moto oscillatorio è quello di un punto che percorre una circonferenza con moto uniforme, perchè non solo ripassa in eguali intervalli di tempo nella stessa posizione colla stessa velocità, ma questa rimane costante per tutta la durata del moto.

Il movimento col quale il punto vibrante descrive una volta la sua traiettoria, si dice *oscillazione* o *vibrazione intiera*, e ciascuna delle due parti eguali cui è composta dicesi *semivibrazione* o *vibrazione semplice*. La massima velocità del punto in ciascuna semivibrazione si chiama *intensità* della vibrazione. Infine, la velocità e la direzione del movimento in un dato punto della traiettoria, costituiscono la *fase* della vibrazione.

3. *Causa del suono.* — *Il suono nasce dal moto vibratorio dei corpi elastici.*

4. *Prove sperimentali.* — Una corda tesa alquanto lunga, come quelle del contrabasso, quando viene scossa, sembra gonfiare verso il mezzo, perchè l'occhio, per la *persistenza delle immagini sulla retina* (V. Ottica), la vede contemporaneamente in

tutte le posizioni che essa assume oscillando da una parte e dall'altra della sua posizione di riposo. Se la corda è breve si possono manifestare le sue vibrazioni disponendo sulla medesima cavalieri di carta, i quali si veggono salterellare mentre essa risuona.

Così pure una verga elastica di legno o di metallo, fissa in un punto, e poi alquanto inflessa, fa sentire un suono mentre rapidamente oscilla.

Quando una campana di vetro o di metallo suona, accostando alla medesima una punta metallica, ovvero una sferina d'avorio sospesa ad un filo, si sentono replicati urti fra la sua parete e il corpo vicino.

Lo stesso avviene accostando un corista vibrante ad un corpo solido.

5. *Il moto vibratorio dei corpi sonori nasce da 3 azioni meccaniche*, cioè da un urto, dall'elasticità, e dall'inerzia. Infatti, una corda tesa quando viene allontanata dalla sua posizione d'equilibrio e poscia abbandonata a sè, ritorna per elasticità nella primiera posizione con una certa velocità, in virtù della quale, per inerzia, non s'arresta in quella, ma si sposta dall'altra parte; indi ritorna indietro, e così continua ad andare e venire, finchè il suo moto, che continuamente va comunicandosi ai corpi vicini, cioè all'aria ed ai sostegni, viene in essa a spegnersi. Ora, quanto si è detto per la corda vale per tutte le molecole di un corpo elastico qualunque, le quali sono trattenute dalle forze molecolari di attrazione e repulsione in determinate posizioni di equilibrio, e quando ne vengono spostate, nei limiti in cui l'azione di quelle non è distrutta (limite di elasticità, vol. I, § 12) vi ritornano dopo una serie di oscillazioni, a guisa d'una corda tesa.

6. Tali vibrazioni sono analoghe alle oscillazioni del pendolo, colla differenza che queste sono prodotte dalla componente periodicamente variabile della gravità nella direzione del moto (vol. I, § 64) mentre le vibrazioni dei corpi elastici sono prodotte dalle forze molecolari.

Anzi, si deve osservare che la formola $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ che contiene le leggi delle oscillazioni del pendolo (vol. I, § 65) è fondata sull'ipotesi che queste siano prodotte da una forza la cui intensità è proporzionale allo spostamento dalla posizione di equilibrio, il che pel pendolo si verifica solo per le piccole oscillazioni. Invece, per deformazioni comprese nel limite di elasticità, la risultante delle forze molecolari è in ogni istante assai approssimativamente proporzionale allo spostamento (*ut tensio, sic vis*); quindi per le vibrazioni prodotte dalla elasticità

vale esattamente la legge dell'*isocronismo* delle oscillazioni del pendolo. Perciò le vibrazioni prodotte dalla elasticità si dicono *pendolari*.

7. La *durata delle vibrazioni è inversamente proporzionale al loro numero*, perchè esse essendo isocrone, se in 1 secondo vengono eseguite n vibrazioni, il tempo t o la durata di una di esse è evidentemente $t = {}^1/_n$.

§ 2. Propagazione del suono. Onde sonore. — 1. *Il moto vibratorio si propaga dal corpo sonoro all'orecchio per mezzo dell'aria o di altri corpi interposti.*

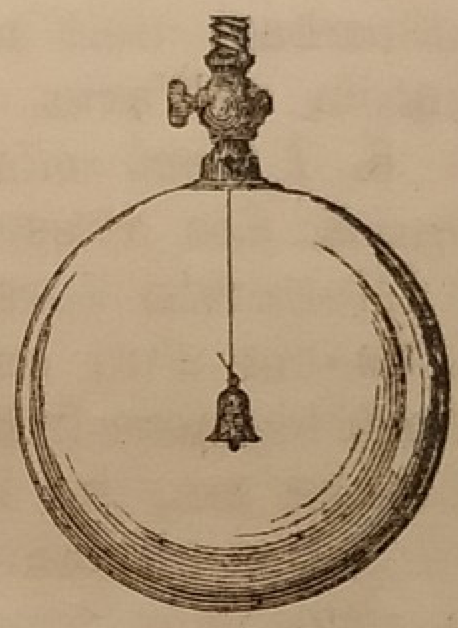


Fig. 1.

2. *Si dimostra sperimentalmente che il veicolo ordinario del suono è l'aria*, mediante l'esperienza del campanello o della soneria nel vuoto. Si estrae l'aria da un pallone di vetro in cui vi è un campanello sospeso (fig. 1) mediante una funicella di cotone non elastica, affinchè non ne trasmetta le vibrazioni alla parete. Allora scuotendo il recipiente non si sente suono; ma lasciando rientrare poco per volta l'aria, esso si fa nuovamente sentire, e sempre più forte a misura che cresce la densità di quella.

3. La stessa esperienza si fa anche con una soneria (fig. 2) che si carica dapprima come un orologio e poi si colloca sopra un cuscinetto (B) di bambagia sovrapposto al piatto della pompa pneumatica. Si copre il tutto con una campana (C) di vetro attraversata superiormente da una verghetta metallica (V), mediante la quale si può mettere in azione la soneria, quando si è fatto il vuoto. Allora si vede il martello battere sulla campanella della soneria senza udire il suono, che diviene nuovamente sensibile quando si lascia rientrare l'aria.

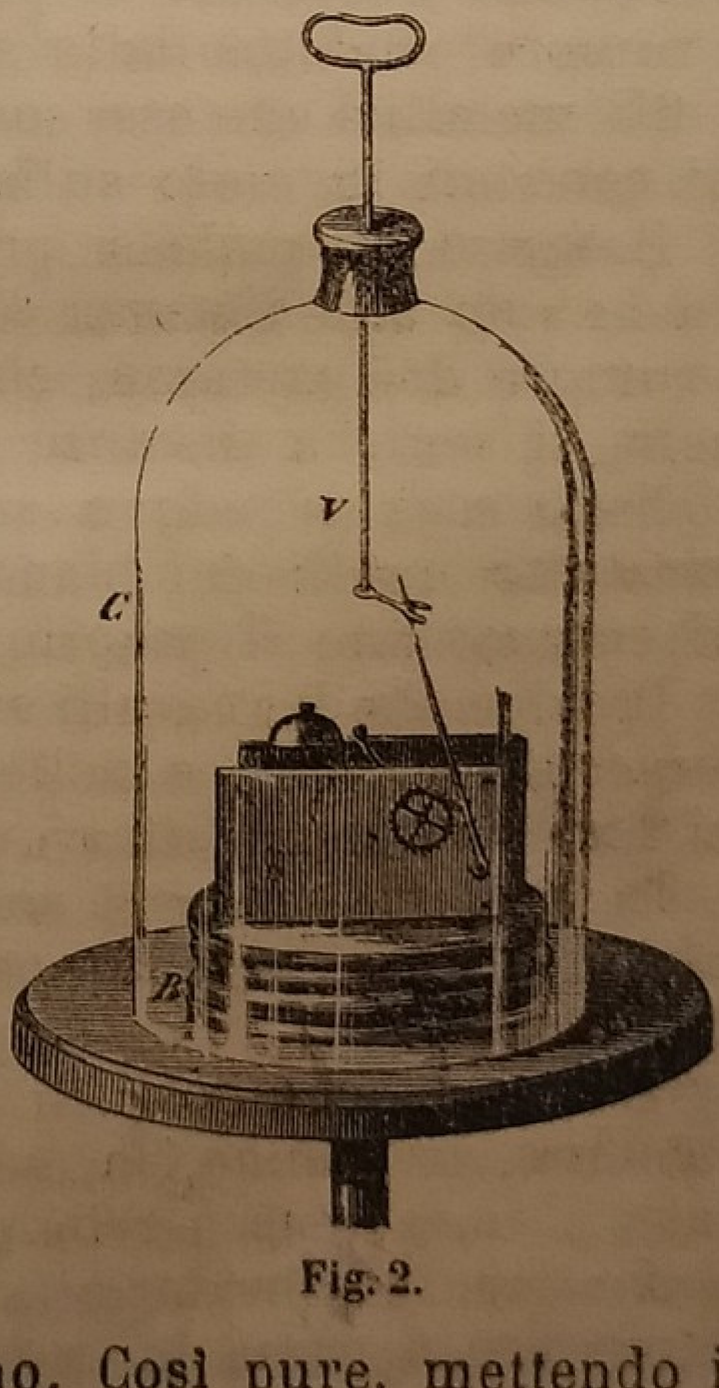


Fig. 2.

4. Se invece di questa si facesse entrare nel recipiente un altro gas, si udirebbe pure il suono. *Dunque il suono si propaga per qualunque gas.*

5. *Il suono si trasmette anche per mezzo dei corpi liquidi.* Infatti, scuotendo un campanello nell' acqua o in altro liquido si ode pure il suono. Così pure, mettendo il

piede di un corista vibrante nell' acqua di un bicchiere, si ode a distanza il suono che non si sentiva nell' aria, perchè le sue vibrazioni si comunicano al liquido, quindi alla parete del recipiente, da questa alla tavola su cui appoggia, ed infine all'aria che viene così scossa da più ampia superficie vibrante.

I pesci nell'acqua odono il suono della campana che li invita al pascolo (nella piscicoltura); l'urtarsi delle pietre sotto l'acqua, viene dentro e fuori della medesima percepito, e i palombari nell' acqua odono distintamente lo sparo di una pistola nell'aria.

6. *I corpi solidi elastici conducono il suono meglio dei gas e dei liquidi.* Ciò attestano le seguenti osservazioni.

Mettendo l'orecchio all'estremità di un lunga trave, si ode il tic-tac d'un oriuolo posato sull'altra estremità, come pure il più leggiero fruscìo prodotto sul legno da una barba di penna, ciò che non ha luogo per mezzo dell' aria.

Sulla buona conduttività dei solidi pel suono è fondato lo *stetoscopio*, mediante il quale i medici esplorano il petto dei malati.

Quando un lungo filo metallico, come quello dei telegrafi, viene limato ad un'estremità, si ode all' altra, collocata nell'orecchio o stretta fra i denti, il fremito della lima. Così pure accostando l'orecchio ai pali telegrafici si sente assai intenso il rumore prodotto dallo scuotimento che il vento comunica ai fili metallici che essi sostengono, come pure quello prodotto dai convogli in moto sulla ferrovia.

Il tuono, il quale si propaga soltanto per mezzo dell'aria, si ode solo alla distanza di una trentina di chilometri; mentre il rumore del cannone, che si propaga anche per mezzo del suolo, si sente a distanze assai maggiori.

Nelle case si odono soventi i suoni a traverso i muri, sovratutto quelli dei pianoforti che poggiano sul pavimento, cui comunicano il proprio moto vibratorio.

Il calpestio dei cavalli si percepisce in lontananza se si pone l'orecchio a terra, e nelle miniere i minatori odono i colpi dei loro compagni attraverso le rocce.

In generale i corpi solidi elastici trasmettono il suono meglio dei gas, perchè posseggono maggior forza di elasticità (vol. I, § 70).

7. I corpi composti di frammenti, come il panno, la lana, il cotone, le penne, la segatura di legno, ecc., trasmettono male il suono, sia perchè privi di elasticità, sia ancora perchè il movimento vibratorio si riflette alla superficie di ciascun frammento e passa in minima parte al successivo.

8. *Propagazione del moto vibratorio.* — Per conoscere come avviene la propagazione del suono nell' aria, consideriamo dapprima il fenomeno in una sola direzione, p. es., in un tubo cilindrico MN (fig. 3). Sia l una lamina vibrante di un corista (§ 14) collocato ad un'estremità M del tubo. Quando essa passa

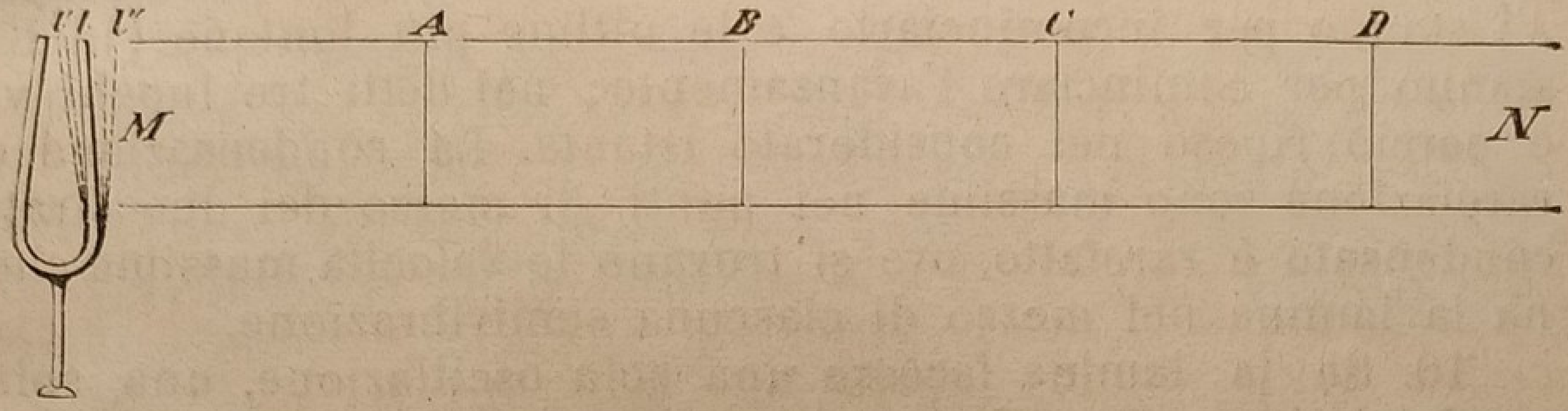


Fig. 3.

da una posizione estrema l' all'altra l'', urta le molecole contigue dell'aria e le sposta nella direzione del suo moto; queste urtano e spostano le successive, e così di seguito fino ad una certa distanza l''A, eguale allo spazio che percorre uno scuotimento nell'aria durante il tempo impiegato dalla lamina a passare da l' in l'', ossia durante una semivibrazione della medesima. Se, p. es., essa fa 870 semivibrazioni per secondo (come il corista normale francese § 14), ogni semivibrazione dura $^1/_{870}$ di secondo, e siccome il suono, come vedremo (§ 26), si propaga con moto uniforme e colla velocità di 340 m. alla temperatura di 15°, in $^1/_{870}$ di secondo esso percorre nell' aria $340^{m} : 870 = 0,^{m}390$ circa; cioè nel tempo di una semivibrazione il movimento dalla laminetta impresso all'aria arriva alla distanza di 390^{mm}. Per la compressibilità dei gas, in questo strato aereo le molecole vengono avvicinate le une alle altre, e nasce perciò una *condensazione*. E siccome la lamina passa da l' in l'' con velocità dapprima crescente e poi decrescente, perciò la condensazione sarà massima nel mezzo dello strato ove sarà giunta la velocità massima di quella nel mezzo della vibrazione, e minima agli estremi, ove le particelle hanno la velocità minima iniziale e finale della lamina.

Quando questa ritorna da l'' in l', la condensazione avvenuta nel primo strato aereo l''A, della lunghezza di 390^{mm}, passa avanti in un secondo strato AB eguale al primo, perchè ogni strato compresso tende ad espandersi nella direzione della minima resistenza, cioè verso quelli non ancora compressi, e così la condensazione si propaga innanzi da uno strato all'altro. Invece nel primo strato l''A nasce una *rarefazione*, perchè ritornando la lamina da l'' in l', l'aria di detto strato le tien dietro e così si espande. Qui pure la rarefazione sarà massima nel

mezzo e minima agli estremi, e si propagherà innanzi negli strati successivi.

9. Quando una vibrazione è compiuta, tutte le particelle dello strato rarefatto ritornano indietro, tutte quelle dello strato condensato progrediscono innanzi; le prime particelle a contatto della lamina hanno compiuto il ritorno, le mediane (in A) stanno per incominciarlo e le ultime più lontane (in B) stanno per cominciare l'avanzamento; nei detti tre luoghi vi è perciò riposo nel considerato istante. La condensazione e rarefazione sono massime nei punti di mezzo dei due strati condensato e rarefatto, ove si trovano le velocità massime che ha la lamina nel mezzo di ciascuna semivibrazione.

10. Se la lamina facesse una sola oscillazione, una sola condensazione e rarefazione si propagherebbe nella colonna aerea; ma se essa continua a vibrare, ciascuna vibrazione genera una nuova condensazione e rarefazione che tiene dietro alla prima, per modochè, se la lamina fa, per es., 435 vibrazioni intiere per secondo, nascono in questo tempo nel tubo 435 condensazioni, alternate con 435 rarefazioni. Così dopo 2 vibrazioni vi saranno 2 condensazioni in AB, CD, alternate con 2 rarefazioni in l''A, BC.

11. Se poi la lamina vibra nell'aria libera, il suo moto si propaga in ogni direzione cioè sfericamente attorno al corpo sonoro. Ciò è attestato dal fatto che un suono si sente tutto all'intorno del corpo vibrante, quantunque possa essere più sentito in una direzione che in un'altra, dipendentemente da diverse circostanze.

Quindi nell'aria libera gli strati condensati e rarefatti sono compresi fra superfici sferiche che hanno per centri i diversi punti del corpo sonoro.

12. Il corpo nel quale avviene la propagazione del moto vibratorio dicesi *mezzo*, e questo si dice *omogeneo* od *isotropo* quando ha dappertutto la stessa costituzione, cioè eguale densità ed elasticità, poichè la velocità di propagazione dipende da questi due fattori.

13. *Onde.* — Si chiama *onda: la parte di un mezzo alla quale si comunica il moto vibratorio di una o più particelle vibranti nel tempo di una vibrazione.*

Ciascuna onda si compone di due *semionde* nelle quali le particelle hanno contemporaneamente i movimenti contrarii del corpo vibrante nel tempo della vibrazione. Nel caso del suono le due semionde sono l'una *condensata* e l'altra *rarefatta*, perchè nella prima le particelle si avvicinano e nella seconda si allontanano fra loro.

14. Le particelle che in un dato istante si spostano nello

stesso senso e con velocità eguale si dice che sono nella *stessa fase di vibrazione;* quelle che hanno diversa la velocità o la direzione del moto, si dicono in *diversa fase*, e quelle che hanno velocità eguali e contrarie si dicono in *opposta fase.* La lunghezza dell'escursione di ciascuna particella si dice *ampiezza della vibrazione.*

15. *La superficie sulla quale si trovano le particelle che sono nella stessa fase di vibrazione*, si dice *superficie d'onda.*

Quindi nell'onda si può considerare un'infinità di superfici d'onda; per es., quella sulla quale si trovano le particelle che si muovono nello stesso senso e colla stessa velocità massima, o minima, o media, ecc.

16. *Lunghezza delle onde.* — Dalla definizione dell'onda consegue che *la sua lunghezza è eguale allo spazio che il moto vibratorio percorre nel mezzo, nel tempo di una vibrazione.* Cioè rappresentando con v la velocità della propagazione
» t la durata di una vibrazione
» l la lunghezza delle onde

si ha:
$$l = vt\ ,$$

perchè vt è lo spazio che percorre nel tempo t il moto che si propaga colla velocità uniforme v, per la formola $s = vt$ del moto uniforme (vol. I, § 17) nella quale $s = l$.

17. Se in questa formola si esprime t per mezzo del numero delle vibrazioni, cioè si pone $t = {}^1/_n$ (§ 1, n° 7) si ottiene

$$l = \frac{v}{n}\ .$$

Dunque la *lunghezza delle onde* è anche *data dal quoziente della velocità di propagazione al numero delle vibrazioni.*

18. Il che si può anche stabilire direttamente osservando che, siccome ogni vibrazione genera un'onda, se il corpo vibrante fa 1 vibrazione per secondo, e se il moto vibratorio in un dato mezzo, p. es., nell'aria, percorre 340 m. per secondo, l'onda avrà la lunghezza 340 m. Se il corpo vibrante fa 2 vibrazioni per secondo, genera due onde in questo tempo, le quali hanno la lunghezza $340 : 2 = 170$. Se il corpo vibrante fa 3 vibrazioni per secondo genera 3 onde le quali avranno la lung. $340 : 3 = 113{,}33$ ecc. Infine se il corpo vibrante fa n vibrazioni per secondo, genera n onde le quali avranno la lunghezza $340 : n$. E se la velocità della propagazione è v, la lunghezza l delle onde è espressa dalla formola generale $l = v : n$.

Così nel caso considerato della lamina l che fa 870 vibrazioni semplici per secondo, ossia una vibrazione semplice in

$^1/_{870}$ di secondo, la lunghezza delle semionde è eguale a $0^m,390$, che è lo spazio percorso dal suono in $^1/_{870}$ di secondo, e quindi la lunghezza delle onde intiere è $0^m,390 \times 2 = 0^m,780$.

19. La quale formola che vale per ogni moto ondulatorio, mostra che *la lunghezza dell'onda è in ragione diretta della velocità della propagazione del moto ondulatorio nei diversi mezzi ed in ragione inversa del numero delle vibrazioni* compiute dal corpo vibrante in un dato tempo.

Perciò la lunghezza delle onde è minore pei suoni acuti, i quali, come vedremo, sono generati da un numero maggiore di vibrazioni per secondo, e maggiore pei suoni gravi i quali nascono da un minor numero di vibrazioni per secondo.

20. Il fenomeno delle onde sonore nell'aria è analogo a quello che avviene sulla superficie dell'acqua quando le sue molecole vengono spostate in un punto da un corpo cadente.

Se si esercita una pressione sulla superficie del liquido contenuto in un tubo comunicante con altri, esso si solleva in questi. Ora siccome la massa d'acqua, per es., di un lago, colpita da un corpo cadente, comunica liberamente con quella circostante, deve questa sollevarsi intorno al punto in cui venne depressa e così nasce il sollevamento circolare attorno al punto in cui è avvenuta prima la depressione. Ma per la gravità, le velocità delle molecole sollevantisi decrescono continuamente finchè divengono nulle; indi esse ricadono e giungono sulla superficie di livello con una velocità massima, per la quale si abbassano. E siccome la massa liquida discendente esercita una pressione che si propaga parimente all'intorno, perciò fa nascere un nuovo sollevamento circolare attorno alla depressione.

Dunque mentre dapprima attorno al punto colpito nasce un sollevamento circolare, a questo succede una depressione, la quale genera un nuovo sollevamento attorno di essa, e così nascono le onde alla superficie di un liquido.

Pertanto il moto ondulatorio alla superficie dei liquidi risulta dalla pressione idrostatica e dalla gravità.

21. Mentre poi su un liquido le onde sono circolari, nell'aria egualmente estesa in ogni senso attorno al centro di scuotimento, le onde sono sferiche.

In generale, quando non vi è che un centro di scuotimento, la superficie d'onda in un mezzo omogeneo è sferica. Quando ve ne sono parecchi appartenenti alla superficie di uno stesso corpo, ciascuno di essi è il centro di un'onda sferica, e la superficie dell'onda è l'inviluppante di tutte le onde sferiche che provengono dagli scuotimenti dei diversi punti vibranti. Tale superficie è sensibilmente sferica a una distanza dal corpo vibrante assai grande rispetto alle dimensioni di questo.

22. Inoltre, nel caso delle onde sui liquidi, le molecole si sollevano e si abbassano alternativamente, cioè oscillano perpendicolarmente alla direzione in cui le onde si propagano e perciò queste si dicono *trasversali*, mentre in quelle sonore dell'aria, le molecole si avvicinano e si allontanano alternativamente, cioè oscillano nella direzione stessa della propagazione, e perciò tali onde si dicono *longitudinali*.

23. Di più nelle onde superficiali dei liquidi, questi non provano cangiamento sensibile di densità, mentre le variazioni di densità, dovute alle vibrazioni longitudinali, costituiscono il fatto caratteristico delle onde sonore.

24. In ambi i casi, cioè tanto per le onde dei liquidi, quanto nelle onde sonore, è il moto oscillatorio che si trasporta nella direzione della propagazione, ma non il mezzo. Infatti quando sulla superficie dell'acqua passano le onde, i corpi galleggianti si sollevano e si abbassano, ma non sono trasportati orizzontalmente. Lo stesso avviene nella propagazione del suono.

25. Infine tra la propagazione del suono in un tubo e quella in un mezzo indefinito passa una differenza essenziale. Nel primo caso, ogni strato comunicando il suo movimento ad un altro di eguali dimensioni e quindi di egual numero di molecole, rimane costante l'ampiezza delle vibrazioni di quelle, fatta astrazione dalla piccola perdita dovuta all'attrito contro le pareti del tubo; invece quando il suono si propaga in un mezzo indefinito, come nell'aria libera, il movimento oscillatorio passa successivamente in strati sferici di maggior volume e massa, e perciò le vibrazioni di ogni molecola vanno diminuendo di ampiezza. D'onde deriva che nel primo caso il suono perde pochissimo di intensità col crescere della distanza, mentre, come vedremo, nel secondo caso l'intensità decresce coi quadrati delle distanze dal corpo sonoro.

26. *Leggi della propagazione del suono.* — Pertanto la propagazione del suono avviene mediante onde longitudinali progressive secondo le seguenti leggi:

1° *Il suono si propaga dal corpo sonoro in tutte le direzioni.* Il che è provato dal fatto, già notato (n° 11), che il suono si sente tutto all'intorno del corpo sonoro.

Ogni linea lungo la quale avviene la propagazione del suono dicesi *raggio sonoro*.

2° *In un mezzo omogeneo i raggi sonori sono linee rette.* — Infatti se tra un corpo sonoro e l'orecchio si interpone uno schermaglio, cioè una parete che impedisca la propagazione delle onde sonore, il suono sparisce o almeno diminuisce

notevolmente di intensità, poichè anche lo schermaglio può propagarlo parzialmente.

27. *Ombra sonora.* — Dalla propagazione rettilinea del suono consegue che, come dietro un corpo opaco intercettante la luce vi è l'ombra o la mancanza di luce, così dietro un corpo opaco pel suono vi è la mancanza del suono o l'*ombra sonora*. Il che si può facilmente verificare sospendendo, per es., un orologio al di là di un diaframma o di un muro, e poi collocando successivamente l'orecchio in modo che i raggi sonori siano o no intercettati dalla parete; nel secondo caso si sente il tic-tac, e non nel primo caso. Così pure interponendo un foglio di carta tra l'orecchio e un corista vibrante vicino, il suono manca quasi completamente.

In vicinanza dei ponti si trovano delle posizioni in cui il rumore prodotto dall'acqua è assai diminuito dall'ombra sonora.

Avviene sovente a chi porta un corpo voluminoso sulle spalle di non sentire il rumore delle vetture che gli vengono dietro, perchè è intercettato dal corpo interposto tra il suo orecchio e la sorgente sonora.

28. Però l'ombra sonora è più debole dell'ombra luminosa, perchè il moto sonoro essendo più lento e propagandosi più lentamente del moto luminoso, la propagazione laterale del moto ondulatorio sonoro può avvenire più facilmente che quella del moto luminoso, siccome insegna la teoria delle onde.

29. Inoltre nei casi ordinarii non è molto sensibile il cangiamento di intensità del suono agli angoli delle vie, dietro le porte, ecc., perchè il suono vi arriva per le riflessioni del medesimo sulle superfici laterali. Perciò, fra le case di una strada, sovente il suono che proviene dai luoghi elevati, come quelli delle campane, sembra venire dalla parte opposta a quella del centro sonoro, perchè portato dalle onde riflesse dai muri di fronte, mentre il suono diretto è intercettato dalle case interposte tra l'orecchio e il corpo sonoro.

§ 3. Nozioni più generali sul movimento ondulatorio (*). — 1. *Moto ondulatorio in una serie lineare di particelle.* Se più particelle o punti di una serie lineare sono così congiunti che il moto vibratorio di uno di essi si propaghi successivamente agli altri, risulta un moto ondulatorio nella serie.

2. Questo fenomeno si può osservare nel modo più semplice mediante una fune o un tubo di gomma elastica lungo alcuni metri. Se il tubo è fisso ai due estremi, dando al medesimo un colpo secco ad uno di questi, per la propagazione suc-

(*) Questo paragrafo può essere ommesso siccome non assolutamente necessario per l'acustica, ma è utile specialmente per l'ottica.

cessiva dello spostamento alle sue diverse sezioni, nasce in esso una sinuosità, la quale si vede viaggiare nel tubo fino all'altro estremo, ove giunta, ritorna indietro cangiando senso, cioè voltandosi dalla parte opposta alla precedente.

Se poi il tubo è fisso ad una sola estremità, spostando l'altra colla mano alternativamente da una parte e dall'altra, in modo da farle eseguire un' oscillazione pendolare, nascono nel medesimo due spostamenti successivi in senso contrario, i quali costituiscono un' onda.

3. Se indichiamo con v la velocità di propagazione di questo moto, con T la tensione del tubo, e con m la massa dell'unità di lunghezza di questo, la meccanica razionale dimostra che fra le tre quantità esiste la relazione:

$$v = \sqrt{\frac{T}{m}}.$$

La quale formola esprime che la velocità di propagazione dello spostamento dato ad un'estremità di una fune o di un tubo è *in ragione diretta della radice quadrata della sua tensione ed in ragione inversa della radice quadrata della sua massa.*

4. Qualora poi il moto ondulatorio si propagasse in un corpo per effetto della sola sua elasticità, senza che fosse necessario tenderlo, come avviene nelle verghe solide, la velocità v di propagazione sarebbe:

$$v = \sqrt{c\frac{e}{d}},$$

dove e è il modulo di elasticità del corpo (*), d è la sua densità e c un coefficiente minore dell'unità e che dipende dalla sua sezione.

5. *La forma delle onde trasversali prodotte dalle vibrazioni successive di una serie lineare di particelle, si può determinare graficamente* osservando che le vibrazioni prodotte dalla elasticità entro il limite in cui essa agisce, avvengono secondo le leggi delle oscillazioni del pendolo, perchè la risultante delle forze che fanno ritornare le particelle nella posizione primiera è sensibilmente proporzionale allo spostamento.

In queste vibrazioni pendolari prodotte dalla elasticità si

(*) Si chiama *modulo di elasticità* di un corpo il peso necessario a produrre in una verga del medesimo, avente 1^{mm} quadrato di sezione un allungamento eguale alla lunghezza stessa della verga. Esso non si può determinare direttamente coll'esperienza, perchè nessuna verga si lascia allungare di tale quantità senza rompersi; ma si deduce facilmente dall'esperienza, mediante una formola, (Vol. I, § 70).

usa contare il tempo della oscillazione dalla posizione d'equilibrio, e la distanza della particella da tale posizione nei diversi istanti della durata della vibrazione si dice *elongazione*. La massima elongazione è evidentemente eguale alla metà dell'ampiezza della vibrazione. Così se la retta verticale compresa fra i numeri 3 e 9 (fig. 4) rappresenta la direzione e l'ampiezza dell'oscillazione di una particella vibrante, la posi-

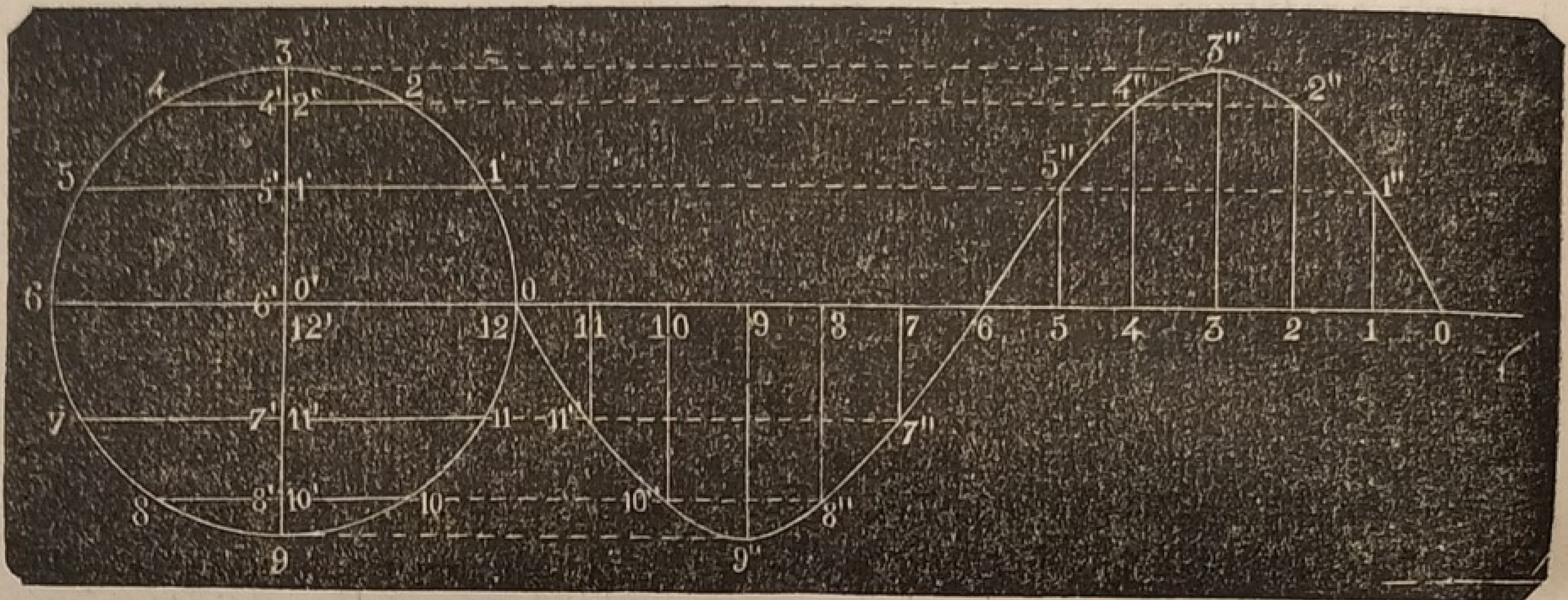


Fig. 4.

zione dell'equilibrio sarà nel suo punto di mezzo (attorno al quale si trovano i numeri 0′, 6′, 12′) e la massima elongazione è eguale alla metà di quella retta.

Ora, *se un punto descrive una circonferenza con moto uniforme la sua proiezione sul diametro eseguisce appunto un' oscillazione pendolare.* Infatti, dalle formole matematiche che esprimono l'elongazione e la velocità della particella vibrante nei diversi istanti della durata di una vibrazione pendolare risulta, che se si descrive un cerchio il cui diametro verticale (compreso fra i numeri 3 e 9), sia eguale all'ampiezza della vibrazione, e principiando dall' estremità 0 del diametro orizzontale (compreso fra i numeri 0 e 6), si divide la circonferenza in un certo numero di parti eguali, p. es. in 12, quindi si proiettano i 12 archi eguali sul diametro verticale, abbassando dai punti di divisione:

1, 2, 3, 4 12

le perpendicolari orizzontali

1-1′, 2-2′, 4-4′, ... 12-12′,

queste rappresentano la velocità della particella vibrante alla fine di ciascun dodicesimo della durata della vibrazione, mentre l'elongazione alla fine di ciascuno dei detti tempi, è rappresentata dal segmento del diametro (3-9) compreso fra il piede della rispettiva perpendicolare e il centro del cerchio.

Così le perpendicolari orizzontali sono nulle nei punti (3 e 9)

in cui sono pure nulle le velocità, e sono massime nei punti (6′ e 12′) in cui sono massime le velocità; mentre i segmenti del diametro verticale sono nulli nei punti (6′ e 12′) in cui sono nulle le elongazioni, e massimi nei punti (3 e 9) in cui le elongazioni sono massime.

Quindi

i numeri: 0′, 1′, 2′, 3, 4′, 5′, 6′,

che si trovano sulla metà superiore del diametro verticale del cerchio indicano le posizioni del punto oscillante alla fine dei

tempi $^0/_{12}$, $^1/_{12}$, $^2/_{12}$, $^3/_{12}$, $^4/_{12}$, $^5/_{12}$, $^6/_{12}$,

della durata dell'oscillazione partendo dalla posizione di riposo.

E i numeri 7′, 8′, 9, 10′, 11′, 12′,

che si trovano al di sotto, indicano le posizioni del punto oscillante alla fine dei

tempi $^7/_{12}$, $^8/_{12}$, $^9/_{12}$, $^{10}/_{12}$, $^{11}/_{12}$, $^{12}/_{12}$;

mentre i diversi segmenti compresi fra i detti numeri saranno gli spazii percorsi dal punto oscillante in tempi eguali. Attorno al centro del cerchio stanno i numeri 0′, 6′, 12, perchè ivi cadono le proiezioni dei punti 0, 6, 12.

Ora se questi spostamenti si propagano in una serie lineare di particelle di un mezzo qualunque, per es. in una fune, per avere la forma dell'onda che nasce nelle medesime, basta prendere nella detta serie una lunghezza 12-0 (a destra del cerchio) eguale allo spazio che percorre il movimento nel tempo di una vibrazione del punto oscillante, e dividere tale lunghezza in 12 parti eguali, e poi pei punti di divisione tirare le linee 1-1″, 2-2″, 3-3″, ecc. perpendicolari a quella, e le cui lunghezze sieno eguali agli spostamenti del punto oscillante nelle 12 parti del tempo della sua oscillazione. Facendo quindi passare una linea pei detti punti estremi, la curva risultante rappresenta la forma dell'onda.

La figura mostra che lo spostamento 1′ è in 1″, 2′ in 2″, 3 in 3″, 4′ in 4″ ecc.

Quindi si vede come la formazione delle onde provenga da ciò che *le particelle successivamente più lontane incominciano e finiscono il loro movimento successivamente più tardi.*

6. *Moto ondulatorio in un mezzo esteso in ogni senso. — Quando una particella di un mezzo esteso in ogni senso viene posta in vibrazione, risulta un moto ondulatorio attorno alla medesima in tutte le direzioni.*

Infatti, tutte le particelle di un mezzo sono trattenute dall'attrazione e repulsione in determinate distanze e posizioni nelle quali quelle due forze si fanno equilibrio. Se la distanza

delle particelle viene diminuita, la repulsione diviene maggiore dell'attrazione, e le costringe a ritornare nella posizione primiera; inversamente se la distanza cresce è l'attrazione che diviene maggiore della repulsione e costringe le particelle a ritornare nella posizione di equilibrio.

Ora una particella non può vibrare senza che aumenti e diminuisca la sua distanza dalle vicine, e quindi senza che varii la sua attrazione e repulsione verso di queste, le quali perciò vengono pure successivamente spostate dalle loro posizioni d'equilibrio e poste in vibrazione. E siccome il movimento impiega del tempo a comunicarsi da una particella all'altra, le più lontane incominciano la loro vibrazione più tardi delle più vicine, e perciò gli spostamenti in un dato istante risultano diversi per le diverse particelle, e così esse, nel caso delle vibrazioni trasversali, come quelle di un corpo scosso trasversalmente alla sua lunghezza, e come quelle dell'etere, dalle quali, come vedremo nell'ottica, nascono i fenomeni della luce, vengono a disporsi su linee sinuose, e costituiscono le onde.

7. La direzione del movimento delle singole particelle del mezzo in cui si propaga il moto dipende da quello della particella oscillante e dalle forze che agiscono fra le medesime.

Se la particella oscillante si muove nella direzione di una serie lineare di particelle e la risultante delle forze che agiscono fra queste, allorchè sono spostate dalla posizione d'equilibrio, ha pure quella direzione, risultano onde longitudinali nelle quali avvengono solo alternati avvicinamenti ed allontanamenti delle particelle nella direzione della propagazione. Tale è il caso delle onde sonore.

Se la particella oscilla perpendicolarmente ad una serie lineare di particelle, e la risultante delle forze che agiscono fra queste, allorchè sono spostate dall'equilibrio, è pure perpendicolare a quella direzione, nascono onde trasversali. Tali sono quelle più semplici dell'etere dalle quali risultano i fenomeni della luce e del calore.

Infine può avvenire che il moto ondulatorio longitudinale e trasversale si combinino fra loro in modo che le singole particelle oscillino secondo linee curve.

8. In *un mezzo esteso in ogni senso ed isotropo il moto vibratorio di una particella si comunica all'intorno alle particelle che si trovano su superfici sferiche concentriche*. Infatti, se il mezzo è isotropo, la velocità di propagazione è la stessa in tutte le direzioni. Nel tempo di una vibrazione, il moto ondulatorio si comunica tutto all'intorno alle particelle che distano di una lunghezza d'onda dal punto di partenza; tutte queste

particelle principiano e finiscono le loro vibrazioni assieme. Così pure dopo due tempi di vibrazione entrano contemporaneamente in vibrazione tutte le particelle che distano di due lunghezze d'onda dal punto di partenza, ecc.

In generale le particelle che si trovano sulla stessa superficie sferica, principiano e finiscono le loro vibrazioni contemporaneamente.

9. *Tutte le particelle che si trovano sulle superfici sferiche che distano dal punto di partenza di un numero pari di semilunghezze d'onda si trovano nella stessa fase di vibrazione; e tutte le particelle che si trovano sulle superfici sferiche le quali distano di un numero dispari di semilunghezze d'onda si trovano in opposta fase.* Perchè le particelle che distano dal punto di partenza di un numero pari 2, 4, 6, ecc. di semilunghezza d'onda, ossia di un numero intiero 1, 2, 3... di lunghezza d'onda, hanno contemporaneamente velocità eguali e nello stesso senso; e quelle che distano di un numero dispari 1, 3, 5 di semilunghezze d'onda posseggono contemporaneamente velocità eguali e contrarie.

10. *Le direzioni della propagazione, cioè i raggi, in un mezzo isotropo, sono linee rette, che si estendono in tutti i sensi attorno alla particella vibrante.* Perchè la direzione della propagazione è la direzione secondo la quale il movimento di un elemento di una superfice sferica si comunica a quello più vicino di un'altra superfice sferica concentrica infinitamente vicina. Ora questa direzione è perpendicolare alle due superfici sferiche e quindi anche alle altre, fino al punto di partenza. Infatti, quando l'onda partita da un punto O (fig. 5) arriva sulla superficie sferica A B C D i diversi punti, A, B, C, ecc. di questa diventano bensì centri di scuotimento dai quali partono onde elementari $aA'a'$, $bB'b'$, $cC'c'$, ecc., ma codeste onde si compongono un' unica onda risultante $RA'B'C'R'$, la cui superfice avviluppa tangenzialmente le dette onde componenti e la quale è costituita dal moto vibratorio che si propaga nelle direzioni dei raggi, perchè quello che, per es., partendo da A si propaga nella direzione Aa laterale al raggio OAA' è distrutto dall'altro che in a arriva contemporaneamente in opposta fase da un punto A_1 distante da a mezza lunghezza d'onda più che il punto A, e che parti dalla superficie vibrante A B C in un istante precedente.

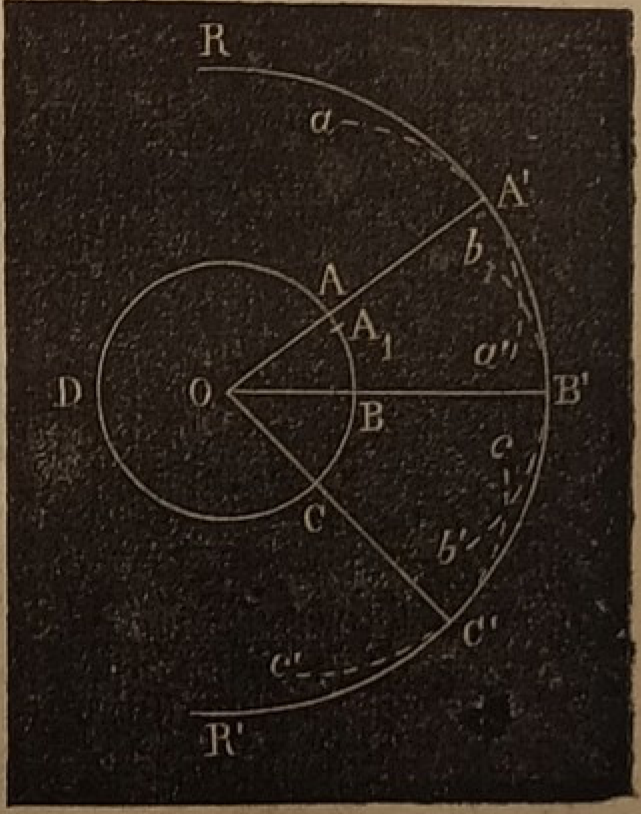


Fig 5.

11. *Quando si considera un elemento di un'onda sferica, ovvero un'onda sferica di assai grande raggio, la sezione si confonde con una linea retta, e il raggio è una retta normale a quella.*

12. *L'intensità del moto vibratorio decresce coi quadrati delle distanze dal centro di vibrazione.*

Dimostrazione. — Le superfici sferiche stanno fra loro come i quadrati dei raggi. Ora l'intensità, cioè la forza viva del moto vibratorio, quando giunge sulle superfici sferiche i cui raggi sono 1, 2, 3 ecc. dovendo comunicarsi a numeri di particelle 1, 4, 9, volte maggiori, ciascuna particella ne riceve una porzione 1, 4, 9, ecc. volte minore.

§ 4. Altezza dei suoni e unisono. — 1. Nel suono si distinguono tre qualità: 1° l'*altezza;* 2° l'*intensità;* 3° il *metallo* o *tempera.* In questo paragrafo si tratta solo della prima, cioè dell'altezza.

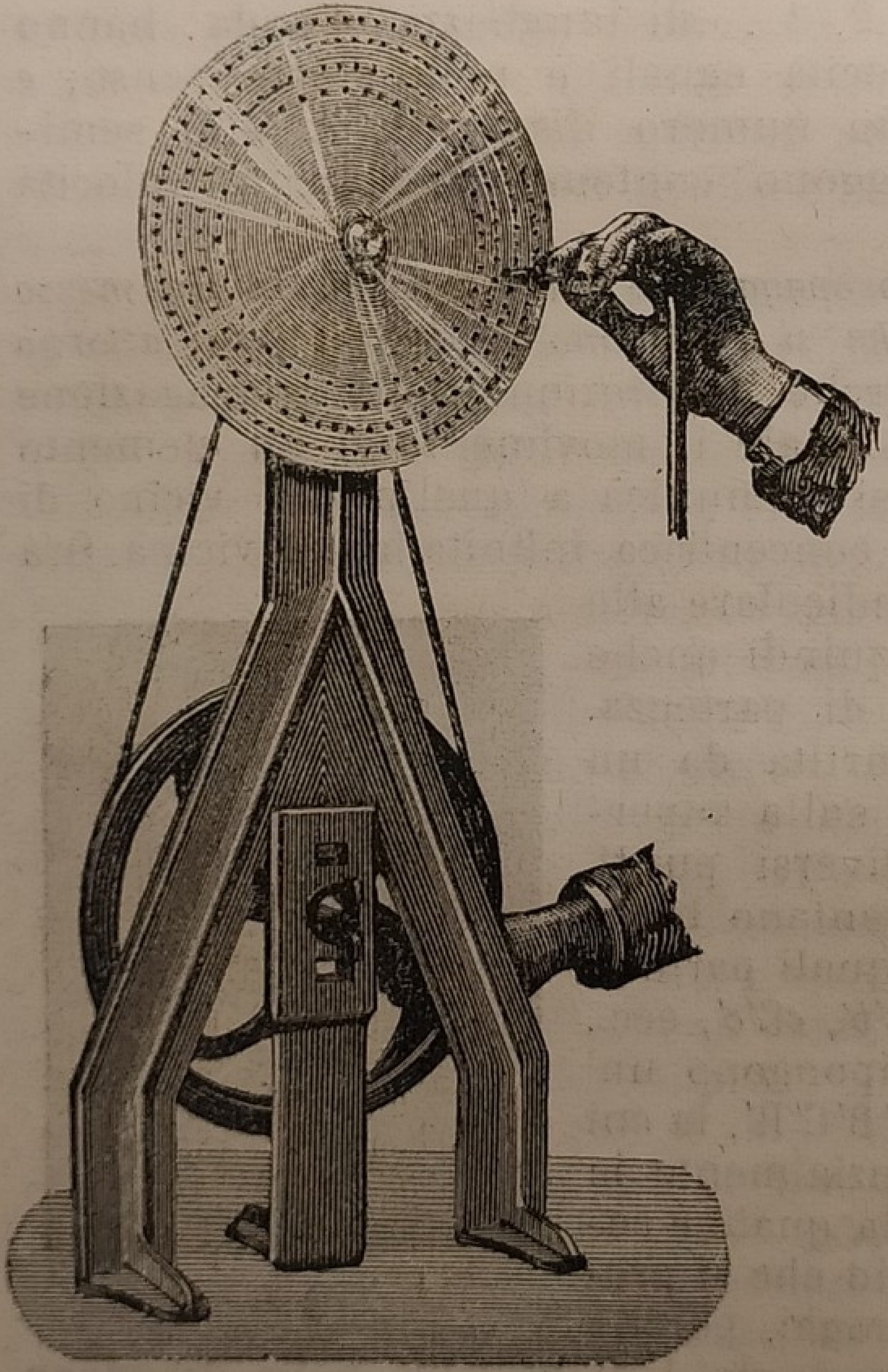


Fig. 6.

2. L'*altezza* è la qualità per cui i suoni fanno diversa impressione sull'orecchio secondo il diverso numero di vibrazioni eseguite dal corpo sonoro in un dato tempo. I suoni *acuti* nascono da un numero maggiore, ed i suoni *gravi* da un numero minore di vibrazioni, eseguite nello stesso tempo.

3. Si può dapprima dimostrare questa proposizione mediante la *sirena semplice* (fig. 6), che è un disco circolare di metallo o di cartone, fornito di una o più serie di fori disposti in circonferenze concentriche. Lo si fissa ad un asse di rotazione e si fa girare; indi con un mantice e un tubo di gomma elastica terminato da un tubetto conico di vetro o di metallo, si soffia aria contro la serie dei fori del disco girante, e così risulta un suono, perchè quando

l'aria che esce dal tubo incontra un foro, passa al di là del disco e va ad urtare la massa aerea posteriore; quando invece l'aria soffiata incontra un intervallo tra due fori, non può urtare l'aria al di là del disco, la quale per elasticità ritorna indietro, e così vibra. Ora il suono diviene tanto più acuto quanto maggiore è la velocità di rotazione del disco, perchè con questa cresce il numero delle vibrazioni eseguite dall'aria in un dato tempo. E se il disco è munito di più circonferenze di fori, facendolo girare con velocità costante, si ottengono suoni più acuti dalle più esterne ove quelli sono più numerosi, perchè maggiore è allora il numero delle vibrazioni dell' aria.

4. Lo stesso fatto si può dimostrare più intensamente mediante la *sirena composta* di Cagniard-Latour (1825) (fig. 7). Essa è costituita: 1° da un *disco metallico* orizzontale (G) girevole attorno ad un asse verticale (A) di acciaio, e munito di fori disposti in circonferenza, che traversano il disco obliquamente alle sue due basi; 2° da una *cassa* o *tamburo cilindrico* (T) di metallo, sottostante al disco mobile, munito inferiormente di un piede cavo (P) pel quale può essere applicato su un mantice (come quello rappresentato dalla fig. 9) e ricevere così una corrente d' aria, mentre superiormente è chiuso da un disco metallico fisso (F) traversato pure da tanti fori quanti sono quelli del disco girevole superiore e sottostanti a questi; però i fori dei due dischi, mobile e fisso, hanno obliquità contraria, permodochè quando si corrispondono, risulta un canale angolare (*c*); 3° infine la sirena è munita superiormente di un *contatore* del numero dei giri fatti dal disco mobile.

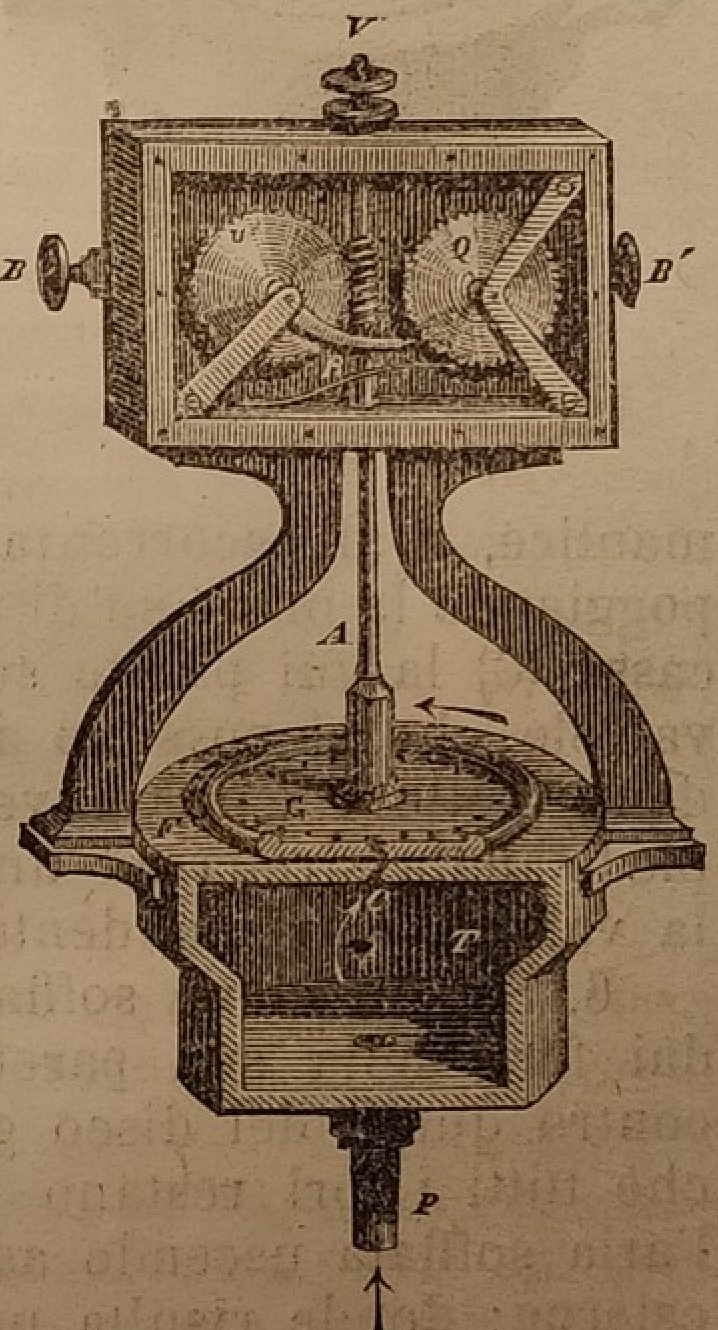


Fig. 7.

Perciò l'asse del disco girevole è fatto superiormente a vite le cui spire ingranano nei denti di una ruota dentata (*v*) con 50 o 100 denti. Questa ruota che gira così di un dente ad ogni giro del disco, porta un braccio (R) il quale a ciascun giro di essa fa avanzare di un dente una seconda ruota (Q). Gli assi delle due ruote portano (sulla faccia opposta a quella

rappresentata dalla figura 7) un indice mobile su un piccolo quadrante (fig. 8), diviso in 50 o 100 parti eguali, secondo il numero dei denti di quelle. L'indice portato dalla asse della 1ª ruota indica il numero dei giri del disco fino a 50 o 100, secondochè essa ha 50 o 100 denti, e l'indice fisso all'asse della 2ª ruota indica il numero dei giri della 1ª e quindi le cinquantine o centinaia dei giri del disco.

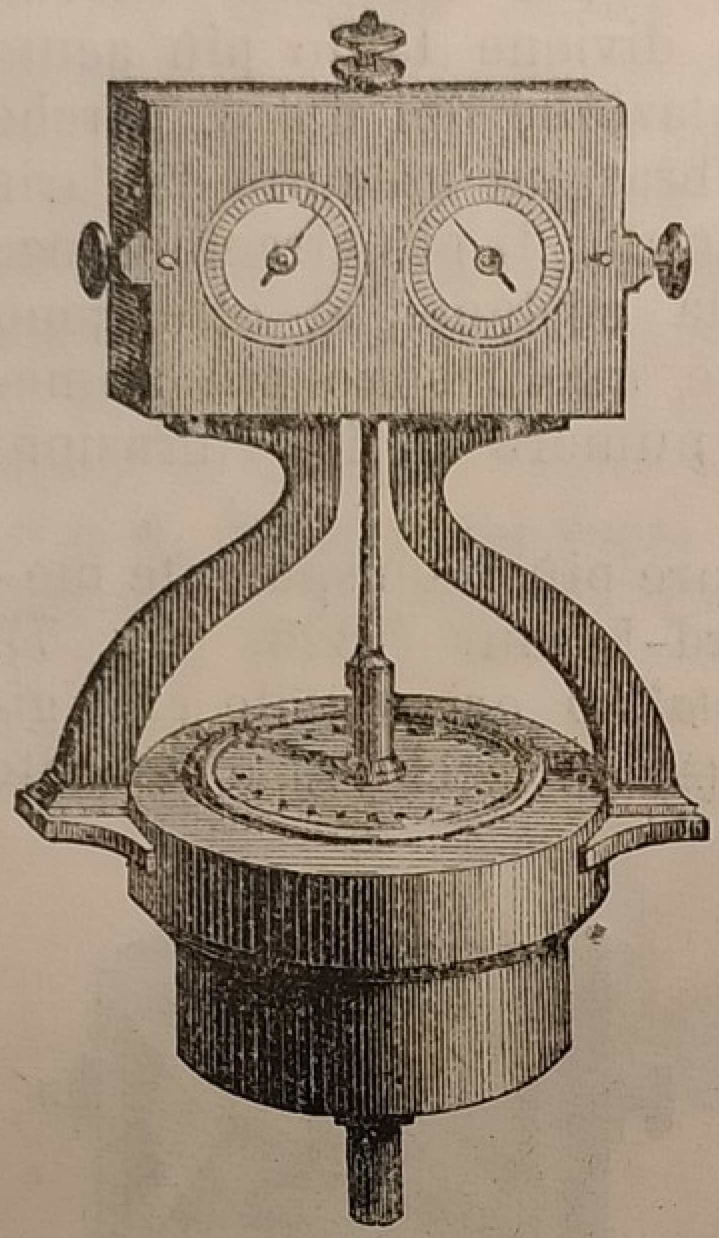


Fig. 8.

Spingendo un bottone (B, fig. 7) si fa ingranare la ruota (v) che gira d'un dente per ogni giro del disco, nella vite perpetua, e così si mette in azione il contatore. Invece tirando indietro il detto bottone si toglie il detto ingranaggio, e così si arresta il contatore nell'istante che si vuole.

5. Si dispone ordinariamente la sirena su di un mantice (fig. 9) che, mediante un pedale (P), si gonfia di aria; questa spinta da pesi che gravitano sulla faccia superiore del mantice, e all'occorrenza da una pressione che si esercita appoggiando la mano su di un'asta (A), per un tubo (T) viene nella cassa (C) la cui parete superiore è munita di 8 fori chiusi da valvole, che si possono aprire spingendo in basso i corrispondenti bottoni (che si veggono anteriormente). Si applica il piede della sirena ad uno dei detti fori, che si apre spostando la valvola corrispondente.

6. Se ora viene soffiata aria nel tamburo, questa uscendo dai fori della sua parete superiore e urtando obliquamente contro quelli del disco girevole, lo mette in rotazione, cosicchè tutti i fori restano successivamente chiusi ed aperti, e l'aria soffiata uscendo ad intervalli, mette in vibrazione quella esterna; donde risulta un suono il quale è assai più intenso di quello della sirena semplice, perchè l'aria esterna viene urtata simultaneamente per tutti i fori dei due dischi e non per un solo, come avveniva in quella.

Così, se il disco mobile e quello fisso hanno 20 fori, quando essi si corrispondono, l'aria soffiata dal mantice uscendo pei medesimi, scuote interrottamente l'aria esterna in 20 punti e la fa vibrare. Ma il numero delle vibrazioni eseguite per ogni giro del disco mobile è sempre solo eguale al numero

dei fori di questo, e non viene moltiplicato per il numero dei fori del disco fisso, il quale solo moltiplica l'intensità della vibrazione, come se si facessero vibrare contemporaneamente 20 corde all'unisono invece di una sola.

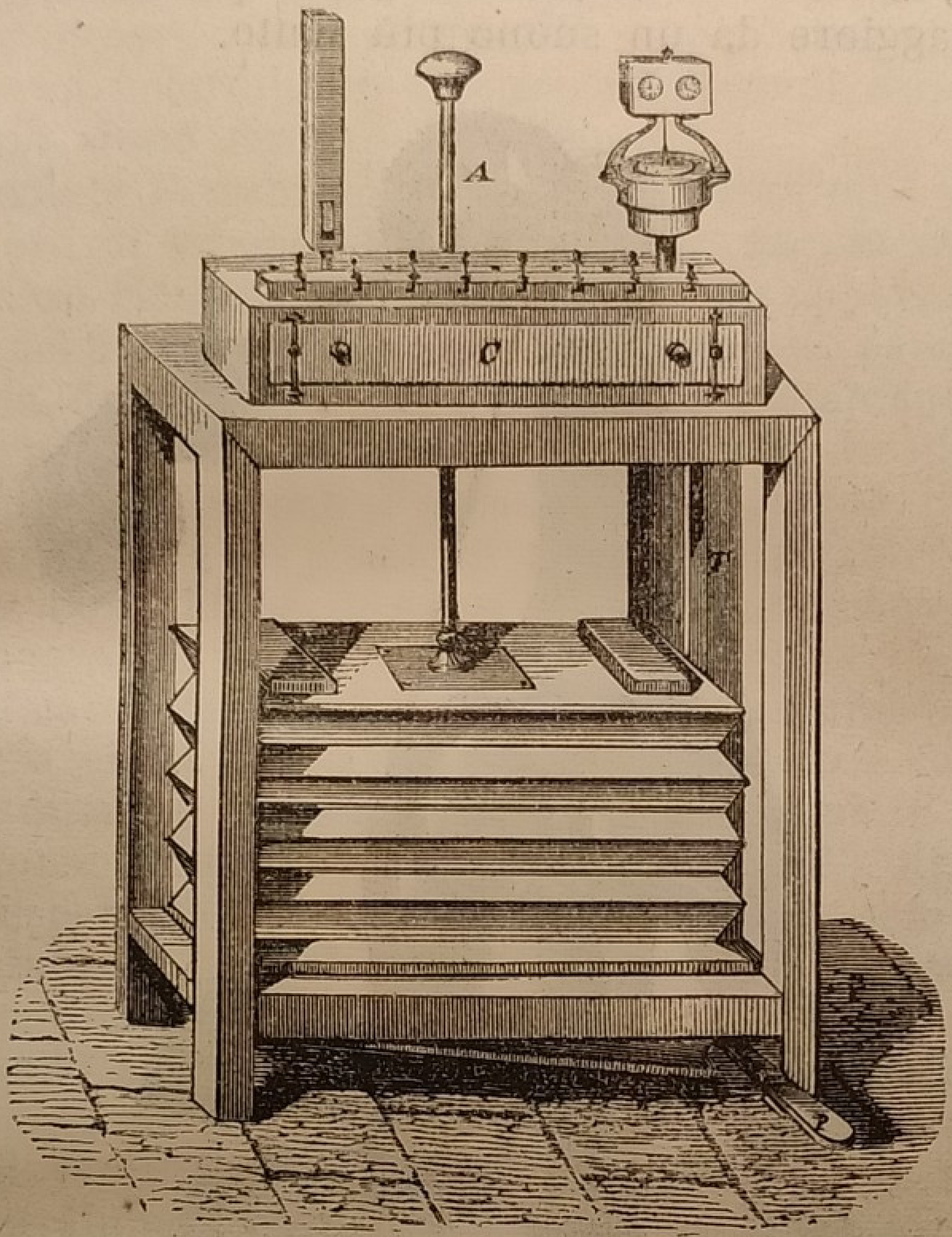


Fig. 9.

7. Ora continuando a soffiare aria nella sirena, il disco mobile superiore gira con rapidità crescente, fino ad un certo limite, e contemporaneamente si sente il suono divenire sempre più acuto; inversamente quando il disco ha acquistato la massima velocità possibile, se lo si tocca replicatamente col dito in modo da diminuire successivamente la sua velocità di rotazione, si sente una serie di suoni sempre più gravi.

8. *Ruota dentata di Savart.* — Si può ancora dimostrare che l'altezza dei suoni cresce col numero delle vibrazioni, mediante la *ruota dentata* di Savart, contro i cui denti si fa appoggiare una carta da giuoco, mentre quella vien fatta girare sul suo asse (fig. 10).

Se si fa girare la ruota lentamente, si sentono distinti gli urti della carta contro i denti; ma se la velocità della ruota

raggiunge un certo limite, s'incomincia a percepire un suono grave o basso, e col crescere della velocità il suono diviene sempre più alto od acuto.

Se invece di una, vi sono più ruote dentate infisse sullo stesso asse, con diversi numeri di denti, quella che ne ha un numero maggiore dà un suono più acuto.

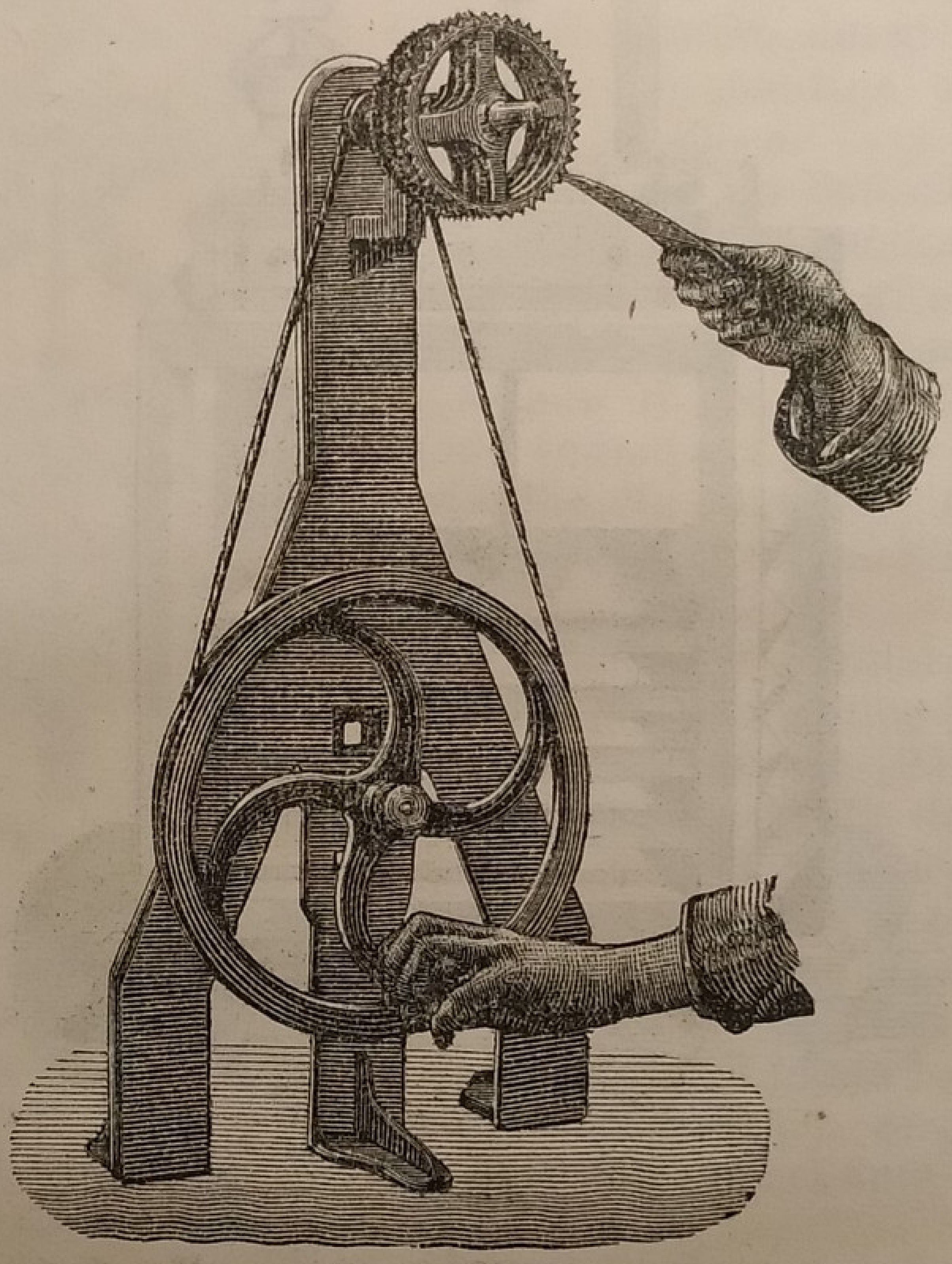


Fig. 10.

9. Se infine si fissa una verga metallica con una morsa e poi si fa oscillare una delle sue parti, si vede che essa oscilla tanto più celeremente quanto è più corta, e nello stesso tempo si ode un suono tanto più acuto.

10. *Unisono.* Due suoni si dicono all'*unisono* quando hanno la stessa altezza. E siccome l'altezza dei suoni dipende dal numero delle vibrazioni eseguite nell'unità di tempo, perciò i suoni all'unisono sono costituiti da eguali numeri di vibrazioni compiute in egual tempo. Per es., elevando successivamente l'altezza del suono, sia della sirena, sia della ruota dentata, col crescere la velocità di rotazione, il suono può essere portato all'unisono di un altro qualunque.

§ 5. **Misura del numero delle vibrazioni**. — (a) *Colla sirena*.
1. La determinazione del numero delle vibrazioni di un suono colla sirena si riduce a 3 operazioni.

1° Mettere la sirena all'unisono col suono di cui si vuole conoscere il numero delle vibrazioni.

2° Determinare col contatore, il numero dei giri del disco mobile in un determinato numero di secondi, durante i quali i due suoni sieno sempre all'unisono.

3° Calcolare il numero totale delle vibrazioni ottenute in quel numero di secondi e dividerlo per questo numero.

2. Il primo risultato si ottiene regolando opportunamente la pressione del mantice con un peso sovrapposto, perchè il suono della sirena, dapprima basso, s'inacutisce lentamente e con un dato peso giunge ad un massimo di altezza che non può essere oltrepassato, perchè l'aumento di velocità che la corrente d'aria tende a produrre nel disco girante è distrutto dall'attrito. Con alcune prove si trova il peso conveniente per detto scopo.

Il giudicare poi che due suoni sieno all'unisono richiede un orecchio esercitato. Tuttavia, tale giudizio è facilitato dal fatto, che quando due suoni sono assai vicini in altezza, risultano, come si studierà più innanzi (§ 22), dei rinforzi o battimenti periodici, il cui numero diviene sempre minore quanto minore è la differenza di altezza, e spariscono affatto quando sono all'unisono.

3. Quando si è ottenuto l'unisono, si osserva la posizione degli indici, e poi si mette in azione il contatore per un dato numero di secondi, per. es. 10. È meglio che il numero dei secondi sia alquanto grande, perchè così i piccoli errori inevitabili nell'operazione, si distribuiscono su di un maggior numero di vibrazioni e riescono meno sensibili. Dopo il detto numero di secondi si interrompe il movimento del contatore, e dalla posizione degli indici si vede quanti giri ha fatto il disco in quel tempo.

4. Per es., se si è messo la sirena all'unisono con un tubo sonoro (applicato al mantice come indica la fig. 9) il quale dia il *la* di 870 vibrazioni semplici o di 435 vibrazioni doppie per secondo, e si trova che in 10^s l'indice delle cinquantine ne segna 4 e quello delle unità ne segna 17, il numero dei giri fatti dal disco mobile in 10^s sarà $4.50 + 17 = 217$. Ora siccome ad ogni giro avvengono 20 vibrazioni (se il disco mobile ha 20 fori), perciò il numero di queste in 10^s sarà 217.20, e quindi in 1^s, sarà $\frac{217.20}{10} = 217.2 = 434$. Cioè vi sarà una differenza di 1 vibrazione.

Ripetendo l'esperienza si troverà, per es., il numero 18 invece di 17, e quindi il numero dei giri sarà 218; e perciò il numero delle vibrazioni verrà $\frac{218.20}{10} = 218.2 = 436$. Allora pigliando la media, si avrà precisamente il numero 435.

5. In generale rappresentando con

n il n° delle cinquantine di giri del disco mobile,
n' » » unità,
f il n° dei fori del disco mobile,
t il n° dei secondi,

sarà $n.\ 50 + n'$ il n° dei giri del disco mobile in t secondi,
» $(n.\ 50 + n').f$ il n° delle vibrazioni, » »
» $\frac{(n.\ 50 + n').f}{t}$ il n° delle vibrazioni per secondo.

6. Come si vede, questo metodo presenta la difficoltà di mantenere il suono per qualche tempo all'unisono con quello di cui si vuole determinare il numero delle vibrazioni. Perciò conviene fare parecchie prove e pigliare la media dei risultati.

7. (*b*) *Colla ruota dentata di Savart.* Anche mediante la ruota dentata si può misurare il numero delle vibrazioni di un suono, purchè essa sia munita di un contatore che indichi, come nella sirena, il numero dei giri fatti dalla ruota in un dato tempo.

Però i suoni ingrati dati da tale stromento lo hanno fatto abbandonare.

8. (*c*) *Col vibrografo di Duhamel.* Più facile che colla sirena riesce la determinazione dei numeri delle vibrazioni dei suoni mediante il *vibrografo*, che è un apparecchio col quale le vibrazioni vengono segnate graficamente su di un foglio di carta.

Il vibrografo di Duhamel (fig. 11) consiste in un cilindro di metallo (C), girevole su di un asse fatto a vite (V), cosicchè mentre questo gira, quello si sposta nella direzione del suo asse. Detto cilindro si ricopre di un mantello di carta sul quale si fa depositare nno strato uniforme di nero fumo, col farlo girare sopra una o più fiamme di candela. Finalmente su tale mantello si fa appoggiare delicatamente una punta alquanto pieghevole, di setola o di sottile cannello di penna, applicata con cera al corpo vibrante.

Se non fosse possibile applicare la punta al corpo sonoro stesso, la si può applicare ad una verghetta d' acciaio (come indica la figura) fissa con una morsa, regolando la lunghezza di quella per modo che messa in vibrazione dia un suono all'unisono con quello del corpo sonoro.

Ora quando questo non vibra, la punta descrive sul mantello del cilindro girante una linea spirale; quando invece è in vibrazione, allora la linea risulta sinuosa, e il numero delle sinuosità è precisamente eguale al numero delle vibrazioni

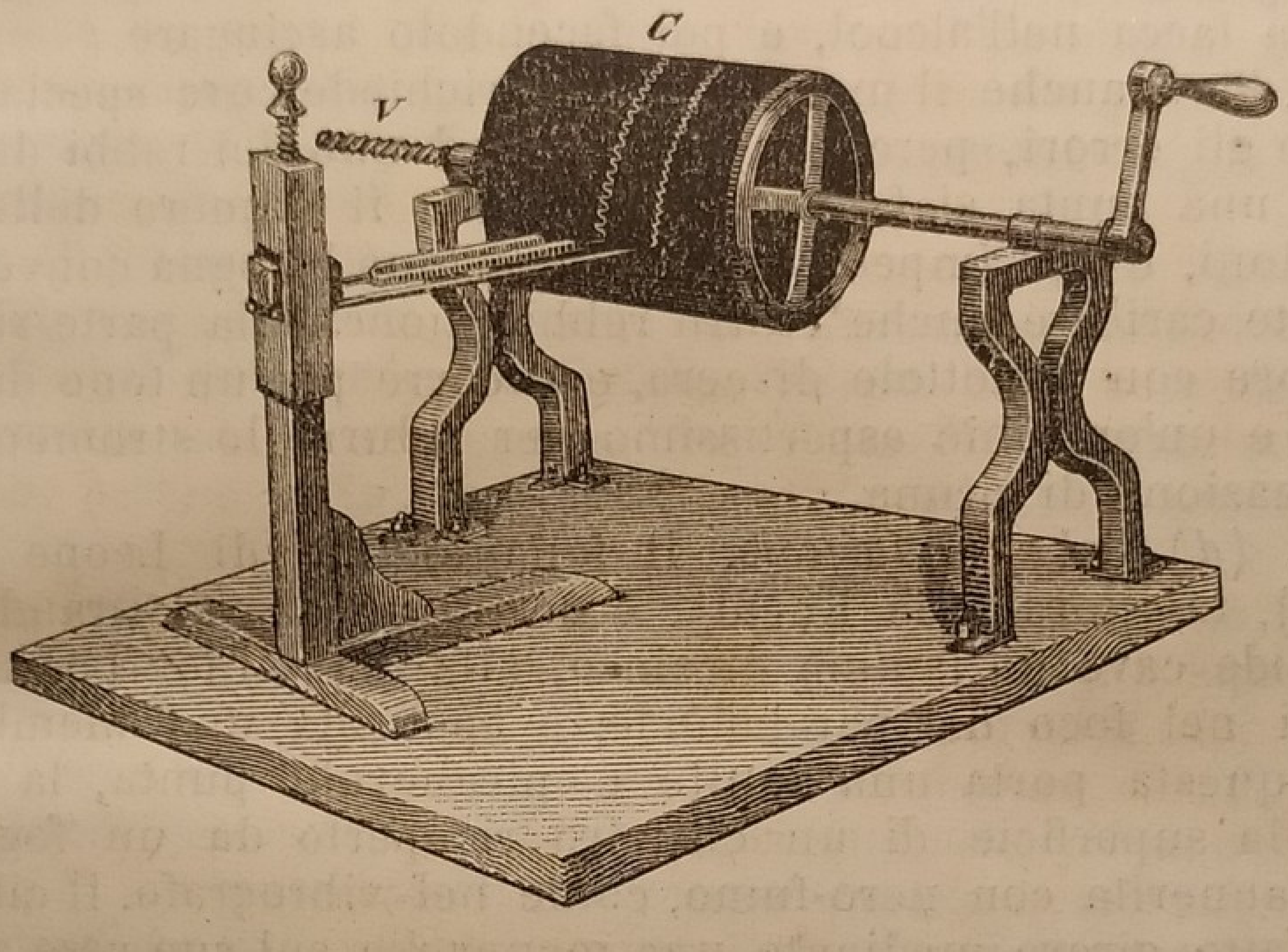


Fig. 11.

eseguite dal corpo sonoro nel tempo in cui la punta rimase in contatto col mantello.

9. Perciò se si nota precisamente il tempo durante il quale il corpo vibrante scrive le sue oscillazioni sul foglio di carta, e poi si contano le sinuosità segnate sul foglio, si conosce il numero delle vibrazioni fatte dal corpo sonoro in quel tempo, e quindi in 1^s.

10. Tale determinazione si ottiene anche più semplicemente col fare segnare sulla carta stessa affumicata le vibrazioni di un diapason o corista (fig. 11), il cui numero di vibrazioni sia noto, per es., 512 (semplici) al secondo, contemporaneamente al corpo sonoro. Indi si conta il numero di sinuosità segnate dai due corpi vibranti, che sono comprese fra due lati paralleli del cilindro.

Per es., se si trova che a 20 vibrazioni semplici del corista ne corrispondono 28 del corpo sonoro, a 512 del corista in 1^s ne corrisponderà un n° x del corpo sonoro, dato dalla proporzione:

$$20 : 28 = 512 : x;$$

$$\text{d'onde } x = 512.\ \frac{28}{20} = 512.\ \frac{14}{10} = 730,8.$$

11. Il corista si può mettere comodamente in vibrazione, senza continuamente strofinarlo con un'archetto, mediante un interruttore elettromagnetico.

12. Infine si possono rendere stabili i segni così ottenuti immergendo momentaneamente il foglio in una soluzione di gomma lacca nell'alcool, e poi facendolo asciugare.

13. Però anche il metodo grafico richiede cure speciali per evitare gli errori, perchè applicando ad uno dei rebbi del diapason una punta si fa variare alquanto il numero delle sue vibrazioni, e per impedire tale alterazione bisogna convenientemente caricare anche l'altro rebbio, nonchè la parte ricurva inferiore con pallottole di cera, e occorre poi un tono di confronto e un'orecchio espertissimo per ridurre lo stromento all'intonazione di prima.

14. (*d*) Col *fonautografo*. Il fonautografo di Leone Scott (1859), migliorato da Koenig, è costituito da un grande paraboloide cavo di lamina di zinco, alla cui minor bocca, che trovasi nel foco del paraboloide, è applicata una membrana tesa; questa porta una sottile e pieghevole punta, la quale tocca la superficie di un cilindro ricoperto da un foglio di carta annerita con nero-fumo, come nel vibrografo. Il cilindro vien fatto girare mediante una manovella sul suo asse a vite.

Se ora si produce un suono, i raggi delle onde sonore vengono dal paraboloide concentrate nel suo foco, cioè sulla membrana, e questa vibrando, per mezzo della punta segna una linea sinuosa sul mantello del cilindro girante. Ogni sinuosità corrisponde ad una vibrazione. Cosicchè con questo apparecchio, come col vibrografo, si può determinare il numero delle vibrazioni misurando con precisione il tempo durante il quale la membrana vibrante fa scrivere alla punta le sue oscillazioni sulla carta affumicata. Di più esso presenta il vantaggio che la punta scrivente non viene applicata al corpo sonoro stesso.

§ 6. Limiti dei suoni percettibili dall'orecchio umano. — 1. Perchè il nostro orecchio percepisca un suono, il numero delle vibrazioni per secondo deve essere compreso fra due limiti, minimo e massimo.

Secondo le ultime ricerche (Preyer 1876), il limite minimo è di 14 e il massimo di 40,000 vibrazioni per secondo, i quali numeri differiscono poco da quelli trovati prima (1856) da Helmholtz che erano 16 e 38,000 per secondo.

I numeri di vibrazioni inferiori a 14 e superiori a 40,000, non possono più impressionare l'orecchio; anzi i suoni compresi fra 14 e 24 e fra 30 e 40 mila, non sono percepiti da tutti, e gli ultimi riescono molesti a chi li sente.

2. Che vi sia un limite inferiore nel numero delle vibrazioni costituenti il suono, si fa manifesto colla sirena, perchè, quando nel principio il disco mobile gira lentamente, si odono distinti i colpi dell'aria soffiata contro quella esterna, come pel vapore che esce dal cilindro della locomotiva, ma non si percepisce un suono per la loro riunione. Un suono gravissimo incomincia solo quando la sirena gira un poco presto.

Parimente le oscillazioni di un pendolo, perchè troppo lente, non producono suono.

Per il limite superiore si può osservare che le vibrazioni rapidissime costituenti la luce, non impressionano l'orecchio.

3. Però i suoni adoperati nella musica sono compresi fra limiti molto più ristretti, cioè: fra 40 e 5000 vibrazioni per secondo, perchè oltre cotali limiti non producono sensazione gradevole.

§ 7. Tono e rumore. — 1. Dicesi *tono* (*) un suono musicale di altezza costante. Invece il *rumore* è un suono di altezza variata o un miscuglio confuso di più toni.

2. *Il tono nasce da vibrazioni regolari per forma e durata, mentre i rumori nascono da vibrazioni irregolari nella forma e durata.* Ovvero: *Si ha la sensazione del romore quando le vibrazioni non sono periodiche.* (Si intende per movimento periodico quello che in tempi uguali ripassa per le medesime fasi di velocità).

3. Il che si può *dimostrare sperimentalmente*, per es. mediante il fonautografo, perchè uno scoppio genera nel medesimo una grande, e sovente ancora parecchie piccole sinuosità; un rumore produce parecchie sinuosità irregolari; invece un suono di altezza costante o tono genera un gran numero di sinuosità eguali.

4. Però la distinzione fra tono e rumore non è sempre precisa. Per es. quando si lascia cadere un pezzo di legno per terra si dice che si sente un rumore anzichè un suono. Ma, facendone cadere otto successivamente di convenienti dimensioni (come vedremo nel § 8) si sente la scala musicale.

5. Nel suo colorito ciascuna favella sfoggia particolari nomi per distinguere i diversi suoni o rumori. Così la nostra, sovranamente armoniosa, dice: il *mormorio* del ruscello, lo *stormire* delle fronde, il *cinguettìo* degli uccelli, il *ronzìo* dell'insetto, il *fischio* del vento, il *sibilo* del ferro rovente immerso nell'acqua, lo *scricchiolìo* dei mobili, il *cigolar* del legno che brucia, lo *stri-*

(*) Secondo le giudiziose osservazioni del Grassi e del Gherardini, mentre colla parola *tuono* si esprime il rumore che accompagna la folgore, si deve usare la parola *tono* a distinguere i suoni di altezza determinata e costante che costituiscono le note musicali.

dore di una lima, lo *strepito* delle ruote d'una vettura, il *rullo* del tamburo, lo *squillo* della tromba, il *tonar* del cannone e della folgore, ecc.

§ **8. Scala musicale, intervalli e suoni armonici**. — 1. La *scala musicale* o *gamma* (*) è un periodo di 7 suoni o *note* di altezza crescente, che furono adottati nella musica dai popoli più civili, siccome fondamento di tutte le combinazioni musicali.

I popoli latini distinguono le note colle seguenti sillabe, mentre i tedeschi e gli inglesi le indicano colle lettere dell'alfabeto scritte al di sotto:

ut o *do*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *si* (**)
C, D, E, F, G, A, H.

Colle stesse lettere minuscole e con lineette collocate sopra o sotto indicano le note più alte o più basse.

2. Ora i fisici avendo determinato i *numeri relativi di vibrazioni* delle diverse note della gamma trovarono il seguente risultato:

do,	*re*,	*mi*,	*fa*,	*sol*,	*la*,	*si*,
1,	$1+\frac{1}{8}=\frac{9}{8}$,	$1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$,	$1+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$,	$1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$,	$1+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$,	$1+\frac{7}{8}=\frac{15}{8}$,

cioè, che mentre il suono *do* fa una vibrazione, il *re* ne fa $1+\frac{1}{8}=\frac{9}{8}$, il *mi* ne fa $1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$, ecc.

(*) La parola *gamma* deriva dalla lettera greca Γ colla quale una volta si distingueva la corda che dava la nota più grave della scala.

(**) I nomi delle note usate dai popoli latini furono introdotti nella musica nel 1026 dal benedettino Guido d'Arezzo, il quale scriveva ad un suo confratello, che, per ricordarsi dell'altezza delle diverse note della scala, si ricordasse dell'intonazione che si dava allora alle sillabe iniziali nel canto dell'inno a S. Giovanni Battista:

« *Ut* queant laxis *re*sonare fibris
*Mi*ra gestorum *fa*muli tuorum,
*Sol*ve polluti *la*bii reatum
Sancte Johannes ».

Il motivo di quest'inno, quale si canta oggidì, non è esattamente quello antico, nel quale le 6 sillabe scelte dall'Aretino cadevano effettivamente sulle note che esse designavano. In Italia si sostituì ben tosto, pei bisogni del solfeggio, alla sillaba *ut* che è dura, la sillaba *do*.

Nella musica i segni delle note sono differenti secondo la durata delle medesime e vengono collocati su diverse righe orizzontali e nei loro intervalli, secondo la diversa altezza che possono avere le note nella serie delle scale successive.

Dopo questa viene un'altra gamma più alta, i cui numeri relativi di vibrazioni sono doppi, dei precedenti, cioè:

$$\begin{array}{ccccccc} do, & re, & mi, & fa, & sol, & la, & si, \\ 2, & 2\cdot\frac{9}{8}, & 2\cdot\frac{5}{4}, & 2\cdot\frac{4}{3}, & 2\cdot\frac{3}{2}, & 2\cdot\frac{5}{3}, & 2\cdot\frac{15}{8}; \end{array}$$

e dopo questa un'altra, i cui numeri relativi di vibrazioni sono di nuovo doppi dei precedenti, cioè:

$$\begin{array}{ccccccc} do, & re, & mi, & fa, & sol, & la, & si, \\ 2^2, & 2^2\cdot\frac{9}{8}, & 2^2\cdot\frac{5}{4}, & 2^2\cdot\frac{4}{3}, & 2^2\cdot\frac{3}{2}, & 2^2\cdot\frac{5}{3}, & 2^2\cdot\frac{15}{8}; \end{array}$$

e così di seguito fino ai limiti dei suoni percettibili.

Inversamente, si ottengono i numeri relativi di vibrazioni delle note di una scala più grave della prima, dividendo i numeri relativi di questa per 2, e così si avrebbero i seguenti numeri:

$$\begin{array}{ccccccc} do, & re, & mi, & fa, & sol, & la, & si, \\ \frac{1}{2}, & \frac{1}{2}\cdot\frac{9}{8}, & \frac{1}{2}\cdot\frac{5}{4}, & \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}, & \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}, & \frac{1}{2}\cdot\frac{5}{3}, & \frac{1}{2}\cdot\frac{15}{8}. \end{array}$$

Dividendo per 2 questi numeri, si avrebbero i numeri relativi di vibrazioni di un'altra scala più grave, e così di seguito.

3. Ma questi non sono che i numeri relativi di vibrazioni per secondo, cioè i rapporti fra i numeri assoluti di vibrazioni delle diverse note della gamma, poichè, come si è notato (§ 6), per costituire un suono non basta una vibrazione, ma se ne richieggono almeno 14 per secondo. Ma è facile passare dai detti numeri relativi ai *numeri reali od assoluti* di vibrazioni costituenti i suoni.

Per es se si parte dal suono del corista normale francese che è un *la* di 870 vibrazioni semplici per secondo, si può trovare dapprima il numero delle vibrazioni del *do* della gamma in cui si trova quel *la*, osservando che i numeri relativi di vibrazioni del

$$\begin{array}{lccc} & do & \text{e} & la \\ \text{sono} & 1 & \text{e} & \frac{5}{3}, \end{array}$$

e che fra il numero assoluto ignoto x di vibrazioni del *do* e il numero assoluto noto, 870, di vibrazioni del *la* vi deve essere

lo stesso rapporto che vi è fra i loro numeri relativi di vibrazioni che sono 1 e $\frac{5}{3}$; quindi si ha la proporzione:

$$x : 870 = 1 : \frac{5}{3};$$

d'onde si ricava: $x = 870 : \frac{5}{3} = 870 \,.\, \frac{3}{5} = 522$.

4. Quindi i numeri relativi e assoluti di vibrazioni semplici delle note di questa gamma sono quelli notati nella seguente tabella:

Note:	*do,*	*re,*	*mi,*	*fa,*	*sol,*	*la,*	*si;*
Numeri relativi:	1;	$\frac{9}{8}$;	$\frac{5}{4}$;	$\frac{4}{3}$;	$\frac{3}{2}$;	$\frac{5}{3}$;	$\frac{15}{8}$;
Numeri assoluti:	522;	$522 \,.\, \frac{9}{8}$;	$522 \,.\, \frac{5}{4}$;	$522 \,.\, \frac{4}{3}$;	$522 \,.\, \frac{3}{2}$;	$522 \,.\, \frac{5}{3}$;	$522 \,.\, \frac{15}{8}$;

ossia:

522; 587,24; 652,50; 896; 783; 870; 978,74.

I numeri delle vibrazioni doppie sarebbero metà dei precedenti.

Moltiplicando successivamente i numeri precedenti per 2^1, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$, ecc., si hanno i numeri assoluti di vibrazioni delle note delle gamme successive più acute, fino al limite dei suoni acuti percettibili; mentre dividendo gli stessi numeri per le stesse potenze del 2, si hanno i numeri assoluti di vibrazioni delle note delle gamme più gravi, fino al limite dei suoni gravi percettibili.

5. In generale, la prima nota o *tonica*, come la chiamano i musici, può essere una nota qualunque; ma determinate le vibrazioni di questa, son pure determinate le vibrazioni delle altre, dai rapporti precedenti. Quando si suona o si solfeggia, cioè si cantano le note della gamma sulle sillabe *do, re, mi*, ecc., si può scegliere arbitrariamente l'altezza della nota con cui si incomincia, ma bisogna poi dare a tutte le altre note l'altezza indicata dai numeri relativi di vibrazioni per costituire la gamma senza stonature.

Se per es. invece del *la* di 870 vibrazioni semplici per secondo, si adotta come suono fondamentale il *la* di 864 vibrazioni semplici per secondo o 432 vibrazioni intiere, scelto dal Congresso musicale di Milano nel 1881, allora il numero as-

soluto x di vibrazioni del *do* della scala che contiene quel *la* è dato dalla proporzione:

$$x : 864 = 1 : \frac{5}{3};$$

d'onde $$x = 864 : \frac{5}{3} = 864 \,.\, \frac{3}{5} = 518{,}4 \,.$$

Quindi i numeri assoluti di vibrazioni semplici delle note di una tale scala sono:

do,	*re,*	*mi,*	*fa,*	*sol,*	*la,*	*si*
518,4;	$518{,}4 . \frac{9}{8}$;	$518{,}4 . \frac{5}{4}$;	$518{,}4 . \frac{4}{3}$;	$518{,}4 . \frac{3}{2}$;	$518{,}4 . \frac{5}{3}$;	$518{,}4 . \frac{15}{8}$

ossia:

518,4; 583,2; 656; 691,2; 777,6; 864; 972 .

6. Queste relazioni si possono anche verificare sperimentalmente. Se si prende, ad es., una sirena, cioè un disco come quello della fig. 6, p. 16, ma con 8 serie di fori in circonferenze concentriche, tali che i numeri dei fori di ciascuna, partendo dal centro e andando verso la periferia, siano:

$$24 . 1;\ 24 . \frac{9}{8};\ 24 . \frac{5}{4};\ 24 . \frac{4}{3};\ 24 . \frac{3}{2};\ 24 . \frac{5}{3};\ 24 . \frac{15}{8};\ 24 . 2$$

cioè: 24; 27; 30; 32; 36; 40; 45; 48;

ovvero numeri doppi o tripli di questi, e si pone in rotazione con velocità costante, mentre colla bocca o con un mantice per un tubo si soffia aria:

1° Contro l'interna e poi l'esterna serie di fori, che è doppia della prima, si sente che il secondo suono è l'*ottava acuta* del primo; viceversa se si soffia l'aria prima contro l'esterna e poi contro l'interna serie di fori che è metà della prima, si sente che il secondo suono è l'*ottava bassa* del primo. Lo stesso si verifica qualunque sia il numero assoluto delle vibrazioni purchè l'uno sia doppio dell'altro.

Dunque l'ottava acuta di un suono qualunque è costituita da un doppio numero di vibrazioni, come l'ottava bassa di un suono qualunque è costituita da un numero metà di vibrazioni eseguite in egual tempo.

2° Se si soffia aria successivamente contro tutte le serie di fori comprese tra l'interna e l'esterna, si sente la serie delle note comprese tra la prima e la sua ottava acuta, cioè la scala musicale dal grave verso l'acuto; se invece si soffia contro la serie dei fori passando dall'esterna all'interna, si

sente la serie delle note della scala musicale discendente dall'acuto al grave. Lo stesso avviene qualunque sia il numero assoluto dei fori della prima serie, purchè gli altri abbiano con quello i rapporti indicati dai numeri relativi di vibrazioni delle diverse note della scala musicale.

Se il disco fa dapprima un giro per secondo, i numeri di vibrazioni dei suoni risultanti sono precisamente quelli indicati da 24 fino a 48; se fa due giri al secondo, risulta una scala più acuta i cui numeri di vibrazioni sono precisamente doppi, ecc. e così di seguito fino al limite dei suoni percettibili.

Dunque, una serie di 7 note, i cui numeri relativi di vibrazioni stanno nei rapporti indicati precedentemente (n° 4), costituisce una scala musicale, qualunque sia il numero assoluto di vibrazioni, purchè compreso nei limiti dei suoni percettibili al nostro orecchio.

7. Si possono parimente ottenere le successive note più acute della scala da una serie di tubi di lunghezza decrescente, come nell' organo, o da una serie di corde di lunghezza decrescente come nel pianoforte e nell'arpa, ovvero anche da una medesima corda di cui si accorcia successivamente la lunghezza, come negli strumenti a corde fisse (violino, viola, violoncello, contrabasso, chitarra, mandolino, ecc.), e come vedremo nello studio delle vibrazioni delle corde.

Così pure, come si è già notato (§ 7, n° 4), se si lascia cadere un pezzo di legno per tèrra si ode un suono che isolato non fa impressione musicale; ma se si lasciano cadere successivamente 8 pezzi di legno che diano suoni i cui numeri di vibrazioni siano fra loro nei detti rapporti, si ha l'impressione della scala musicale.

8. *Notazione delle gamme.* — Per distinguere le diverse gamme della scala musicale alcuni scrivono do_1, re_1 ecc. cioè notano col n° 1 le note della gamma il cui *do* costituisce il suono più grave del violoncello, che è di 65 $^1/_4$ v^i^ per secondo, e distinguono coi numeri 2, 3, ecc. le gamme che seguono questa in altezza. Segnano invece coi numeri negativi -1, -2 ecc. le note delle gamme più basse. Quindi do_2 è il *do* all'ottava alta del do_1, e do_{-1} è il *do* all'ottava bassa del do_1. L'indice che si appone alle note di una gamma, ne indica l'altezza nella serie delle gamme.

9. Altri distinguono con do_3 il *do* di 512 vibrazioni semplici per secondo, e con do_2, do_1 ecc. quelli successivamente più bassi, i cui numeri di vibrazioni appartengono alla seguente serie delle potenze del 2:

1,	2,	4,	8,	16,	32,	64,	128,	256,	512,	1024;
				do_{-2},	do_{-1},	do_0,	do_1,	do_2,	do_3,	do_4.

Allora il la_3 è dato dalla proporzione:

$$512 : x = 1 : \frac{5}{3},$$

d'onde
$$x = 512 . \frac{5}{3} = 853,3.$$

Quando non si nota alcun indice si intende l'indice 1.

10. *Intervalli.* — Si dice *intervallo* di due suoni il rapporto fra le loro altezze, espresso per mezzo del rapporto del numero di vibrazioni del suono più alto al numero di vibrazioni del suono più basso.

Rappresentando

con N il n° delle vibrazioni del suono più alto,
» n » » » più basso,

l'intervallo è espresso dal rapporto $\frac{N}{n}$.

E siccome il detto rapporto non muta valore moltiplicando o dividendo i suoi due termini per uno stesso numero, ne consegue che l'intervallo di due suoni non dipende dal loro numero assoluto, ma solo dal loro numero relativo di vibrazioni.

11. *Intervalli della gamma.* — Se si cercano gli intervalli fra le note contigue della scala musicale dividendo il numero relativo di vibrazioni della nota più acuta pel numero relativo di vibrazioni della sua nota vicina e più grave, si ha il seguente risultato:

Note:	do	re	mi	fa	sol	la	si	do_2
Numeri relativi di vibrazioni:	1;	$\frac{9}{8}$;	$\frac{5}{4}$;	$\frac{4}{3}$;	$\frac{3}{2}$;	$\frac{5}{3}$;	$\frac{15}{8}$;	2.

Intervallo: $\frac{re}{do} = \frac{9}{8} : 1 = \frac{9}{8}$;

» $\frac{mi}{re} = \frac{5}{4} : \frac{9}{8} = \frac{10}{9}$;

» $\frac{fa}{mi} = \frac{4}{3} : \frac{5}{4} = \frac{16}{15}$;

» $\frac{sol}{fa} = \frac{3}{2} : \frac{4}{3} = \frac{9}{8}$;

» $\frac{la}{sol} = \frac{5}{3} : \frac{3}{2} = \frac{10}{9}$;

$$\text{Intervallo: } \frac{si}{la} = \frac{15}{8} : \frac{5}{3} = \frac{9}{8};$$

$$\text{»} \quad \frac{do_2}{si} = 2 : \frac{15}{8} = \frac{16}{15};$$

ove si vede che gli intervalli distinti tra le 7 note della gamma si riducono a 3, che sono $\frac{9}{8}$, $\frac{10}{9}$, $\frac{16}{15}$. Il primo che è il maggiore, si chiama *tono maggiore;* il secondo *tono minore*, e il terzo che è il più piccolo, si dice *semitono maggiore*, perchè si dà poi ancora il nome di *semitono minore* all' intervallo tra il tono minore $\frac{10}{9}$ e il semitono maggiore $\frac{16}{15}$, che è $\frac{10}{9} : \frac{16}{15} = \frac{25}{24}$, minore del precedente; questo intervallo non fa parte della scala musicale, ma è considerato, come vedremo, nei *diesis* e *bemolli*.

L'intervallo tra il tono maggiore e il minore è:

$$\frac{9}{8} : \frac{10}{9} = \frac{9}{8} \times \frac{9}{10} = \frac{81}{80}.$$

Questo è il più piccolo intervallo che si considera nella musica, e richiede un orecchio assai esercitato per distinguerlo. Lo si dice *comma* (*).

12. Quindi, ogni qualvolta tra due note vi è un intervallo di $\frac{9}{8}$ o $\frac{10}{9}$, si dice che vi è un intervallo di un tono; se l'intervallo è solo $\frac{16}{15}$, si dice che è di un semitono.

13. I detti intervalli collocati fra le rispettive note, danno la seguente tabella:

Note:	do	re	mi	fa	sol	la	si	do_2
N.[i] relativi di vibr.[i]:	1,	$\frac{9}{8}$,	$\frac{5}{4}$,	$\frac{4}{3}$,	$\frac{3}{2}$,	$\frac{5}{3}$,	$\frac{15}{8}$,	2.
Intervalli:	$\frac{9}{8}$,	$\frac{10}{9}$,	$\frac{16}{15}$,	$\frac{9}{8}$,	$\frac{10}{9}$,	$\frac{9}{8}$,	$\frac{16}{15}$.	
Nomi:	tono >,	tono <,	$^1/_2$ tono >,	tono >,	tono <,	tono >,	$^1/_2$ tono >.	

(*) Seebeck ha dimostrato, che orecchi esercitati possono perfino distinguere la differente altezza di tono dei suoni successivi di due diapason di 1209 e 1210 vibrazioni, i quali differiscono solo di $^1/_{15}$ di comma.

14. La scala musicale ordinaria, detta anche *scala naturale* o *diatonica*, è dunque una successione dei seguenti intervalli:

un tono maggiore,
» » minore,
» semitono maggiore,
» tono maggiore,
» » minore,
» » maggiore,
» semitono maggiore.

15. Gli intervalli poi fra le diverse note della scala e il tono fondamentale *do* ricevono i seguenti nomi giustificati delle loro distanze rispetto a quello:

l'intervallo fra do e

- re è $\frac{9}{8} : 1 = \frac{9}{8}$; lo si chiama *seconda*,
- mi = $\frac{5}{4} : 1 = \frac{5}{4}$; » » *terza*,
- fa = $\frac{4}{3} : 1 = \frac{4}{3}$; » » *quarta*,
- sol = $\frac{3}{2} : 1 = \frac{3}{2}$; » » *quinta*,
- la = $\frac{5}{3} : 1 = \frac{5}{3}$; » » *sesta*,
- si = $\frac{15}{8} : 1 = \frac{15}{8}$; » » *settima*,
- do_2 = $2 : 1 = 2$; » » *ottava*.

16. Si distinguono ancora gli intervalli

$$\frac{mi}{do} = \frac{5}{4} : 1 = \frac{5}{4}$$ detto *terza maggiore*

$$\frac{sol}{mi} = \frac{3}{2} : \frac{5}{4} = \frac{6}{5}$$ » *terza minore.*

Il 1° è costituito da due toni interi, uno maggiore *re-do* (n° 13) e uno minore *mi-re*. Il 2° è solo costituito da un tono maggiore *sol-fa* e un semitono maggiore *fa-mi*; perciò è minore del precedente, onde, rispetto all'altro, dicesi terza minore.

17. *Intervalli dei suoni armonici.* — Diconsi *suoni armonici*

quelli i cui numeri di vibrazioni stanno fra loro come i numeri interi consecutivi 1, 2, 3, 4, 5, 6,..., perchè la maggior parte di essi, combinati due a due, danno accordi, come vedremo in seguito (§ 25). Ora importa conoscere gli intervalli di questi suoni.

Perciò scriviamo i numeri relativi di vibrazioni di tre scale successive:

$$\begin{array}{ccccccc} Do_1, & Re_1, & Mi_1, & Fa_1, & Sol_1, & La_1, & Si_1; \\ 1, & \frac{9}{8}, & \frac{5}{4}, & \frac{4}{3}, & \frac{3}{2}, & \frac{5}{3}, & \frac{15}{8}; \\ Do_2, & Re_2, & Mi_2, & Fa_2, & Sol_2, & La_2, & Si_2; \\ 2, & 2.\frac{9}{8}, & 2.\frac{5}{4}, & 2.\frac{4}{3}, & 2.\frac{3}{2}, & 2.\frac{5}{3}, & 2.\frac{15}{8}; \\ Do_3, & Re_3, & Mi_3, & Fa_3, & Sol_3, & La_3, & Si_3; \\ 2.2, & 2.2.\frac{9}{8}, & 2.2.\frac{5}{4}, & 2.2.\frac{4}{3}, & 2.2.\frac{3}{2}, & 2.2.\frac{5}{3}, & 2.2.\frac{15}{8}. \end{array}$$

Considerando ora la serie dei suoni 1, 2, 3, 4, 5, 6, ecc. troviamo dietro la tabella precedente, che tra:

il 1° e il 2° l'intervallo è $\frac{2}{1}$ = ... ottava,

1° » 3° » $\frac{3}{1} = \frac{\frac{3}{2}.2}{1} = \frac{3}{2}.2$ = 8ª della 5ª,

1° » 4° » $\frac{4}{1}$ = 2. 2 = . . . doppia 8ª,

1° » 5° » $\frac{5}{1} = \frac{\frac{5}{4}.4}{1} = \frac{5}{3}.4$ = doppia 8ª della 3ª,

1° » 6° » $\frac{6}{1} = \frac{3}{2}.2.2$ = . . . doppia 8ª della 5ª,

2° » 3° » $\frac{3}{2}$ = ... quinta,

2° » 4° » $\frac{4}{2}$ = 2 = ... ottava,

2° » 5° » $\frac{5}{2} = \frac{5}{2.2}.2 = \frac{5}{4}.2$ = 8ª della 3ª,

il 2° e il 6° l'intervallo è $\frac{6}{2} = 3 = \frac{3}{2} \cdot 2 \quad = 8^a$ della 5^a,

3°	»	4°	»	$\frac{4}{3} = \ldots\ldots\ldots$ quarta,
3°	»	5°	»	$\frac{5}{3} = \ldots\ldots\ldots$ sesta,
3°	»	6°	»	$\frac{6}{3} = 2 = \ldots\ldots$ ottava,
4°	»	5°	»	$\frac{5}{4} = \ldots\ldots\ldots$ terza maggiore,
4°	»	6°	»	$\frac{6}{4} = \frac{3}{2} = \ldots\ldots$ quinta,
5°	»	6°	»	$\frac{6}{5} = \ldots\ldots$ terza minore (n° 16).

18. *Gamma in tono maggiore e in tono minore.* — La gamma costituita nel modo spiegato (n° 13), cioè di due toni, un semitono, tre toni e un semitono, si chiama *gamma in tono maggiore* o semplicemente *gamma maggiore*. I musici distinguono ancora un' altra gamma, che risulta per es. cominciando la scala dal *la*, che è:

$$la_1 \quad si_1 \quad do_2 \quad re_2 \quad mi_2 \quad fa_2 \quad sol_2 \quad la_2,$$

tono semitono tono tono semitono tono tono,

nella quale cioè vi è un tono, poi un semitono dalla 2^a alla 3^a, poi due toni seguiti da un semitono fra la 5^a e la 6^a nota, ed infine due toni, e questa chiamano *gamma in tono minore*.

Il tono minore si usa nella musica grave e melanconica.

19. Però, egli è solo nelle scale discendenti che il modo o tono minore ha il secondo semitono dalla 5^a alla 6^a; nelle ascendenti questo semitono si usa tra la 7^a e l'8°, come nel modo maggiore. In ogni caso, cioè tanto nella scala ascendente, quanto nella discendente, il modo o tono minore si distingue sempre dal maggiore per avere un semitono dalla 2^a alla 3^a invece che dalla 3^a alla 4^a.

§ 9. Diesis e bemolli. — 1. I musici chiamano *diesis* una nota quando viene elevata di un semitono minore e *bemolle* quando viene abbassata di un semitono minore.

Per diesare una nota, cioè per aumentare il suo numero di vibrazioni di un semitono minore, bisogna moltiplicare detto

numero pel valore del semitono minore che è $^{25}/_{24}$ (§ 8, n° 11), ovvero di una vibrazione ogni 24; e per bemollizzare una nota od abbassarla di un semitono minore, bisogna dividere il suo numero di vibrazioni per $\frac{25}{24}$, ovvero moltiplicarlo per $\frac{24}{25}$, cioè diminuirlo di una vibrazione ogni 25.

Per tal modo un tono maggiore $\frac{9}{8}$ bemollizzato si riduce a $\frac{9}{8} \cdot \frac{24}{25} = \frac{27}{25} = \frac{16}{15} \cdot \frac{81}{80}$; e un tono minore $\frac{10}{9}$ diviene: $\frac{10}{9} \cdot \frac{24}{25} = \frac{16}{15}$ cioè tutti e due divengono eguali a un semitono maggiore colla differenza di una comma, che è trascurabile.

E un semitono maggiore $\frac{16}{15}$ diesato diviene: $\frac{16}{15} \cdot \frac{25}{24} = \frac{10}{9}$, cioè eguale ad un tono minore, che come si sa differisce dal maggiore solo di una comma (§ 8, n° 11).

2. Per intendere l'*uso dei diesis* e *bemolli* devesi osservare che la scala naturale o gamma è la successione di due toni, un semitono, tre toni e un semitono (§ 8, n° 14), cioè rappresentando, per brevità, con t il tono, e $^1/_2$t il semitono, nella scala naturale si hanno le seguenti serie di

note	do , re , mi , fa , sol , la , si , do ,
e intervalli	t , t , $^1/_2$t , t , t , t , $^1/_2$t .

Ora una scala cioè la successione di due toni, un semitono, tre toni e un semitono, si può incominciare da qualunque nota. Ma se si incomincia per es. dal *sol* della scala naturale, si avrebbero le seguenti serie di

note:	sol , la , si , do , re , mi , fa , sol ,
e intervalli:	t , t , $^1/_2$t , t , t , $^1/_2$t , t ,

cioè l'ordine degli intervalli sarebbe conservato fino al *mi*, ma a partire da questa nota invece della successione di un tono e un semitono voluta dalla gamma naturale, si avrebbe un semitono seguito da un tono. Per avere un tono dal *mi* al *fa*, si innalza il *fa* naturale di un semitono, cioè lo si eleva a *diesis*, permodochè vi resta poi un tono dal *mi* al *fa* e un semitono dal *fa diesis* al *sol*, come dev'essere nella scala naturale.

3. Si esprime tale innalzamento di un semitono fatto ad una nota col segno # che si scrive a sinistra di quello della nota nella scrittura musicale, mentre nei libri di acustica tale segno si colloca a destra della sillaba che rappresenta la nota (*).

(*) I tedeschi distinguono le note diesate aggiungendo la sillaba *is* alla lettera della nota; e le note bemollizzate aggiungendo la sillaba *es*. Così *Fis* significa la nota *F* diesata e *Fes* la stessa nota bemollizzata.

Perciò la detta scala di *sol* sarebbe:

note: . . . . . sol la si do re mi fa# sol,
intervalli: . . . . . t t $^1/_2$t t t t $^1/_2$t .

Se si incominciasse la scala dal *mi* della gamma naturale, allora si avrebbero i toni ed i semitoni fuori di posto, come si vede qui sotto:

mi fa sol la si do re mi,
$^1/_2$t. t. t. t. $^1/_2$t. t. t. ;

cioè, questa nuova gamma si comporrebbe di un semitono (*mi-fa*), di tre toni (*fa-sol*, *sol-la*, *la-si*), d'un semitono (*si-do*) e di due toni (*do-re*, *re-mi*). Essa adunque non avrebbe gli stessi intervalli della gamma naturale.

Per ottenere questa bisogna scrivere:

mi fa# sol# la si do# re# mi,
t. t. $^1/_2$t. t. t. t. $^1/_2$t.

Allora vi è un semitono dalla 3ª alla 4ª cioè dal *sol#* al *la*, un altro semitono dal *re#* al *mi* cioè dalla 7ª alla 8ª, mentre fra le altre note vi sono toni interi, come deve essere nella gamma naturale.

4. Se si fanno le note naturali cominciando dal *fa*, si ottiene la serie:

fa sol la si do re mi fa,
t. t. t. $^1/_2$t. t. t. $^1/_2$t.

Si ha cioè il 1° semitono fra il *si* e il *do*, ossia fra la 4ª e la 5ª invece di averlo fra la 3ª e la 4ª; mentre il 2° semitono è a posto cioè fra la 7ª *mi* e l'8ª *fa*. Ma basta abbassare il *si* di un semitono per avere la scala giusta. La nota *si* così abbassata di un semitono si dice *si bemolle*, e si indica col segno *b* che, come quello del *diesis*, si scrive a sinistra del segno della nota nella musica, e a destra nall'acustica a guisa di esponente. Così il *si* bemolle si scrive *si*^{b}.

La scala naturale di *fa* è pertanto:

fa , sol , la , si^b , do , re , mi , fa ,
t. t. $^1/_2$t. t. t. t. $^1/_2$t.

5. Così pure per trasformare la scala naturale in tono maggiore

do re mi fa sol la si do

che ha il 1° semitono fra la 3ª *mi* e la 4ª *fa* e il 2° semitono fra la 7ª *si* e l'8ª *do*, in una scala in tono minore, che

deve avere il 1° semitono fra la 2ª *re* e la 3ª *mi* e il 2° semitono fra la 5ª *sol* e la 6ª *la*, i musici bemollizzano il *mi*, cosicchè risulta un semitono fra il *re* e il *mi* bemolle, mentre fra il *mi* bemolle e il *fa* risulta un tono. E per avere il 2° semitono fra la 5ª *sol* e la 6ª *la*, essi bemollizzano il *la* e il *si*, cosicchè risulta un semitono fra il *la* bemolle e il *sol*, mentre fra il *la* bemolle e il *si* bemolle rimane un tono, e così pure tra il *si* bemolle e il *do* naturale.

Allora la scala precedente in tono maggiore si trasforma nella seguente:

do re mi^b fa sol la^b si^b do
t. $^1/_2$t. t. t. $^1/_2$t. t. t.

in tono minore, perchè ha un semitono fra il *re* e il *mi*^{b} cioè fra la 2ª e la 3ª, e un altro semitono fra la 5ª *sol* e la 6ª *la*^{b}, mentre fra *la*^{b} e *si*^{b} vi è un tono, come vi era prima fra il *la* e il *si* naturali, e così pure risulta un tono fra *si*^{b} e *do*.

6. Gli intervalli fra ciascuna nota naturale, diesata e bemollizzata, e il suono fondamentale *do*, sono scritti per ordine di grandezza nella seguente tabella:

do	= 1		sol^b	$= \frac{3}{2} \cdot \frac{24}{25}$	= 1,440
do#	$= 1 \cdot \frac{25}{24}$	= 1,042	sol	$= \frac{3}{2}$	= 1,500
re^b	$= \frac{9}{8} \cdot \frac{24}{25}$	= 1,080	sol#	$= \frac{3}{2} \cdot \frac{25}{24}$	= 1,563
re	$= \frac{9}{8}$	= 1,125	la^b	$= \frac{5}{3} \cdot \frac{24}{25}$	= 1,600
re#	$= \frac{9}{8} \cdot \frac{25}{24}$	= 1,172	la	$= \frac{5}{3}$	= 1,667
mi^b	$= \frac{5}{4} \cdot \frac{24}{25}$	= 1,200	la#	$= \frac{5}{3} \cdot \frac{25}{24}$	= 1,736
mi	$= \frac{5}{4}$	= 1,250	si^b	$= \frac{15}{8} \cdot \frac{24}{25}$	= 1,800
fa^b	$= \frac{4}{3} \cdot \frac{24}{25}$	= 1,280	si	$= \frac{15}{8}$	= 1,875
mi#	$= \frac{5}{4} \cdot \frac{25}{24}$	= 1,302	do^b	$= 2 \cdot \frac{24}{25}$	= 1,920
fa	$= \frac{4}{3}$	= 1,333	si#	$= \frac{15}{8} \cdot \frac{25}{24}$	= 1,953
fa#	$= \frac{4}{3} \cdot \frac{25}{24}$	= 1,389	do	= 2	= 2

7. Dunque per mezzo dei *diesis* e *bemolli* i musici possono incominciare le scale da una nota qualunque, e così trasportare una melodia verso l'acuto o verso il grave, cioè riprodurla cogli stessi intervalli. Di più possono passare dal tono maggiore al tono minore.

§ 10. Scala naturale e scala temperata o cromatica. — 1. La scala costituita nel modo anzidetto, cioè dalla successione di due toni (uno maggiore, l'altro minore) e un semitono, tre toni (maggiore, minore, maggiore) e un semitono, dicesi *scala naturale*, ed è quella più perfetta per gli orecchi musicali.

Essa si può eseguire negli stromenti a note non fisse, come gli stromenti a corde di cui si fa variare la lunghezza mediante la pressione delle dita (contrabasso, violoncello, viola, violino, chitarra, mandolino, arpa), come pure negli stromenti a fiato, nei quali si fa variare l'altezza delle note col variare l'energia del soffio; ma non si potrebbe effettuare negli stromenti a suoni fissi, come il pianoforte, gli armonium, le fisarmoniche, l'organo, ecc.

In questi si è costretti a seguire un'altra scala che dicesi *temperata* o *cromatica*, nella quale l'intervallo $^2/_1 = 2$ di ottava è diviso in 12 semitoni di egual valore.

2. Per intendere la necessità della scala temperata basta fare la seguente osservazione.

Il numero relativo delle vibrazioni del *do* essendo 1, quello del *do diesis* e $1 \cdot \frac{25}{24} = \frac{25}{24}$. Ora il *re* è $\frac{9}{8}$; quindi il *re bemolle* è $\frac{9}{8} \cdot \frac{24}{25} = \frac{27}{25}$; cioè il numero relativo delle vibrazioni del *re bemolle*, non coincide con quello del *do diesis*.

Così pure il *re* # non coincide col *mi b*, ecc. Perciò negli stromenti a note non fisse, come quelli ad arco, il suonatore perfetto cava il *do* # in modo diverso dal *re b*, e così per le altre note. Ma negli stromenti a suoni fissi, per distinguere una nota diesis dalla seguente bemolizzata si richiederebbero per ciascuna scala le 7 note fondamentali, le stesse 7 note diesate e le stesse 7 bemollizzate, in tutto 21 note diverse (*).

(*) Anzi, per cominciare la scala da una nota diesis o bemolle, bisognerebbe poi anche usare i doppi diesis e i doppi bemolli, e così per ogni scala si dovrebbero considerare le 7 note naturali, 7 note diesis e 7 note bemolli, 7 doppi diesis e 7 doppi bemolli, in tutto $7 . 5 = 35$ suoni. E per distinguere poi ancora il tono intero maggiore dal tono intero minore, e così pure il semitono maggiore dal minore, si richiederebbero nientemeno che 52 note per ciascuna ottava.

Quindi in detti stromenti a suoni fissi si richiederebbero 21 tasti nell'intervallo di una sola ottava, il che porterebbe una complicazione tale da renderne quasi impossibile l'uso.

3. Per evitare codesto inconveniente si riuniscono in una sola le note *do* # e *re b*, *re* # e *mi b*, ecc. Vale a dire fra ciascuno dei 5 toni interi della scala naturale, per es. fra *do* e *re*, si inserisce un semitono, che si considera ad un tempo come il diesis del *do* e il bemolle del *re*. Così si viene a dividere l'intervallo di ottava fra $do_1 = 1$ e $do_2 = 2$ in $5.2 + 2 = 12$ semitoni, che si fanno tutti uguali fra loro. Quindi siccome l'intervallo fra l'ultimo e il 1° deve essere di un'ottava, cioè 2, ciascuno di essi è $= \sqrt[12]{2} = 1,05946$.

Infatti, se questo intervallo comune è $= x$, il suono fondamentale essendo $= 1$, e l'ottava $= 2$, il 1° semitono sarà $= x$, il 2°, x^2 (perchè si ottiene il numero delle vibrazioni di una nota moltiplicando quello della nota precedente per il loro intervallo; così essendo:

$$\frac{\text{mi}}{\text{re}} = \frac{5}{4} : \frac{9}{8} = \frac{5}{4} \cdot \frac{8}{9} = \frac{10}{9},$$

risulta $\text{mi} = \text{re} \cdot \frac{10}{9}$), il 3° sarà x^3, e il 12°, x^{12}; siccome questo è l'ottava del suono fondamentale, così si ha $x^{12} = 2$, d'onde

$$x = \sqrt[12]{2} = 1,05946 .$$

4. Pertanto i numeri relativi di vibrazioni delle note della nuova scala così ottenuta, detta *scala temperata*, sono i seguenti:

do	1
do # e re *b*	1,060
re	1,122
re # e mi *b*	1,190
mi e fa *b*	1,260
fa e mi #	1,334
fa # e sol *b*	1,414
sol	1,498
sol # e la *b*	1,587
la	1,682
la # e si *b*	1,782
si e do_2 *b*	1,887
do_2 e si #	2,000

5. In tal modo risultano alterati tutti gli intervalli meno quello di ottava, perchè solo le note estreme della scala temperata coincidono con quelle della scala naturale.

Tuttavia le differenze fra le note delle due scale, sono abbastanza piccole per potersi trascurare. Perciò la gamma temperata può essere impiegata senza stonatura sensibile. Del resto l'abitudine del pianoforte ha disavvezzato molti musici dalla percezione degli intervalli esatti.

6. Pertanto nella scala temperata non si fa distinzione tra il tono intero maggiore e il tono intero minore; si identifica il semitono maggiore col minore, e si considerano come toni eguali il *diesis* di una nota e il *bemolle* della successiva. Così tutti i suoni dell'ottava si riducono a 12 soli, equidistanti fra loro. Su tale principio sono fondati gli stromenti musicali a suoni fissi, come i pianoforti, gli armonium, gli organi, ecc., nei quali con 7 tasti bianchi e 5 neri si provvede a tutti i suoni compresi in un' ottava.

7. Perciò nel pianoforte fra le note *do* e *re*, *re* e *mi*, date dai tasti bianchi, vi sono superiormente due semitoni dati da tasti neri; poi fra *mi* e *fa* non vi è alcun tasto nero, non occorrendo inserire un semitono che vi è già fra tali note nella scala naturale. Vi sono poi nuovamente tre tasti neri che danno i tre semitoni inseriti fra *fa* e *sol*, *sol* e *la*, *la* e *si*, mentre fra *si* e *do* non vi è più alcun tasto nero, essendovi già naturalmente un semitono.

8. Sebbene il temperamento della scala musicale abbia il vantaggio di presentare col minor numero possibile di toni il massimo numero possibile di scale, con sensibilmente eguale melodia, tuttavia esso trae seco l'inconveniente, che nessun accordo degli stromenti a scala temperata, come ad es. del pianoforte, è perfettamente puro. Ma siccome la composizione musicale ha il suo fondamento nel pianoforte, così la scala temperata è quella generalmente seguita dai cantanti e dagli istromentisti. Solo i concertisti, i quali si emancipano completamente dalle regole della scuola, ed hanno un assai fino orecchio, come pure i cantanti di quartetto che cantano senza accompagnamento di pianoforte, ritrovano da se stessi la melodia della scala naturale e raggiungono così il massimo effetto.

§ II. Interferenza delle onde. — 1. Chiamasi *interferenza delle onde* il fenomeno della sovrapposizione di due o più movimenti ondulatori che giungono contemporaneamente nello stesso punto del mezzo in cui si propagano. Ove gli spostamenti portati dalle onde hanno la stessa direzione, si sommano, e nasce uno spostamento maggiore; invece, ove gli spostamenti portati dalle onde hanno direzione contraria, si differenziano, e nasce uno spostamento minore, il quale è nullo quando gli spostamenti portati contemporaneamente

dalle onde nello stesso punto del mezzo sono eguali. Allora quel punto rimane in riposo.

I luoghi in cui lo spostamento è minimo o anche nullo diconsi *nodi* o *sezioni nodali;* le parti comprese fra due nodi successivi diconsi *internodi* o *concamerazioni;* infine i luoghi in cui lo spostamento è massimo, chiamansi *ventri* o *sezioni ventrali*.

2. Il fenomeno dell'interferenza dei moti ondulatorii si può osservare con un tubo di gomma elastica lungo alcuni metri e più o meno teso ai suoi capi. Dando un colpo secco ad uno di questi, si vede lo spostamento trasportarsi nel tubo, e giunto all'altro estremo ritornare indietro, però con cangiamento di direzione, cioè lo spostamento riflesso si fa in senso contrario di quello diretto. Ora se mentre l'onda riflessa ritorna addietro, si generano altre onde alla prima estremità, il che si ottiene dando ivi colpi regolarmente succedentisi, si vede il tubo dividersi in un certo numero di parti aliquote stabilmente oscillanti, separate da punti fissi o nodi.

Facendo ondulare opportunamente il tubo si può avere un punto fisso o *nodo* in mezzo e due *ventri* nelle due metà; ovvero 2 nodi fra i due estremi e 3 *ventri* frammezzo ad essi, ecc.

3. Lo stesso fenomeno si osserva fissando ad uno dei rebbi di un corista l'estremità di un filo bianco, che poi si tende convenientemente all'altro estremo con una morsa o con un peso, nel quale caso si fa passare il filo su di una carrucola o su di una verga. Indi si fa vibrare il corista, e quando la lunghezza, e la tensione del filo sono convenienti, si vede questo dividersi in parti aliquote, separate da nodi, il cui numero dipende dalle dimensioni e tensione del filo e dal numero delle vibrazioni del corista, come vedremo nello studio delle vibrazioni delle corde.

4. Specialmente splendidi riescono tali fenomeni, quando invece di un filo ordinario si fa uso, come fece Young, di un filo piatto d'argento illuminato con la luce solare od elettrica, ovvero, come fece Tyndall, si usa un filo di platino arroventato dalla corrente elettrica.

5. I nodi corrispondono ai punti in cui le onde che regolarmente si succedono portano contemporaneamente spostamenti eguali e di contrario senso, i quali si annullano, perciò tali punti rimangono in riposo; mentre i ventri corrispondono ai luoghi in cui le onde portano contemporaneamente spostamenti nello stesso senso, i quali si sommano e danno origine ad uno spostamento massimo.

6. Tali movimenti ondulatorii nei quali tutte le particelle si spostano assieme da una parte e dall'altra della loro posi-

zione d'equilibrio, diconsi *onde stazionarie*, per distinguerli dalle onde progressive nelle quali ogni successiva particella comincia il suo movimento più tardi della precedente. Mentre in queste le singole particelle del mezzo oscillano con eguale ampiezza, ma quella che segue incomincia e finisce la sua oscillazione dopo quella che precede, nelle onde stazionarie le singole particelle oscillano contemporaneamente, ma con diversa ampiezza.

7. Dunque, due sistemi di *onde progressive* che si incontrano si compongono in un sistema di *onde stazionarie*, nelle quali le particelle oscillano contemporaneamente, cioè passano contemporaneamente per le loro posizioni di riposo, e contemporaneamente se ne allontanano. Ma gli spostamenti delle particelle di due semionde successive si compiono contemporaneamente in senso contrario.

8. I fenomeni esposti avvengono anche per le onde longitudinali, come sono le onde sonore, nelle quali le particelle non si spostano trasversalmente alla propagazione del movimento, ma nel senso di questa.

E siccome le particelle si muovono contemporaneamente sempre in contrario senso da una parte e dall'altra del nodo che separa due semionde successive, perciò in questo caso esse ora vanno ambedue verso di quello, ora ambedue se ne allontanano. Quindi nei nodi avvengono alternativamente condensazioni e rarefazioni; mentre nei ventri non avvengono variazioni di densità, ovvero in minor grado degli altri punti.

9. Parimente, se sulla superficie dell'acqua o del mercurio si generano, in due punti differenti, sistemi di onde, ove un sollevamento incontra un sollevamento, nasce un sollevamento maggiore; ove una depressione incontra una depressione, nasce una depressione maggiore; ove invece un sollevamento incontra una depressione, lo spostamento risultante è la differenza dei due, la quale può anche essere nulla.

10. Ora ogni moto vibratorio eccitato in qualsivoglia punto di un corpo sonoro si propaga per tutto il medesimo, si riflette ai suoi limiti, e interferisce colle ondulazioni dirette, cosicchè il corpo intero si divide in un certo numero di parti aliquote vibranti contemporaneamente.

Perciò in generale i corpi sonori non vibrano mai intieri, ma si dividono in un certo numero di parti aliquote separate da nodi, pel detto fenomeno, dell'interferenza delle onde dirette che si propagano nei medesimi colle onde riflesse.

11. *La distanza tra due nodi successivi è uguale ad $^1/_2$ della lunghezza dell'onda.* Infatti supponiamo che un tubo di gomma elastica fisso ai due capi A e C (fig. 12) si faccia oscillare

in modo da assumere alternativamente le forme $AaBa'C$ e $AbBb'C$. Allora è evidente che la distanza AC è uguale all'intera lunghezza dell'onda $AaBa'C$ o $AbBb'C$ e che le distanze AB e BC, le quali comprendono una sola delle due sinuosità che in ogni istante presenta l'onda, sono uguali ad $^1/_2$ della lunghezza di questa. Ora i punti A, B e C, i quali stanno fermi, sono manifestamente nodi; d'onde concludiamo che la distanza fra due nodi vicini, come A e B, B e C, è uguale a $^1/_2$ della lunghezza dell'onda.

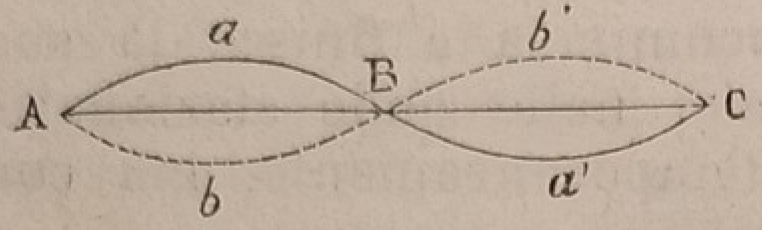


Fig. 12.

12. Dal teorema dimostrato si deducono i due seguenti corollarii.

1° *La distanza fra due ventri successivi è pure uguale a $^1/_2$ della lunghezza d'onda.* Infatti la distanza fra due ventri vicini è uguale a quella di due nodi vicini.

2° *La distanza fra un ventre ed il nodo vicino è uguale a $^1/_4$ della lunghezza d'onda*, perchè i ventri corrispondono ai punti di mezzo degli internodi, cioè delle distanze fra due nodi successivi.

§ 12. Corpi sonori. — 1. Si usano come corpi sonori quelli elastici, i quali sono più capaci di acquistare il moto vibratorio. I corpi liquidi non servono come corpi sonori perchè essi non reggono alla trazione, e per la pressione provano solo piccolissime variazioni di densità; però si possono ottenere suoni anche dai liquidi eccitandoli opportunamente, per es., la sirena (§ 4) può dar suono anche nell'acqua, d'onde appunto il suo nome. Per produrre suoni si usano pertanto solo i corpi solidi e gli aeriformi, e precisamente quelli che hanno una o due dimensioni assai piccole in confronto della 3ª, come le colonne aeree dei tubi sonori, le verghe, le corde, le piastre, le membrane, le campane, ecc. perchè essi riescono più pieghevoli, e quindi entrano più facilmente in vibrazione che i corpi estesi secondo le 3 dimensioni.

2. Quindi i corpi sonori si possono distinguere in *lineari* e *superficiali*, e in *rigidi* e *pieghevoli*. Corpi sonori *lineari pieghevoli* sono le corde; *lineari rigidi* le verghe, e come tali si possono pure considerare le colonne aeree dei tubi sonori (§ 16). Corpi sonori *superficiali pieghevoli* sono le membrane, per es., dei tamburi; *superficiali rigidi* sono le lastre vibranti di metallo, vetro, legno, ecc.

3. Questi corpi sonori possono vibrare o *trasversalmente* alla loro lunghezza o superficie ovvero *longitudinalmente* cioè nella direzione della lunghezza o superficie. Vibrano trasversalmente

le corde, le verghe, le lastre, ecc. strofinate o scosse in direzione perpendicolare alla loro lunghezza o superficie; vibrano longitudinalmente le corde, le verghe, le pareti dei bicchieri, ecc. quando si strofinano in direzione parallela alla lunghezza o superficie.

§ 13. Vibrazioni trasversali delle corde. (Mersenne 1636). — 1. Le corde sonore sono fili di metallo o di minugia (budello), i quali vengono tesi fissandoli ad un'estremità ed avvolgendoli attorno ad un cilindro o biscaro all'altra estremità, come negli stromenti musicali a corda, ovvero anche facendoli stirare da pesi. In questo caso la grandezza del peso esprime la grandezza della tensione.

Le corde, una volta tese, vengono fatte vibrare trasversalmente alla loro lunghezza o pizzicandole colle dita o strofinandole con un archetto od anche battendole con un martellino di legno guernito di pelle (tasto).

2. Rappresentando con

n il numero assoluto delle vibrazioni doppie di una corda per secondo,
l la lunghezza,
r il raggio (poichè la si può considerare come un cilindro),
p il peso specifico,
P la tensione o il peso che la tende,
π il rapporto della circonferenza al diametro,
g l'accelerazione della gravità,

il numero n delle vibrazioni trasversali di una corda è espresso dalla formola

$$n = \frac{1}{2rl}\sqrt{\frac{gP}{\pi p}}$$

3. *Dimostrazione matematica.* — Supponiamo che si sposti nel suo punto medio una corda tesa di lunghezza AB (fig. 13) Allora essa si mette a vibrare ed assume alternativamente le posizioni AaB e AbB. I due punti fissi A e B sono due nodi successivi; pertanto la distanza AB è uguale ad $^1/_2$ della lunghezza d'onda (§ 11, n° 11), cioè se l è la lunghezza della corda

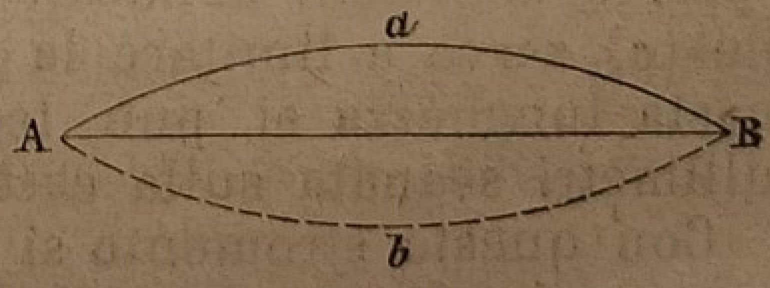


Fig. 13.

e l' quella dell'onda, abbiamo $l = \frac{l'}{2}$. Ma $l' = \frac{v}{n}$ (§ 3, n° 9), quindi sarà $l = \frac{v}{2n}$, da cui si trae $n = \frac{v}{2l}$. Ora se indichiamo con v la velocità di propagazione del moto vibratorio in una

corda tesa, con P la sua tensione e con m la massa dell'unità di lunghezza della medesima, la meccanica razionale dimostra che fra le 3 quantità esiste la relazione $v=\sqrt{\frac{P}{m}}$ (§ 3, n° 3).

Ma la massa m è data dal prodotto del volume $\pi r^2 \times 1 = \pi r^2$ dell'unità di lunghezza della corda, la quale è un cilindro di raggio r, per la densità d della medesima, cioè $m = \pi r^2 d$. E siccome tra la densità d ed il peso specifico p di un corpo passa la relazione $p = dg$ (*) ossia $d = \frac{p}{g}$, abbiamo $m = \pi r^2 \frac{p}{g}$. Pertanto la formola precedente diventerà

$$v=\sqrt{\frac{P}{\pi r^2 \frac{p}{g}}}=\frac{1}{r}\sqrt{\frac{gP}{\pi p}}.$$

Finalmente sostituendo questo valore di v nella formola $n=\frac{v}{2l}$, si ottiene

$$n=\frac{1}{2rl}\sqrt{\frac{gP}{\pi p}}.$$

Quindi conseguono le seguenti leggi.

4. *Leggi delle vibrazioni trasversali delle corde.* — *Il numero delle vibrazioni trasversali di una corda è in ragione inversa della sua lunghezza, del suo diametro, e della radice quadrata del suo peso specifico, ed è in ragione diretta della radice quadrata della sua tensione.*

5. *Prove sperimentali.* — Per studiare le vibrazioni delle corde si usa uno stromento detto *monocordo* o *sonometro* (fig. 14). Esso consiste in una cassa rettangolare a pareti sottili di legno d'abete, su cui si possono tendere le corde mediante cavicchi o pesi e ponticelli collocati alle estremità. Un cavalletto mobile (c) serve a limitare la lunghezza delle corde vibranti, e questa lunghezza si può leggere su di una scala divisa in millimetri segnata sulla cassa tra i due ponticelli estremi.

Con questo stromento si verificano le leggi delle vibrazioni trasversali delle corde nella seguente maniera.

6. 1° *Legge delle lunghezze.* — *Il numero delle vibrazioni di una corda è in ragione inversa della sua lunghezza.*

(*) Infatti, tra il peso P di un corpo, la sua massa m, e l'intensità g della gravità si ha la relazione generale $P = mg$ (Vol. I, § 44, n° 6), e siccome la massa dell'unità di volume si chiama densità, e si rappresenta con d, perciò pel peso p dell'unità di volume o peso specifico, si ha $p = dg$.

Infatti, se si fa vibrare una corda del sonometro tutta intiera, essa rende un certo suono che dipende dalla sua lunghezza, dal suo raggio, della sua tensione e densità. E siccome

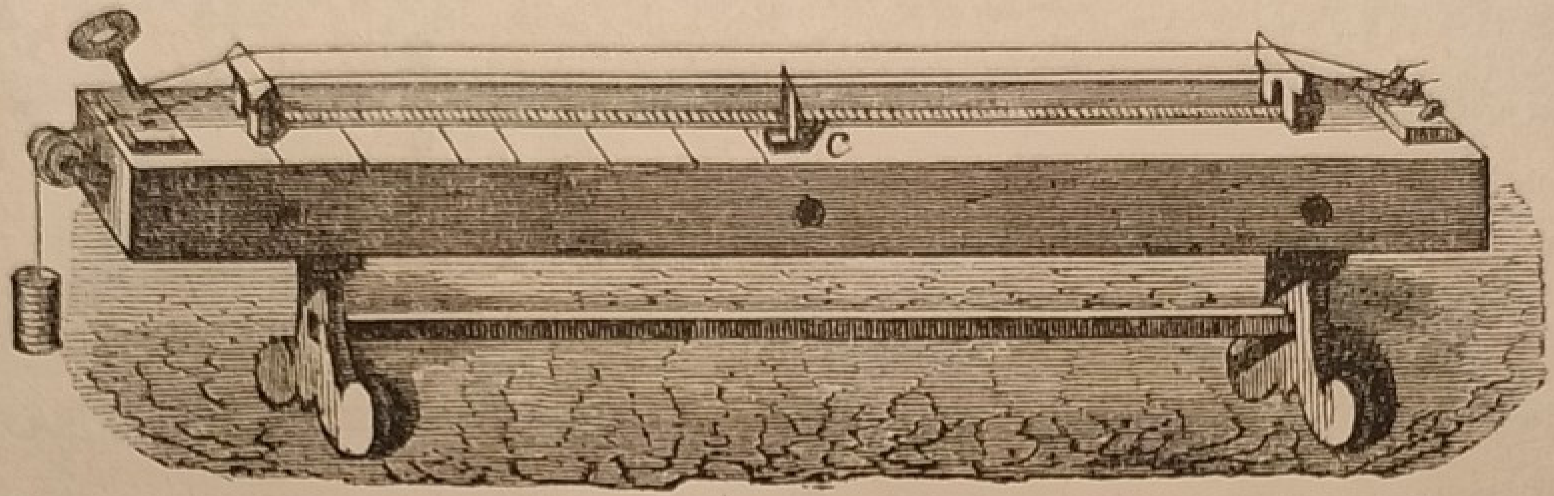


Fig. 14.

una scala si può cominciare da qualunque nota (§ 8, n° 5), perciò si può prendere quel suono come fondamentale di una scala (*). Ora per avere le note seguenti della gamma, bisogna appunto, spostando il cavalletto mobile, far vibrare frazioni della lunghezza della corda espresse dai valori reciproci dei numeri relativi di vibrazioni delle diverse note della scala; cioè per avere le note:

do re mi fa sol la si do_2

i cui numeri relativi di vibrazioni sono:

$$1 \quad \frac{9}{8} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{5}{3} \quad \frac{15}{8} \quad 2,$$

bisogna far vibrare frazioni della lunghezza della corda espresse dai numeri:

$$1 \quad \frac{8}{9} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{8}{15} \quad \frac{1}{2}.$$

7. Per es., se la lunghezza della corda è 1 metro, e se essa è tesa in modo che vibrando intiera dia un *do*, le frazioni di essa che danno le diverse note della scala sono rispettivamente:

do . . . . $1000 \text{ mm.} \times 1 = 1000{,}0$ mm

re . . . . $1000 \text{ mm.} \times \frac{8}{9} = 888{,}8$ »

mi . . . . $1000 \text{ mm.} \times \frac{4}{5} = 800{,}0$ »

(*) Se si vuole che tale suono sia precisamente un do_1 o do_2 ecc. della scala musicale, basta tendere la corda più o meno, finchè essa sia precisamente all'unisono con un corista che dia quella nota.

fa	$1000 \text{ mm.} \times \frac{3}{4} =$	750,0 mm
sol	$1000 \text{ mm.} \times \frac{2}{3} =$	666,0 »
la	$1000 \text{ mm.} \times \frac{3}{5} =$	600,0 »
si	$1000 \text{ mm.} \times \frac{8}{15} =$	532,5 »
do	$1000 \text{ mm.} \times \frac{1}{2} =$	500,0 »

Partendo dalla lunghezza $^1/_2$ m $= 500^{\text{mm}}$ si ottengono le note di un'altra scala più alta facendo vibrare le stesse frazioni di tale lunghezza; e così pure partendo dalla lunghezza $^1/_4$ m $= 250^{\text{mm}}$, si ottengono le note successive di una 3ª scala più acuta, ecc.

8. *Applicazione della legge delle lunghezze negli stromenti a corda.* — Gli stromenti musicali a corda possono essere divisi in tre classi, secondo che il suono viene prodotto col fregamento dell'archetto, col pizzico delle dita o col tasto.

Alla prima classe (stromenti a fregamento) appartengono il violino, la viola, il violoncello, il contrabasso o violone; alla seconda classe (stromenti a pizzico) l'arpa, la chitarra, la lira, il mandolino; alla terza classe (stromenti a tasto) il pianoforte, il clavicembalo, la spinetta.

Ora nelle due prime classi di stromenti si fa variare la lunghezza della parte vibrante della corda toccandola opportunamente colle dita, e si ottiene così da un piccolo numero di corde un'infinità di suoni. Negli stromenti a tasto si ottengono i suoni più acuti da corde più corte.

9. 2° *Legge del diametro: il numero delle vibrazioni delle corde, a parità degli altri elementi, è in ragione inversa del diametro.*

Se si tendono collo stesso peso corde della stessa lunghezza e sostanza aventi i

diametri	1 ,	2 ,	3 ,
si ottengono note i cui nⁱ relativi di vibrazioni sono:	1 ,	$\frac{1}{2}$,	$\frac{1}{3} = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3}$,

cioè si ottengono il suono fondamentale, l'ottava bassa di questo, e la quarta della doppia ottava bassa (§ 8, n° 17).

10. Si applica la legge dei diametri, tanto negli stromenti a corde di lunghezza variabile (prime due classi), quanto in quelli a corde di lunghezza costante (terza classe), ricavando i suoni più acuti dalle corde più sottili.

11. 3° *Legge della tensione: il numero delle vibrazioni delle corde, a parità degli altri elementi, è direttamente proporzionale alla radice quadrata della tensione.*

Infatti, se si tendono due corde eguali, una col peso 4 e l'altra col peso 1, si trova che i numeri di vibrazioni delle due corde stanno fra loro come $\sqrt{4} : \sqrt{1} = 2 : 1$, cioè la 1ª dà l'ottava acuta della 2ª.

Se poi si tende una stessa fune coi pesi 1, 4, 9, 16..., si ottengono i suoni 1, 2, 3, 4 ecc. cioè i suoni armonici.

12. I suonatori ricavano da una stessa corda suoni più o meno acuti col tenderla più o meno, e così appunto accordano gli stromenti musicali.

13. 4° *Legge del peso specifico: il numero delle vibrazioni delle corde, a parità degli altri fattori, è in ragione inversa della radice quadrata del loro peso specifico.*

Tendendo egualmente due corde di pari lunghezza e diametro, l'una di minugia e l'altra di ottone, avente un peso specifico maggiore, si trova che la seconda dà un suono più grave che la prima. E precisamente, se i pesi specifici delle due corde sono 1 e 9, i numeri di vibrazioni corrispondenti stanno come $\sqrt{9} : \sqrt{1} = 3 : 1$.

14. Si applica pure codesta legge negli stromenti a corde ricavando i suoni più gravi da quelle di metallo anzichè di minugia, ovvero da corde di minugia rivestite di filo metallico, che aumenta la densità complessiva della massa vibrante.

15. Le esposte leggi si verificano esattamente solo per corde dotate di pieghevolezza assoluta; invece siccome esse posseggono una certa rigidezza, per la quale le loro molecole, anche senza che la corda sia tesa, sono sottoposte ad una certa tensione, ne risulta che esse oscillano come corde dotate di pieghevolezza assoluta, ma aventi maggiore tensione.

D'onde consegue che il numero delle vibrazioni di una corda viene accresciuto dalla sua rigidezza, tanto più quanto maggiore è il suo diametro, quanto minore è la sua lunghezza e minore la sua tensione; perchè col crescere di questa scompare quella dovuta alla rigidezza della corda.

16. *Nodi e ventri nelle corde vibranti. — Come negli altri corpi sonori, così pure nelle corde vibranti esistono dei punti fissi o nodi e dei punti di massima ampiezza di vibrazione o ventri.*

17. Se la corda vibra intera, esistono due nodi, uno a ciascuna estremità, ed un ventre in mezzo.

Il che si dimostra ponendo sulla medesima tre cavalieri di carta, uno in mezzo e due agli estremi; quando essa viene scossa, quello di mezzo è sbalzato, mentre gli estremi rimangono.

In questo caso la corda dà il suono fondamentale corrispondente alla sua lunghezza, diametro, tensione, peso specifico.

18. Se poi si dispone un cavalletto mobile nel punto di mezzo (c, fig. 15) della corda, o la si preme ivi leggermente

Fig. 15.

col dito, mentre si eccita coll' archetto una delle metà della corda, si produce nel punto medio un nodo, e non solo la metà della corda che viene scossa, ma anche l'altra vibra con nodi agli estremi ed un ventre in mezzo, cosicchè essa presenta in tutto tre nodi (in a, c, b) e due ventri frammezzo; il che si può pure dimostrare mediante i cavalieri di carta.

In tal caso, secondo la legge delle lunghezze, la corda dà il primo armonico 2, cioè l'ottava acuta del suono fondamentale.

19. Collocando il cavalletto mobile [in c, fig. 16 (1)] ad un terzo della corda e scuotendo questo terzo (ac), gli altri due (cb) si dividono pure in due parti eguali (cd, db) vibranti separatamente; cioè si produce un nodo nel punto di mezzo (d) dei $^2/_3$ della corda, e due ventri fra questo nodo e i due estremi (c, b). In tutto adunque si producono nella corda 4 nodi e 3 ventri.

Infatti i cavalieri di carta collocati nei nodi stanno in quiete, mentre quelli collocati nei ventri salterellano o sono sbalzati dalla corda.

In tal caso, secondo la legge delle lunghezze, la corda dà il suono armonico 3, cioè la quinta dell'ottava.

20. Analogamente avviene se il cavalletto mobile è a $^1/_4$ della corda [in c, fig. 16 (2)]; i rimanenti $^3/_4$ si dividono in

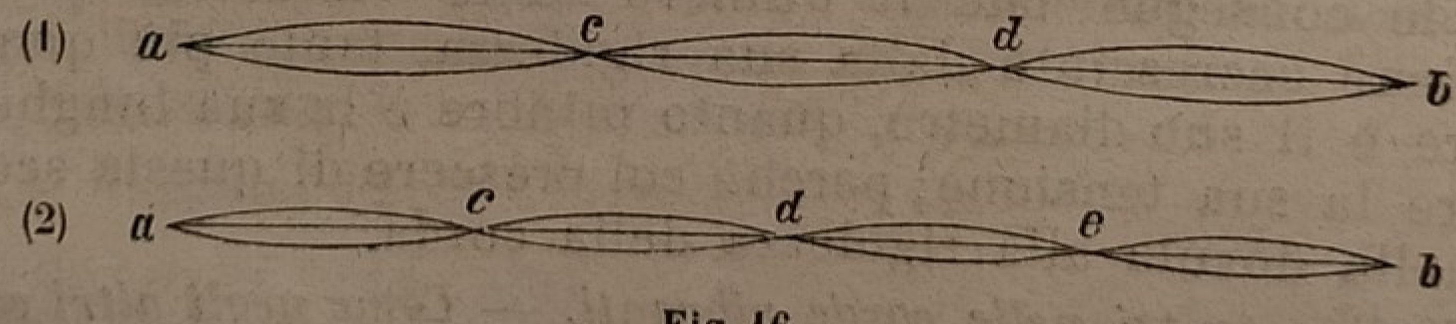


Fig. 16.

3 parti eguali vibranti separatamente; in questo caso la corda dà il suono $4 = 2 . 2$ cioè la doppia ottava.

21. Anzi, per ottenere la formazione dei nodi e dei ventri non è neppur necessario il cavalletto sotto la corda, ma basta toccarla leggermente in uno dei detti punti col dito, ovvero con una barba di penna, ovvero con un pennello; i toni ar-

monici allora riescono assai dolci e puri, simili a quelli del flautino; perciò si dicono appunto *flautini*.

22. Di più, non solo una corda dà i suoni armonici del suo tono fondamentale quando viene opportunamente toccata in qualche punto, ma anche quando vibra intera, un orecchio esercitato sente, oltre il suono fondamentale, un certo numero di armonici superiori 2, 3, 4, 5 ecc.

Il che proviene da ciò, che una corda, come la maggior parte degli altri corpi sonori, mentre vibra intera, si divide spontaneamente in parti aliquote vibranti contemporaneamente per proprio conto, d'onde risulta non solo il tono fondamentale corrispondente alle vibrazioni della corda intiera, ma anche i toni armonici superiori corrispondenti alle vibrazioni delle sue parti aliquote, i quali sono percepiti dagli orecchi esercitati.

Tale coesistenza di molti toni nel suono di una corda è facile a riconoscere nelle corde abbastanza grosse e lunghe, per es., in quelle del contrabasso; ma coll'abitudine si giunge a sentirla in tutte le corde.

23. La formazione dei nodi e dei ventri avviene, perchè facendo vibrare $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$ ecc. della corda, si producono onde progressive le cui lunghezze sono $^2/_2$, $^2/_3$, $^2/_4$ ecc. cioè doppie della lunghezza della parte scossa della corda. Ora queste onde dirette interferiscono colle onde riflesse agli estremi della corda (con cangiamento di senso nello spostamento), ad $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$ ecc. della lunghezza della medesima (come indicano le fig. 15 e 16), d'onde risultano in essa 2, 3, 4, ecc. *onde stazionarie*, delle quali due qualunque contigue sono in opposta fase di vibrazione. Siccome queste parti aliquote vibranti sono 2, 3, 4, ecc. volte più corte della corda intera, debbono esse, per la legge delle lunghezze, eseguire un numero 2, 3, 4, ecc. volte maggiore di vibrazioni, cioè generare i suoni armonici superiori 2, 3, 4, ecc. ossia l'ottava acuta, l'ottava della quinta, la doppia ottava, ecc.

24. Quindi nell'esperienza di Melde (§ 11, n° 3) il filo oscilla intero solo quando per la sua lunghezza, il suo diametro, la sua tensione e densità, può fare tante vibrazioni quante il diapason, ovvero farne la metà, quando il diapason oscilla nella direzione del filo.

Esso poi si divide in parti aliquote, che presentano onde stabili, soltanto quando la sua lunghezza è un multiplo della semilunghezza dell'onda che il diapason genera nel medesimo; la quale condizione si può raggiungere o col tendere più o meno il filo, perchè col variare della tensione varia la velo-

cità di propagazione del moto ondulatorio, secondo la formola $v = \sqrt{\frac{T}{m}}$, (§ 3, n° 3), e quindi la lunghezza dell'onda, ovvero col fare variare la lunghezza del filo in modo che diventi multipla delle semilunghezze d'onda. Se dette condizioni non sono soddisfatte esso non oscilla nè intero nè diviso in parti aliquote, perchè l'interferenza delle onde riflesse colle dirette non permette tale divisione.

§ 14. **Vibrazioni trasversali delle verghe. Corista.** (Bernouilli, 1753; Chladni 1796). — 1. Le *verghe* od asticelle di legno, di vetro o di metallo, aventi sezione piccola rispetto alla lunghezza, fisse o sostenute in uno o due punti, possono vibrare in virtù della sola elasticità, senza bisogno di essere tese.

2. Esse sono impiegate come corpi sonori nei tubi a linguetta (§ 16), nelle ribebe, nelle scatole sonanti, nelle armoniche fatte con lastre di vetro o di acciaio (metallofoni), ecc. Nelle scatole sonanti esse sono fisse ad un capo e libere all'altro, e vengono scosse da punte metalliche convenientemente fissate su di un cilindro girante. Invece nelle armoniche di vetro o di acciaio le lastre sono libere ad ambe le estremità, ma appoggiate frammezzo su cordoncini paralleli, e si fanno suonare battendole con un martellino di legno o di sughero; così pure nel sonaglio fatto con pezzi di legno.

In tutti questi casi esse vibrano trasversalmente alla loro lunghezza.

3. Il loro modo di vibrazione è assai diverso secondochè sono fisse ad un'estremità e libere all'altra, o fisse ad ambe le estremità, ovvero fisse nel mezzo e libere ad ambe le estremità, ovvero semplicemente appoggiate in due punti su spigoli di sughero o su funicelle; ed in tutti questi casi esse possono dividersi in un numero più o meno grande di onde stazionarie separate da nodi, per l'interferenza delle onde dirette colle riflesse.

4. *Formola generale delle vibrazioni trasversali delle verghe.*

Rappresentando

con n il numero delle vibrazioni trasversali,
» s la grossezza, o spessore,
» l la lunghezza,
» e il modulo di elasticità della sostanza della verga,
» p il peso specifico della medesima,
» g l'accelerazione della gravità,
» A un coefficiente che contiene il n° $2\pi = 6,28$, e dipende dal modo con cui la verga è sostenuta.

Si dimostra mediante la teoria dell'elasticità che il nu-

mero delle vibrazioni trasversali di una verga è espresso dalla formola:

$$n = A \frac{s}{l^2} \sqrt{\frac{eg}{p}} .$$

5. Per verghe sostenute nella stessa maniera e vibranti con egual numero di nodi, la precedente formola esprime la seguente

Legge generale delle vibrazioni trasversali delle verghe. — Il numero delle vibrazioni trasversali di una verga è indipendente dalla sua larghezza, ma è direttamente proporzionale alla sua grossezza, ed alla radice quadrata del suo modulo di elasticità, ed inversamente proporzionale al quadrato della lunghezza e alla radice quadrata del peso specifico.

6. La legge si semplifica quando si tratta di verghe della stessa sostanza, fisse od appoggiate nello stesso modo. Allora il numero relativo n delle vibrazioni trasversali dipende solo più dallo spessore s e dalla lunghezza l (perchè gli altri fattori A, e, g, p, sono eguali), ed è dato dalla formola

$$n = \frac{s}{l^2} ,$$

la quale esprime che *il numero relativo delle vibrazioni trasversali è in ragione diretta dello spessore ed in ragione inversa del quadrato della lunghezza, mentre è indipendente dalla larghezza.*

7. *Prove sperimentali.* — 1° *Legge delle lunghezze.* — *Il numero relativo delle vibrazioni trasversali delle verghe, a parità degli altri elementi, è in ragione inversa del quadrato della lunghezza.*

Ciò si verifica, per es., nell'armonica a lastre di vetro o di acciaio (metallofono), ordinariamente costituita da 15 lastre di grandezza decrescente, delle quali la più corta ha lunghezza metà della più lunga; ora la prima dà la doppia ottava alta del tono dell'ultima, e la lastra che dà la semplice ottava, ha una lunghezza 1,4 della più corta, il che è conforme alla legge delle lunghezze.

8. Infatti:

sia n il numero delle vibrazioni della più lunga,
n' » » » corta,
l la lunghezza della più lunga,
l' » » corta;

si ha dalla legge: $\frac{n}{n'} = \frac{l'^2}{l^2}$,

d'onde si ricava $\frac{l'}{l} = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n'}}$;

e se $n = 1$, $n' = 2$, sostituendo risulta:

$$\frac{l'}{l} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{1,4} \text{ d'onde } l = l' . 1,4.$$

Se $n = 1$, $n' = 4$, si ottiene

$$\frac{l'}{l} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2} \text{ cioè } l = l' . 2.$$

Quindi per avere le note della gamma si debbono far vibrare le lunghezze:

$$\sqrt{1}\,,\ \sqrt{\frac{9}{8}}\,,\ \sqrt{\frac{5}{4}}\,,\ \sqrt{\frac{4}{3}}\,,\ \sqrt{\frac{3}{2}}\,,\ \sqrt{\frac{5}{3}}\,,\ \sqrt{\frac{15}{8}}\,,\ \sqrt{2}\,.$$

9. Parimente, se un ferro da calze fisso ad una estremità viene fatto vibrare colle lunghezze

$$1\ ,\ \frac{1}{2}\ ,\ \frac{1}{3}\ ,\ \frac{1}{4}\ ,\ \text{ecc.},$$

i numeri relativi delle sue vibrazioni sono rispettivamente

$$1\ ,\ 4\ ,\ 9\ ,\ 16\ ,\ \text{ecc.}$$

10. Siccome i numeri di vibrazioni per le verghe stanno in rapporto inverso non colla semplice lunghezza, come per le corde, ma col quadrato della medesima, perciò l'altezza del tono di una verga cresce rapidamente, per piccole diminuzioni della sua lunghezza. Quindi negli stromenti indicati (n° 2), i cui suoni vengono generati con verghe, queste abbisognano solo di piccole lunghezze in confronto cogli stromenti a corde.

11. *Legge della grossezza. — A parità degli altri elementi, il numero relativo delle vibrazioni è direttamente proporzionale alla grossezza.*

Infatti, una lastra della stessa sostanza e lunghezza di un'altra, ma di grossezza doppia, dà l'ottava acuta del tono fondamentale di questa.

12. *Legge della larghezza.* — Quando due lastre di eguale sostanza e grossezza, ma di diversa larghezza, sono fisse nello stesso modo, si ottiene dalle medesime lo stesso tono, cioè *il suono è indipendente dalla larghezza*, come esprime la legge.

13. L'influenza del modo con cui la verga è fissata sul numero delle vibrazioni è dimostrata dal fatto che una verga fissa ai due estremi dà un suono fondamentale il cui numero di vibrazioni è più che 4 volte maggiore di quello del suono fondamentale di una verga fissa ad una sola estremità. Nel

1° caso la verga oscilla con due nodi agli estremi e con un ventre in mezzo, e perciò come un'onda stazionaria di lunghezza metà di quella della stessa verga fissa ad una sola estremità, che ha ivi un nodo e un ventre all'estremità libera. Ora se il numero delle vibrazioni dipendesse solo dalla lunghezza, il suono fondamentale della verga fissa ai due estremi dovrebbe solo essere la doppia ottava di quello della verga fissa ad un solo estremo ; siccome è ancora più elevato, si deve concludere che il modo con cui la verga è fissata modifica la sua elasticità.

Del resto, si deve osservare che non si può fissare una verga ai suoi estremi, senza accorciare alquanto la lunghezza della sua parte vibrante, cioè, che una verga fissa ai due estremi ha necessariamente una lunghezza vibrante minore che una verga fissa ad un solo estremo.

14. *Quando le verghe, come gli altri corpi sonori, si dividono in parti separate da nodi, queste, in generale, non sono di eguale lunghezza.* — Solo nel caso in cui una verga è fissa ai suoi estremi, le sue parti vibranti sono eguali; perciò i numeri di vibrazioni di una tale verga quando essa vibra con

0 , 1 , 2 , 3

nodi intermedii fra gli estremi, stanno fra loro come i numeri

1 , 4 , 9 , 16 ,

perchè le distanze fra due nodi e quindi le lunghezze delle parti vibranti sono

1 , 2 , 3 , 4

volte minori (fig. 17).

Fig. 17.

15. Invece per una verga fissa ad una sola estremità, e vibrante con nodi, la distanza dell'ultimo nodo dall'estremità libera, che è un ventre, è minore della distanza degli altri nodi dagli altri ventri, e queste non sono neppure fra loro perfettamente eguali ; perciò i numeri di vibrazioni della medesima vibrante con

0 , 1 , 2 , 3 , 4

nodi intermedii fra i suoi estremi stanno solo approssimativamente come

i numeri 1 , 9 , 25 , 49 , 81 ,

cioè come i quadrati degli armonici dispari, perchè le distanze fra due nodi e quindi le lunghezze delle parti vibranti sono solo approssimativamente

$$1 \ , \ 3 \ , \ 5 \ , \ 7 \ , \ 9$$

volte minori, che quando essa vibra intera (fig. 18).

16. Le vibrazioni di una tale verga sono assai complesse e si possono osservare col *caleidofono* di Wheatstone (1827),

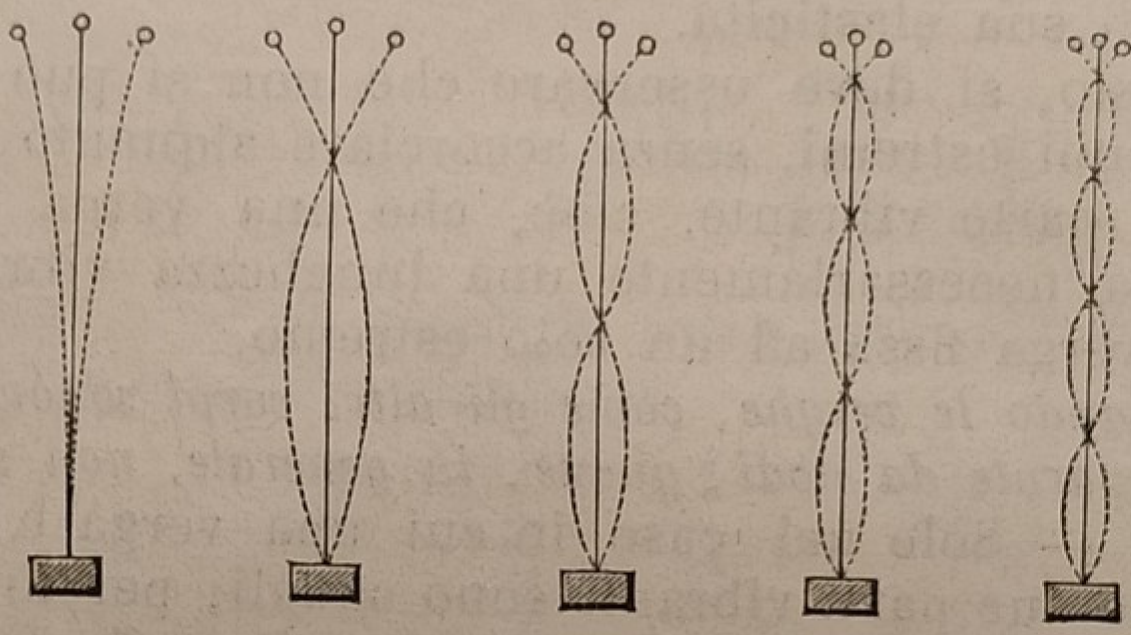


Fig. 18.

nel quale la verga vibrante porta una sferina di vetro argentata (fig. 18), su cui si fa cadere un fascio luminoso.

17. Nel caso in cui la verga è libera agli estremi e vibra con due o più nodi, questi si trovano a distanza alquanto minore di $^1/_4$ della sua lunghezza dagli estremi (fig. 19).

Perciò nelle armoniche a lastre di vetro o di acciaio, queste vengono appoggiate su punti distanti dagli estremi meno di $^1/_4$ della loro lunghezza. I nodi di tali lastre si rendono visibili spargendo sabbia sulle medesime, la quale si raccoglie su quelli.

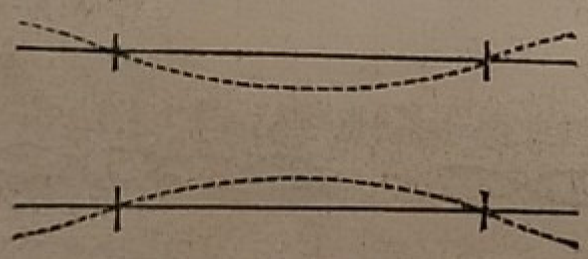


Fig. 19.

18. Siccome i toni armonici delle parti in cui si divide una verga vibrante, sono assai acuti e non tutti consonanti col suono fondamentale, perciò i suoni delle verghe vengono poco usati nella musica.

19. *Diapason o corista.* — Il *diapason* o *corista* (fig. 20), che serve ad accordare gli stromenti musicali, è una verga d'acciaio ricurva ad **U** e sostenuta da un piede, la quale si mette in vibrazione battendola su di un corpo solido, ovvero facendo passare tra i suoi due rami o *rebbi*, un cilindro di metallo che li allontana. Per rinforzare il suono dello stromento esso è applicato, mediante il piede, ad una cassa armonica di legno, chiusa ad una estremità e aperta all'altra.

20. Secondo le leggi delle vibrazioni delle verghe (§ 14, n° 5) i diapason più lunghi e più sottili danno suoni più gravi, e quelli più corti e più grossi danno suoni più acuti; permodochè *regolandone la lunghezza e grossezza si possono ottenere diapason che diano differenti note.*

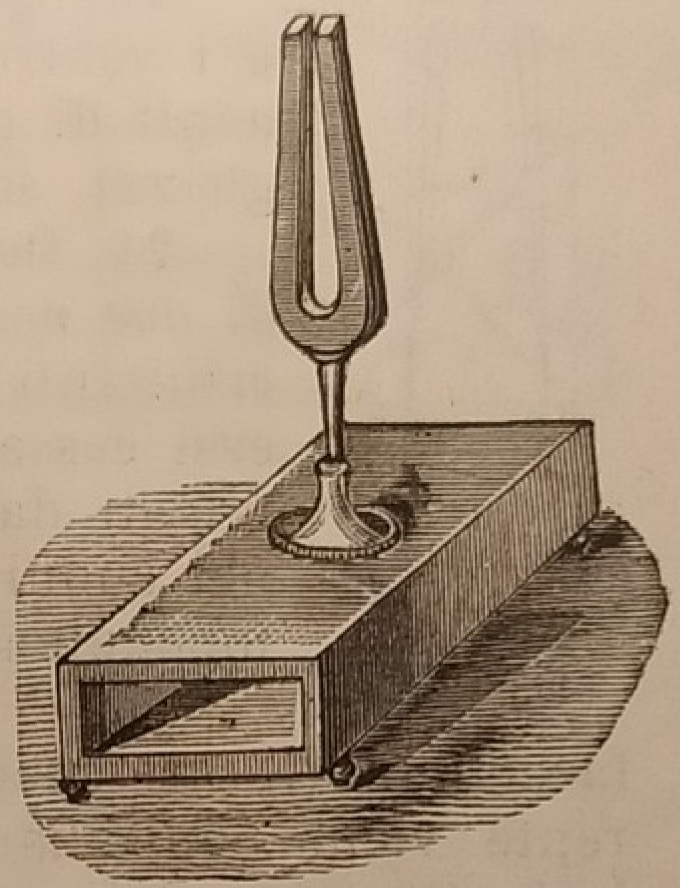


Fig. 20.

21. *Quello che si usa nelle orchestre* è un la_3, ed è il suono che deve dare la 2ª corda del violino (la prima essendo il cantino). Altra volta si era convenuto che il corista delle orchestre dovesse fare 856 vibr. semplici per secondo; ma siccome i musici non ne facevano uso e regolavano i loro stromenti ad orecchio, accadde che la nota fondamentale dalla quale partivano, andò sempre più elevandosi di altezza. Inoltre non era precisamente la stessa nei grandi teatri d'Europa; il che è un inconveniente per i cantanti che debbono modificare le loro note passando da un teatro all'altro.

In Francia, nel 1859, una Commissione nominata espressamente dal Governo adottò siccome corista normale, obbligatorio per tutti gli stabilimenti musicali della Francia, quello che fa 870 vibr. semplici, ossia 435 vibr. doppie per secondo.

22. Tuttavia nel maggior numero delle orchestre fuori di Francia il la_3 viene fatto di 430 a 440 e perfino di 444 vibrazioni doppie per secondo. Così il la_3 di Berlino fa 448,5 vibrazioni doppie al secondo; quello di Londra 452; quello dell'orchestra del teatro alla Scala di Milano dà 451, 5 vibrazioni al secondo, e quello del teatro San Carlo a Napoli 445. Questo si chiama anche il corista italiano, perchè è il più usato in Italia per l'accordatura degli stromenti musicali a suoni fissi, come i pianoforti, gli armonium, ecc.

Il Congresso musicale di Milano del 1881 adottò siccome corista normale il *la* di 864 vibrazioni semplici o 432 vibrazioni doppie per secondo.

23. Una verga rettilinea vibrante, libera alle due estremità, ha ivi 2 ventri e uno nel mezzo, e quindi due nodi frammezzo ai 3 ventri ad $1/4$ circa della sua lunghezza dagli estremi fig. 19. Se poi essa viene incurvata verso il mezzo, in forma di forchetta, i due nodi si avvicinano fra loro e si portano verso la parte ricurva. Perciò *i due rebbi di un diapason oscillano contemporaneamente verso l'interno, mentre la parte inferiore ricurva oscilla verso il basso ed inversamente* (fig. 21). Infatti un corista vibrante

posato col suo piede su di una tavola cammina salterellando sulla medesima per un certo tratto, e così appunto urtando la tavola le comunica il suo moto vibratorio.

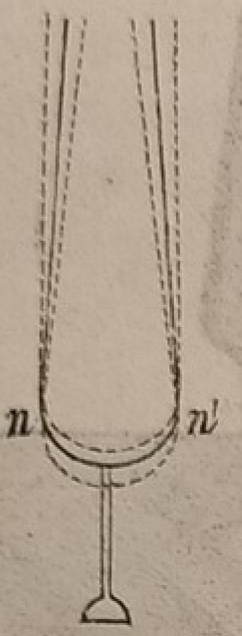


Fig. 21.

Per questo aumento della distanza fra i nodi e i ventri estremi della verga, essa dà suoni meno acuti di quelli che darebbe, per la sua breve lunghezza, se fosse rettilinea.

24. Del resto, *un diapason oscilla anche con più di due nodi*, e le altezze dei toni più elevati così risultanti crescono assai rapidamente. Ma siccome essi cessano pure rapidamente, e sono poco rinforzati dalla cassa armonica, perciò un diapason nei suoni più lunghi fa sentire solo il suo tono fondamentale (Chladni 1802).

25. *Si può rendere durevole il suono del diapason* facendolo vibrare mediante un'elettrocalamita, in cui la corrente viene continuamente interrotta e ristabilita dalle oscillazioni stesse del corista, le quali risultano dall'attrazione magnetica e dalla elasticità del medesimo.

26. *Nella musica il corista viene usato per accordare gli stromenti*, perchè esso non è, come questi, sensibilmente influenzato dall'umidità, dal calore, e dall'aria. Nell'acustica torna assai utile in molte esperienze.

27. Infine *il diapason serve* anche per la misura di piccolissime frazioni di tempo, per ottenere rotazioni uniformi, e quindi il sincronismo di orologi, telegrafi, ecc. poichè si è verificato che l'influenza della temperatura sulla velocità delle sue vibrazioni è trascurabile.

§ 15. Vibrazioni trasversali delle piastre e delle membrane. (Chladni 1787; Savart 1829). — 1. *Le piastre di legno, di vetro, di metallo vengono poste in vibrazione*, quando si fissano in un punto e si fregano all'orlo con un archetto ovvero si battono con un martelletto. Esse però non oscillano intere, ma si dividono in parti aliquote le quali sono separate da linee di riposo o *nodali*, e quelle contigue vibrano contemporaneamente in senso contrario.

2. *Il che si dimostra* spargendo su di una piastra in vibrazione fina sabbia, la quale si vede salterellare e fuggire dalle porzioni della superficie ove è massima l'ampiezza della vibrazione, cioè dai ventri, per raccogliersi sulle linee nodali, in riposo, costituendo così una figura simmetrica più o meno complicata (*figure acustiche di Chladni*). Queste figure si possono far variare artificialmente in numerosissime maniere su di una medesima piastra vibrante, toccandola, nei punti in cui

si vuole produrre una linea nodale, colle dita ovvero con una punta guernita di stoffa.

Nelle seguenti figure, scelte fra le più semplici (fig. 22) il punto nero è quello in cui è fissata la lastra, *d* quello di contatto del dito, *a* quello di strofinamento coll'archetto.

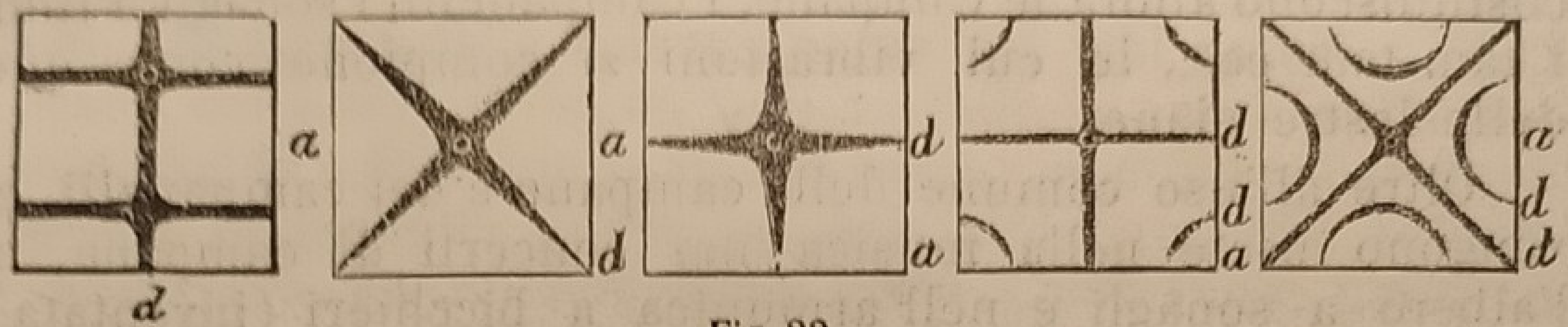


Fig. 22.

3. Siccome le linee nodali separano sempre delle parti aventi contemporaneamente velocità contrarie, perciò il numero delle concamerazioni è sempre pari.

4. Se poi si mescola assieme alla sabbia polvere leggera di licopodio, si formano nei luoghi della piastra in cui il movimento è più intenso, nubi vorticose dette *figure di Savart*, le quali nascono da ciò, che in quei luoghi l'aria viene respinta, cosicchè risulta un vuoto verso il quale accorre l'aria dai nodi trascinando seco le particelle leggerissime di licopodio.

5. *Pertanto, il numero e la disposizione delle linee nodali dipendono dal modo di fissare la piastra e dalla rispettiva posizione del punto fisso e del luogo fregato.* — Perciò una stessa piastra è capace di dare numeri assai diversi di vibrazioni, ossia numerosi toni, fra cui risuonano sempre tutti quelli, pei quali il luogo scosso non è un nodo; il tono fondamentale risuona forte, mentre i toni vicini risuonano solo debolmente. Questi toni vicini sono il più sovente disarmonici fra loro.

6. *Leggi delle vibrazioni delle piastre.* — Siccome le piastre si possono considerare come riunioni di tante verghe, così vale per esse la legge: *Il numero delle vibrazioni è direttamente proporzionale allo spessore ed alla radice quadrata del modulo di elasticità; all'incontro è inversamente proporzionale alla radice quadrata del peso specifico e al quadrato del diametro.* Inoltre esso diviene tanto maggiore, quanto maggiore è il numero delle parti in cui si divide la piastra, e quindi quanto maggiore è il numero delle linee nodali.

7. *Se le piastre sono della stessa sostanza, geometricamente simili e divise egualmente in parti aliquote,* allora vale per esse la seguente *legge più semplice: Il numero relativo delle vibrazioni è in ragione diretta del loro spessore ed in ragione inversa della loro superficie.*

8. *Si spiega il moto vibratorio delle piastre* siccome quello risultante dai moti che assumono le due serie di verghe ad angolo retto in cui esse si possono immaginare divise.

9. *Le piastre vibranti vengono usate generalmente,* non in forma piana, ma invece in forma di bacino più o meno svasato. Esse costituiscono allora le campane, i campanelli, i sonagli, i timbri, i tam-tam ecc., le cui vibrazioni si compiono come quelle delle lastre piane.

Oltre all'uso comune delle campane e dei campanelli, esse vengono usate nella musica nei concerti di campane, nell'albero a sonagli e nell'armonica a bicchieri (inventata da Franklin, 1763); questa consiste in un certo numero di bicchieri di vetro, che mediante strofinio col dito bagnato generano puri e dolci suoni, i quali però risultano da vibrazioni longitudinali.

10. *Le campane non risuonano intere,* ma quando danno il loro tono fondamentale, si dividono in quattro parti eguali, separate da linee nodali, le quali partono da quattro punti diametrali dell' orlo e vanno verso il vertice; il punto scosso essendo sempre un ventre. Il che si può constatare mediante otto pallottole di legno o d'avorio appese a fili, e disposte in modo da toccare la campana nei nodi e nei ventri; quelle in contatto di questi sono alternativamente urtate e respinte dalla campana vibrante, mentre quelle che toccano i nodi stanno in riposo. La stessa cosa si dimostra versando acqua in una campana o bicchiere di vetro, e fregando l'orlo di questa con un archetto: si vede allora l'acqua in corrispondenza dei ventri assumere un moto vorticoso, mentre nei nodi essa non è punto increspata. Se invece dell'acqua si usa etere od alcole, si rendono libere delle gocce sferiche, che si raccolgono in una graziosa stella coi raggi diretti verso i nodi.

11. *Il tono fondamentale di una campana* è tanto più elevato, quanto minore è la sua superficie e maggiore il suo spessore.

12. Le *membrane*, le quali si possono considerare come piastre flessibili, hanno bisogno di essere tese per vibrare; il che si ottiene incollandole ovvero stirandole su appositi telai di legno o di metallo. Le vibrazioni si eccitano battendole colle dita o con un bastoncino di legno.

Esse oscillano per lo più intere; infatti tutta la sabbia sparsa sulla pelle di un timballo viene proiettata verso gli orli col battere il medesimo; tuttavia possono anche oscillare colla divisione in parti aliquote come le piastre, ma danno allora il più sovente i toni vicini dissonanti.

13. *Legge delle vibrazioni delle membrane.* Chladni (1802). —

I numeri di vibrazioni di membrane tese sono in ragione diretta della radice quadrata della tensione, ed in ragione inversa della lunghezza e della radice quadrata della larghezza e dello spessore. Perciò esse si accordano tendendole più o meno al contorno.

14. I due timballi dell'orchestra sono accordati ad intervallo di quinta.

§ 16. Vibrazioni delle colonne aeree nei tubi sonori. — 1. *I tubi sonori* sono tubi di legno o di metallo, a pareti sufficientemente rigide, dai quali si ottengono suoni mettendo in vibrazione la colonna aerea in essi contenuta, col soffiare aria attraverso ad un congegno detto *imboccatura*, posto ad una delle loro estremità.

Secondo la specie dell'imboccatura, si distinguono in *tubi a bocca* (fig. 23, 24) ed in *tubi a linguetta* (fig. 33, 35, pag. 75), e quelli possono essere *aperti*, ovvero *chiusi* all'estremità opposta all' imboccatura.

2. *Tubi a bocca.* Questi hanno un'apertura laterale che dicesi *bocca.* Tali sono i fischietti, i flauti, i tubi degli organi i quali sono, o di legno con forma prismatica rettangolare (fig. 23), oppure di metallo (stagno o zinco) con forma cilindrica (fig. 24).

3. In essi si distingue (fig. 23): 1° il *piede* (*p*), che è un tubo leggermente conico il quale viene applicato ad un mantice (fig. 9, pag. 19) con cui si soffia aria; 2° la *camera dell'aria*, cavità a sezione triangolare nei tubi di legno, terminata superiormente in una fessura (*o*) che dicesi *luce;* 3° la *bocca*, che è un'apertura laterale, la cui parete superiore tagliente (*s*) dicesi *labbro superiore*, e la parete inferiore piana (*l*) dicesi *labbro inferiore;* 4° infine il *tubo* sovrastante alla bocca, che contiene la *colonna aerea.*

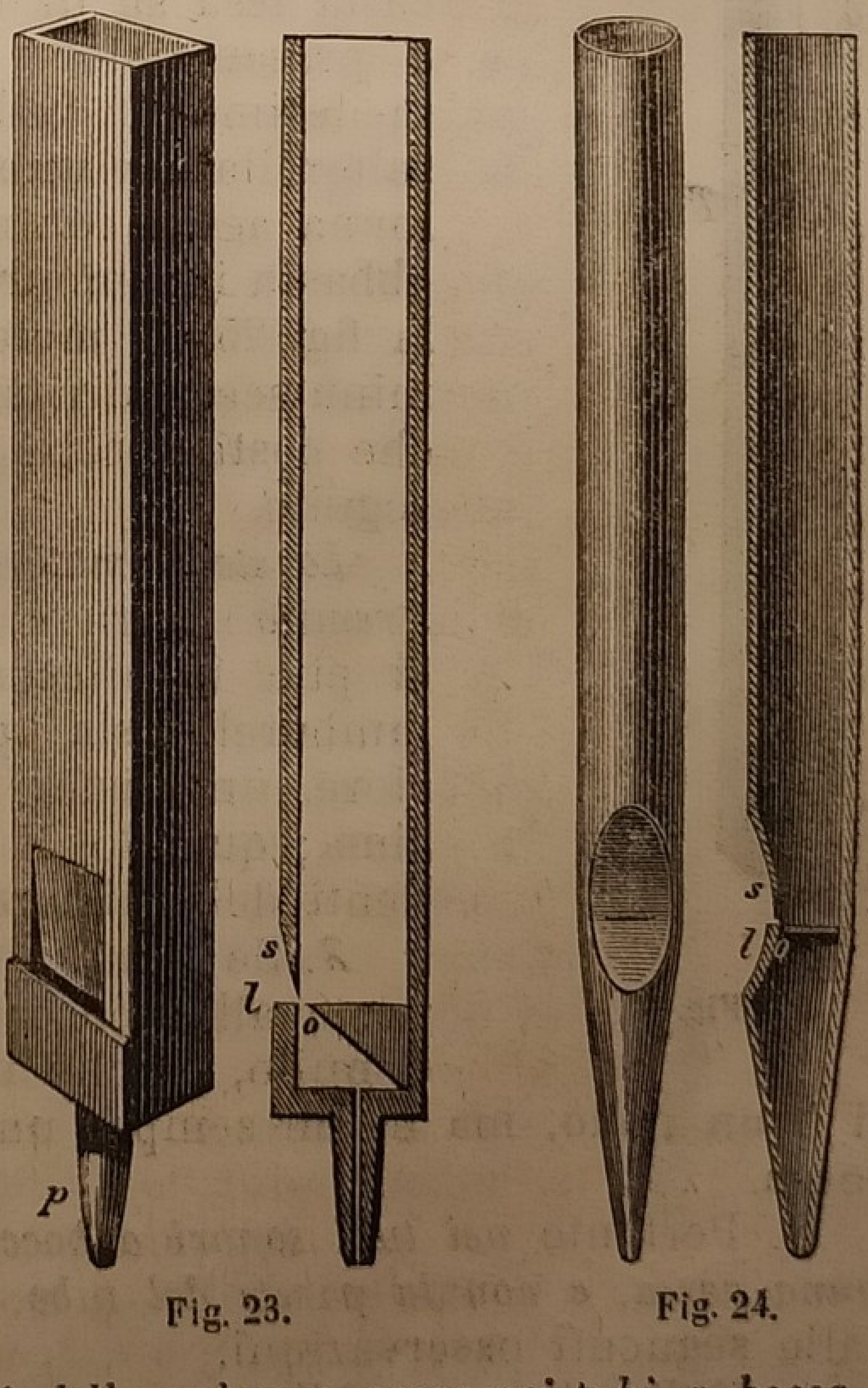


Fig. 23. Fig. 24.

4. *Vibrazioni longitudinali della colonna aerea nei tubi a bocca.* — L'aria soffiata coi polmoni, come nei fischietti, o con un

mantice, come nei tubi dell'organo, effluisce per la luce, e va ad urtare contro il labbro superiore tagliente che la divide per modo, che una parte di essa scorre sulla parete esterna del tubo, mentre l'altra va ad urtare la colonna aerea e produce in essa una condensazione, la quale costringe la corrente a rimanere esterna al tubo, cosicchè l'aria contenuta in questo si espande. Allora per la diminuita pressione, nuovamente la corrente aerea entra in parte nel tubo, genera nuova condensazione seguita da rarefazione, e così la colonna gazosa vibra.

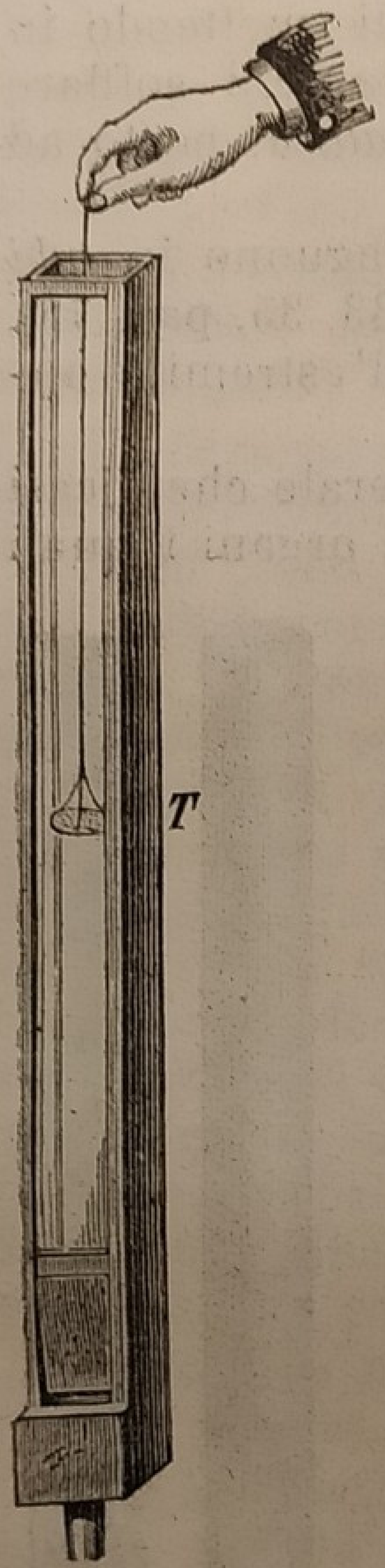


Fig. 25.

5. La sola imboccatura basta già a produrre un suono, il quale però consiste in un sibilo; aggiungendo il tubo, la colonna aerea in esso contenuta lo rinforza e gli dà un carattere musicale.

6. *Il moto vibratorio longitudinale dell'aria in un tubo aperto si può rendere manifesto* mettendo della sabbia su un tamburello di carta tesa su di un cerchietto di metallo e presentandolo alla sommità aperta del medesimo. Si vede e sente così la sabbia salterellare vivamente per gli urti della colonna aerea contro la carta tesa. Se poi si abbassa il tamburello nel tubo (come indica la fig. 25) il moto oscillatorio dell'aria diminuisce, e diviene nullo, in certe posizioni che costituiscono i nodi, come vedremo in seguito.

Lo stesso moto vibratorio esiste pure all'estremità inferiore aperta cioè alla bocca, e lo si può manifestare, sia abbassando ivi il tamburello, sia applicando al labbro superiore una listerella dentata di carta finissima; quando il tubo suona si veggono i denti della listerella oscillare.

7. Se il tubo è chiuso all'estremità opposta all'imboccatura, ivi il moto vibratorio è nullo, perchè impedito dalla parete, cioè vi è un nodo, ma esiste sempre un ventre di vibrazione alla bocca.

8. Pertanto *nei tubi sonori a bocca il corpo vibrante è la colonna aerea, e non la parete del tubo*. Il che è anche dimostrato dalle seguenti osservazioni.

1° Per le canne d'organo si impiega una sostanza poco elastica come lo stagno o lo zinco.

2° Tubi di materia e spessore diverso, a parità di forma, di dimensioni e di intensità del soffio danno suoni della stessa altezza.

3° Stringendo colla mano un tubo sonante, il suono non è alterato.

Se poi la parete fosse troppo sottile, in guisa da divenire flessibile, il suono, a parità di dimensioni del tubo, diviene alquanto più grave.

9. *Suoni armonici dati dai tubi.* — Se colla bocca o con un mantice si soffia in un tubo lungo e stretto (come quello della fig. 26), aperto o chiuso, una debolissima corrente d'aria in modo appena da farlo suonare, esso dà il suono più grave di cui è capace, il quale dicesi fondamentale. Indi rinforzando successivamente il soffio, si constatano le seguenti *leggi*, dette di Bernouilli (1762).

1° *Se il tubo è aperto all'estremità opposta all'imboccatura, rappresentando con* 1 *il suono fondamentale, e rinforzando successivamente il soffio si ottengono gli armonici successivi* 1, 2, 3, 4, 5, ecc.

2° *Se il tubo è chiuso all'estremità opposta all'imboccatura, rappresentando con* 1 *il suono fondamentale, e rinforzando successivamente il soffio, si ottengono i soli armonici dispari* 1, 3, 5, 7, ecc.

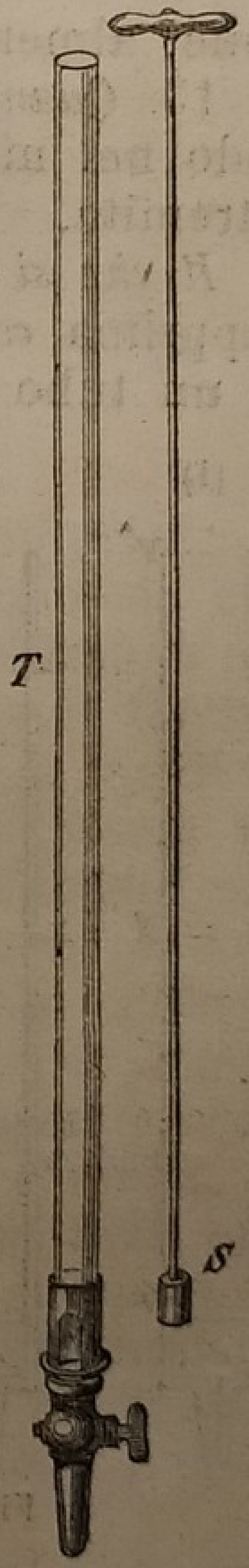


Fig. 26.

10. *Queste leggi si verificano facilmente* mediante un tubo (fig. 26) munito al suo piede di una chiavetta, che serve a regolare il soffio del mantice su cui esso viene applicato. Se il tubo è aperto, girando a poco a poco la chiavetta, esso dà dapprima la sua nota fondamentale, poi l'ottava acuta, poi la quinta dell'ottava, poi la doppia ottava, e così via, cioè rende tutti gli armonici 1, 2, 3, 4, . . . Se invece l'estremità superiore del tubo è chiusa, esso comincia a dare una nota fondamentale, che è l'ottava bassa di quella dello stesso tubo aperto, e poi dà successivamente la quinta dell'ottava di detta nota, la terza della doppia ottava ecc., cioè rende i soli armonici dispari 1, 3, 5. . .

Però, il suono fondamentale si ottiene talvolta più facilmente soffiando nel tubo leggermente colla bocca anzichè col mantice.

11. In ambi i casi non è possibile ottenere da un tubo di lunghezza costante tutte le note della scala musicale, ma solo gli armonici del tono fondamentale. Si possono bensì ottenere tutte le note della scala

da un medesimo tubo facendo vibrare differenti lunghezze della sua colonna aerea, come vedremo in seguito.

12. *Nodi e ventri nei tubi sonori.* — La colonna aerea contenuta in un tubo che suona, si divide in un certo numero di parti aliquote, o di onde stazionarie separate da nodi, le quali nascono per l'interferenza delle onde dirette con quelle riflesse, come nelle corde e negli altri corpi sonori.

Se il tubo è chiuso all'estremità opposta all'imboccatura, la riflessione avviene sulla parete di chiusura. Se il tubo è aperto, la riflessione ha luogo contro l'aria esterna al tubo, perchè questa essendo libera in ogni senso, costituisce un mezzo di elasticità differente, cioè meno resistente della colonna aerea che sta nel tubo, e alla superficie di separazione di due mezzi di diversa elasticità avviene sempre una riflessione, almeno parziale, delle onde.

13. *Quando il tubo aperto dà il suono fondamentale*, vi è un nodo nel mezzo [N, fig. 27 (1)] e un ventre (V, V′) a ciascuna estremità.

Il che si può dimostrare sperimentalmente in diverse maniere. Dapprima *col tamburello cosparso di sabbia* (n. 6, fig. 25), la quale, in un tubo avente una parete di vetro, si vede salterellare vivamente alle due estremità aperte del tubo, mentre sta in quiete nel mezzo.

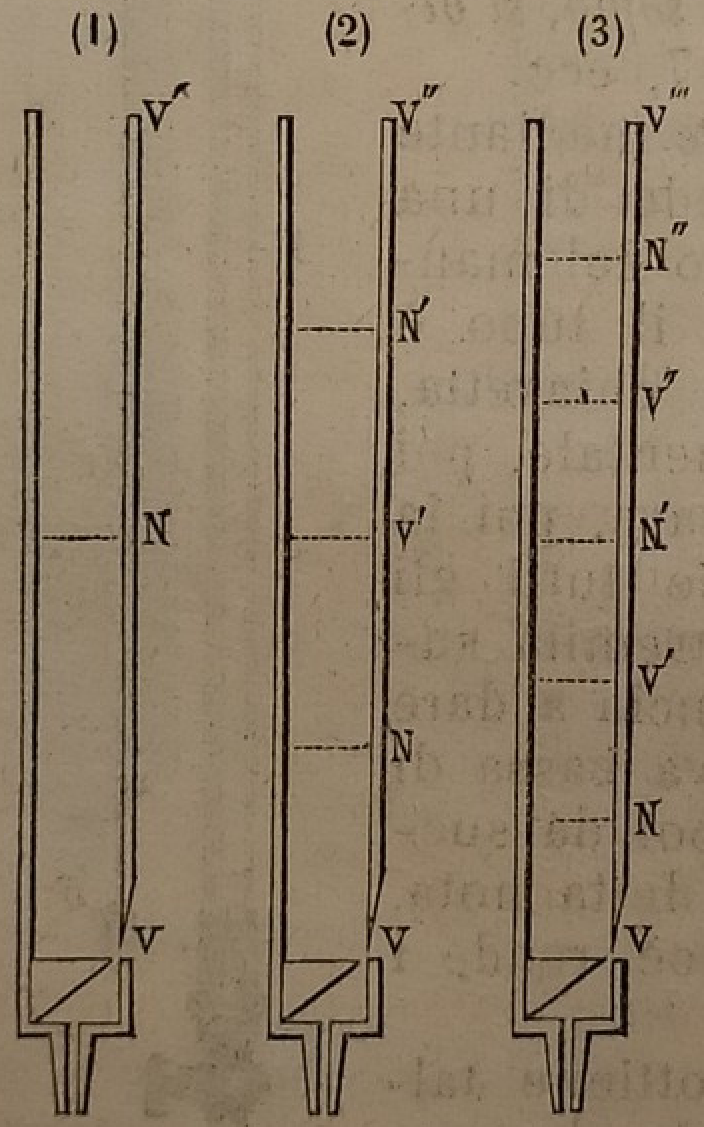


Fig. 27.

14. *Quando il tubo aperto dà l'armonico* 2, la colonna aerea si divide in quattro parti separate da nodi e ventri, [nel modo rappresentato dalla fig. (2)], cioè si produce sempre un ventre (V, V″) a ciascuna estremità, e uno (V′) frammezzo, e due nodi (N, N′) fra i 3 ventri, a $^1/_4$ circa da ciascuna estremità.

Ciò si può anche constatare mediante il tamburello con sabbia.

15. *Quando il tubo aperto dà il suono* 3, i nodi e ventri dividono la colonna aerea in 6 parti presso a poco eguali, [nel modo rappresentato dalla fig. (3)].

16. *Se il tubo è chiuso all'estremità opposta all'imboccatura*, allora a quell'estremità vi è sempre un nodo, perchè la parete impedisce all'aria in contatto colla medesima di vibrare.

Perciò *quando il tubo dà il suono fondamentale* esiste un

ventre alla bocca e un nodo all'estremità chiusa, [come indica la fig. 28 (1)].

17. *Quando il tubo chiuso dà l'armonico* 3, vi si formano 2 nodi e 2 ventri, i quali dividono la colonna aerea in 3 parti presso a poco eguali, [fig. 28 (2)], cosicchè la distanza fra un nodo e un ventre vicino è $= {}^1/_3$ della lunghezza del tubo.

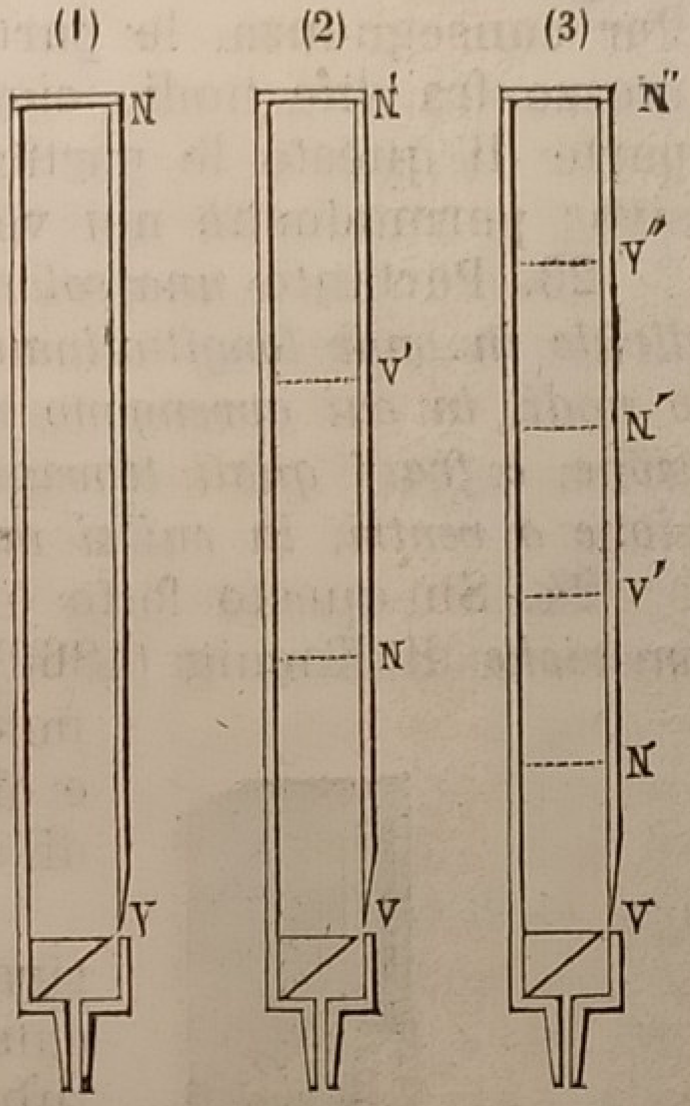


Fig. 28.

18. *Infine quando il tubo chiuso dà l'armonico* 5, vi si formano 3 nodi e 3 ventri [fig. 28 (3)], i quali dividono la colonna aerea in 5 parti presso a poco eguali, cosicchè la distanza fra un nodo e un ventre vicino è eguale ad ${}^1/_5$ della lunghezza del tubo.

19. Questi 3 casi dei nodi ne' tubi chiusi si dimostrano con altri esperimenti, come ora vedremo (n. 25).

20. *Caratteri che distinguono i nodi e ventri.* — Si è già detto (n° 12), che i nodi e i ventri nelle colonne aeree sonore nascono, come negli altri corpi sonori, dall'interferenza delle onde dirette colle riflesse all'estremità del tubo, sia che esso sia aperto o chiuso. Per tale riflessione si stabiliscono nel medesimo onde longitudinali stazionarie, le quali si distinguono dalle onde longitudinali progressive per le quali si propaga il suono (§ 2, n° 8), per ciò che queste hanno alternativamente la massima condensazione e rarefazione nel luogo in cui le particelle raggiungono la massima velocità di vibrazione, cioè nei punti di mezzo delle semionde condensate e rarefatte, mentre *le onde longitudinali stazionarie hanno la massima condensazione o rarefazione nei punti di riposo o nodi, e la densità naturale nei punti di massima vibrazione o ventri.*

Ciò avviene perchè, nel caso delle onde longitudinali stazionarie, da ambe le parti di un nodo le particelle si muovono contemporaneamente in opposto senso, cioè, o da ambe le parti accorrono verso il nodo, d'onde risulta in questo condensazione, ovvero da ambe le parti si allontanano dal nodo, d'onde risulta in esso rarefazione.

21. Nel caso poi delle *onde trasversali*, come quelle di una corda, o quelle che avvengono sull'acqua, da ambe le parti del nodo le particelle si spostano in senso contrario, e perciò in esso gli spostamenti si differenziano.

22. Di più, *nell'istante in cui in un nodo avviene la massima condensazione, nel nodo vicino avviene la massima rarefazione*, perchè le particelle che si avvicinano al 1° nodo, si allontanano dal 2° Per conseguenza, le particelle da un nodo accorrono verso il mezzo fra due nodi, cioè verso il ventre; mentre dall'altra parte di questo le particelle accorrono verso il nodo successivo; permodochè nei ventri permane la densità naturale.

23. Pertanto *una colonna aerea vibrante longitudinalmente si divide in onde longitudinali stazionarie, separate da strati di riposo o nodi, in cui avvengono massime variazioni di densità e di pressione, e fra i quali trovansi strati di massima ampiezza di vibrazione o ventri, in cui si mantiene la densità e la pressione esterna.*

24. Su questo fatto è fondato il *metodo delle fiamme manometriche* di Koenig (1862) per constatare la distribuzione dei nodi e dei ventri nei tubi sonori, aperti e chiusi, quando danno le rispettive serie di suoni armonici.

Fig. 29.

Mediante un tubo (G, fig. 29) si fa arrivare gas luce in una cassa (C) collocata di fianco ad una delle pareti di un tubo sonoro quadrangolare, dalla quale partono tre tubi (*a*) di caucciù, che conducono il gas ad altrettante capsule cui sono applicati dei becchi per accenderlo. La parete posteriore di queste capsule è costituita da una membranella tesa di gomma elastica, la quale trovasi in contatto coll'aria vibrante del tubo.

Ora, quando una di tali capsule si trova in corrispondenza di un nodo, nell'istante in cui avviene in questo una condensazione dell'aria del tubo, la membrana è spinta verso la capsula, comprime il gas, e la fiammella si eleva; invece, quando nel nodo avviene una rarefazione, la membranella cede alla pressione del gas della capsula, il quale si dilata, cosicchè la fiamma si abbassa, e se è piccola si spegne.

Infine, se una capsula è collocata in corrispondenza di un ventre, siccome qui non avvengono variazioni di densità e di pressione, la fiamma rimane stabile.

25. *Per dimostrare*, per es., *la disposizione dei nodi e dei ventri in un tubo aperto che dà i suoni* 1 *e* 2, si accendono i 3 becchi (A, B, D) e si fa dapprima rendere al tubo il suono fondamen-

tale, per cui si vede spegnersi la fiamma del becco mediano (B) che corrisponde al nodo in cui avvengono massime variazioni di densità e pressione, [fig. 27 (1)] mentre le altre due fiamme rimangono accese.

Invece, se si rinforza la corrente d'aria nel tubo, per modo da ottenere il suono 2, non si spegne più la fiamma del becco mediano, ma bensì quelle degli altri due, superiore e inferiore, perchè, [come indica la fig. 27 (2), pag. 64], i nodi si formano allora in corrispondenza dei detti becchi, mentre in corrispondenza del mediano si forma un ventre.

Un'esperienza analoga si fa *per dimostrare la disposizione dei nodi e ventri in un tubo chiuso.*

26. Quando le fiamme sono alimentate da una corrente forte di gas, esse non si spengono, ma al momento delle dilatazioni e condensazioni nei nodi si abbassano e si sollevano rapidamente. Queste variazioni di lunghezza essendo assai rapide, per la persistenza delle immagini sulla retina, non si possono percepire direttamente, ma si rendono sensibili col *metodo dello specchio girante*, che consiste nel far girare più o meno rapidamente in presenza della fiamma un cubo (fig. 39, pag. 85) le cui quattro pareti verticali sono costituite da lastre di specchio. Allora, se essa oscilla, si vede la sua immagine, quando è abbassata, in un luogo diverso da quello ove appare quando è sollevata, cioè si veggono distintamente i sollevamenti e abbassamenti alternati (fig. 40, 41, pag. 86). Invece la fiamma corrispondente ad un ventre avendo sempre eguale altezza, presenta un nastro luminoso continuo (§ 19).

27. Un'*altra interessante maniera di rendere visibili le onde stabili in cui si divide la colonna aerea di un tubo sonoro, è quella di Kundt* (1866) dell'uso di polveri collocate nei tubi; il quale metodo, alquanto modificato da Alfredo Mayer, può essere dimostrato nella seguente assai semplice maniera.

Si prende un tubo (T fig. 30) a bocca, di legno, quale usano i ragazzi, lo si taglia dopo il primo foro rotondo, e lo si fissa

Fig. 30.

stabilmente in un tubo di vetro di lunghezza circa 3 volte maggiore. Si mette in questo polvere di licopodio, ovvero limatura di sughero, e lo si tappa all'estremità opposta all'imboccatura. Se ora si fa rendere al tubo il suono fondamentale soffiando in esso debolmente, la polvere si dispone, per es., in 3 onde

stabili, come indica la figura; rimane in quiete nelle superfici nodali e si eleva negli altri luoghi in sottili lamelle verticali, la cui altezza cresce verso i ventri. Soffiando più forte in modo da ottenere l'ottava, risultano 6 onde.

Coll'uso di polvere pesante, per es. di fina sabbia, questa si raccoglie nei nodi, anzichè nei ventri (§ 15, n° 4).

28. L'esperienza riesce anche col solo cantare nel tubo di vetro; mediante successivo abbassamento del tono, si può ottenere che la polvere si disponga in due o anche in una sola onda stabile.

29. *Si può pure dimostrare la disposizione dei nodi e dei ventri con un tubo munito di fori chiusi da valvole* (fig. 31). Se si apre un foro corrispondente ad un ventre, il suono non muta, perchè ivi l'aria interna ha la stessa densità dell'esterna; invece se si apre il foro corrispondente ad un nodo, la densità diviene ivi eguale a quella dell'aria esterna, cosicchè vi si forma un ventre, e il suono varia perchè viene cangiata la disposizione dei nodi e ventri. Per es. se si apre il foro mediano di un tubo che dà il suono 2, nel quale si trova un ventre nel mezzo [fig. 27 (2), pag. 64], il suono non varia; invece se il tubo dà il suono fondamentale 1, nel qual caso vi è un nodo nel mezzo [fig. 27 (1)] nasce ivi un ventre, e perciò il suono passa all'ottava acuta, perchè la distanza fra 2 ventri (quello dell'imboccatura e quello del mezzo) diviene metà della precedente, e quindi il tubo suona come uno di metà lunghezza, il cui numero di vibrazioni è doppio (n° 33).

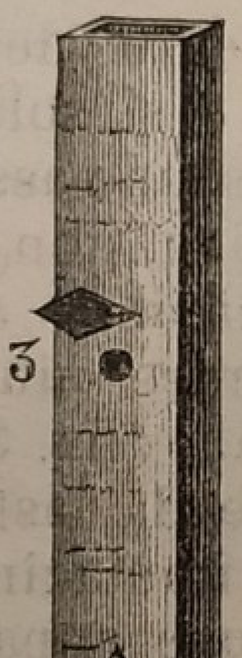


Fig. 31.

Quando il tubo rende il suono 3 esso è diviso in 3 parti eguali separate da ventri [fig. 27 (3)]; perciò, aprendo un foro collocato ad $^1/_3$ della sua lunghezza, il suono non muta, mentre diviene più grave coll'aprirne uno in mezzo, ove si determina un ventre al posto del nodo, più acuto se si apre un foro collocato ad $^1/_4$.

30. Però, *ciò che precede vale solo pei tubi di piccola sezione*, per modo che le superfici delle onde siano sensibilmente piane e perpendicolari alla loro lunghezza; nei tubi alquanto larghi il primo nodo verso l'imboccatura rimane alquanto spostato.

31. *Leggi generali dei tubi sonori.* — 1ª Legge. *Il numero delle vibrazioni dei tubi sonori è in ragione diretta della velocità del suono nel gas che riempie il tubo, e in ragione inversa della lunghezza*

di questo, ed è indipendente dalla sezione finchè questa è piccola rispetto alla lunghezza.

32. *Dimostrazione matematica.*— Da quanto precede (n[i] 12....19) risulta che la colonna aerea nei tubi aperti è sempre divisa dai nodi e dai ventri in un numero pari (2, 4, 6. . . . fig. 27) e nei tubi chiusi in un numero dispari (1, 3, 5 ecc., fig. 28) di parti eguali. E siccome la distanza fra un nodo e un ventre è sempre eguale ad $^1/_4$ della lunghezza dell'onda (§ 11, n° 12), se si rappresenta

con L la lunghezza del tubo,
» l la lunghezza dell'onda,
» k un n° intero qualunque, in modo che $2k$ rappresenti un numero pari, e $2k-1$ un numero dispari, si ha

pei *tubi aperti:* $$L=2k\frac{l}{4}=k\frac{l}{2},$$

pei *tubi chiusi:* $$L=(2k-1)\frac{l}{4},$$

perchè nei primi la lunghezza del tubo contiene un n° pari di quarti d'onda, e nei secondi un n° dispari.

Ora fra la lunghezza l dell'onda sonora, la velocità v del suono e il numero n delle vibrazioni, si ha (§ 2, n° 17) la relazione generale

$$l=\frac{v}{n};$$

quindi sostituendo nelle formole precedenti, si ottiene:

pei *tubi aperti:* $$L=k\frac{v}{2n},$$

pei *tubi chiusi:* $$L=(2k-1)\frac{v}{4n};$$

d'onde si ricava:

pei *tubi aperti:* $$n=k\frac{v}{2L}, \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (1)$$

pei *tubi chiusi:* $$n=(2k-1)\frac{v}{4L}; \quad . \ . \ . \ . \ . \ (2)$$

le quali formole esprimono la legge enunciata, perchè il numero n delle vibrazioni risulta in ragione diretta della velocità v ed in ragione inversa della lunghezza L del tubo.

33 *Prove sperimentali della legge delle lunghezze: il numero delle vibrazioni è in ragione inversa della lunghezza del tubo.*

Soffiando leggermente aria in otto tubi, o tutti aperti o tutti chiusi, aventi le lunghezze decrescenti

$$1\,,\ \frac{8}{9}\,,\ \frac{4}{5}\,,\ \frac{3}{4}\,,\ \frac{2}{3}\,,\ \frac{3}{5}\,,\ \frac{8}{15}\,,\ \frac{1}{2}\,,$$

essi rendono i suoni:

$$1\,,\ \frac{9}{8}\,,\ \frac{5}{4}\,,\ \frac{4}{3}\,,\ \frac{3}{2}\,,\ \frac{5}{3}\,,\ \frac{15}{8}\,,\ 2\,,$$

cioè riproducono gli intervalli della scala musicale.

34. Si dimostra la stessa legge con un solo tubo a bocca lungo e sottile, nel quale è scorrevole uno stantuffo (fig. 26, pag. 63) con cui si può limitare la colonna d'aria vibrante. Soffiandovi leggermente aria con un mantice, o meglio colla bocca, il tubo rende il suono fondamentale; se allora si mantiene costante il soffio, e si sposta successivamente lo stantuffo in modo da fare vibrare frazioni della lunghezza del tubo, espresse dai valori reciproci dei numeri relativi di vibrazioni delle diverse note della scala, si ottengono appunto queste, come nelle corde.

35. La legge delle lunghezze si verifica approssimativamente in tutti gli stromenti ad aria, perchè in questi, per avere i suoni più alti, la colonna aerea oscillante viene accorciata, sia coll'aprire un foro, mediante una chiave, o col sollevamento del dito, o col raccorciare qualche parte mobile.

36. *L'influenza della velocità* è dimostrata dalla seguente esperienza. Riscaldando colle mani, o con un panno caldo, un tubo sonoro, il suono si inacutisce alquanto, perchè col crescere della temperatura cresce la velocità v del suono (come vedremo nel § 25), e il numero delle vibrazioni dei tubi è in ragione diretta di tale velocità. Quindi, due tubi all'unisono ad una medesima temperatura, non lo sono più quando uno di essi è riscaldato; perciò fanno sentire dei battimenti, cioè aumenti e diminuzioni della intensità del suono (§ 22).

37. 2ª legge. *Il suono fondamentale di un tubo aperto è l'ottava alta di quello di un tubo chiuso di eguale lunghezza.*

Ciò si prova facendo suonare successivamente uno stesso tubo aperto e chiuso. Nel secondo caso si sente l'ottava bassa del suono dello stesso tubo aperto.

38. Ovvero, siccome questa legge si può anche enunciare così: *Un tubo chiuso dà lo stesso tono fondamentale di un tubo aperto di lunghezza doppia*, la si dimostra sperimentalmente

anche facendo scorrere nel mezzo di un tubo aperto un diaframma munito di un'apertura (fig. 32). Quando questa apertura trovasi in corrispondenza della sezione del tubo, si ha un tubo aperto di una certa lunghezza; invece quando la parte piena del diaframma viene a chiudere il tubo, si ha un tubo chiuso di lunghezza metà. Ora se il tubo rende il suono fondamentale nei due casi, si sente la stessa nota.

Fig. 32.

39. Il tubo aperto dell'organo che dà il suono più grave di 16 vibrazioni doppie per secondo, deve (per la formola $L=\frac{v}{2n}$ dei tubi aperti) avere la lunghezza $l=\frac{332}{32}$, cioè più di 10 m., mentre uno chiuso richiede solo lunghezza metà per dare la stessa nota.

40. La detta legge si deduce facilmente dalle formole dei tubi aperti e chiusi (n° 32)

$$n=k\frac{v}{2L}\ ; \qquad n=(2k-1)\frac{v}{4L}\ ;$$

nelle quali pel suono fondamentale si deve fare $k=1$. Così si ottiene:

pei *tubi aperti*: $n=\frac{v}{2L}$;

pei *tubi chiusi*: $n=\frac{v}{4L}$.

Ora il 1° numero è appunto doppio del 2°, e quindi il 1° suono è l'ottava alta del 2°.

41. 3ª legge. Infine le formole precedenti contengono pure la legge già enunciata (n° 9) dei *suoni armonici* dati da uno stesso tubo a misura che si rinforza il soffio.

Infatti dando a k i valori 1, 2, 3, 4, 5..... nella formola dei tubi aperti: $n=k\frac{v}{2L}$, si ottengono i suoni:

$$\frac{v}{2L}\ , \quad 2\frac{v}{2L}\ , \quad 3\frac{v}{2L}\ , \quad 4\frac{v}{2L}\ , \quad 5\frac{v}{2L}\ , \ldots\ldots$$

i quali stanno fra loro come i numeri 1, 2, 3, 4, 5..... ; invece dando a k i medesimi valori nella formola dei tubi

chiusi: $n = (2k - 1)\frac{v}{4L}$, non si ottengono che i suoni:

$$\frac{v}{4L}, \quad 3\frac{v}{4L}, \quad 5\frac{v}{4L}, \quad 7\frac{v}{4L}, \quad 9\frac{v}{4L}, \ldots\ldots$$

i quali stanno fra loro come i numeri dispari 1, 3, 5, 7, 9, ...

42. Però, mentre *la legge dei suoni armonici* dati da uno stesso tubo col variare dell'intensità del soffio, *si verifica esattamente, quelle della lunghezza e del diametro, sono solo approssimative.*

Infatti, se si determina il numero delle vibrazioni del tono fondamentale dato da un tubo si trova che è sempre alquanto minore di quello che esso dovrebbe dare per la sua lunghezza secondo la teoria, ossia esso risuona come un tubo di lunghezza alquanto maggiore e quindi per ottenere un dato tono *fondamentale*, si deve dare al tubo una lunghezza alquanto minore di quella richiesta dalla teoria.

43. Per es., per la formola dei tubi aperti

$$n = \frac{v}{2L},$$

la lunghezza del tubo che dà il la_3 di 435 vibrazioni doppie per secondo dovrebbe essere:

$$L = \frac{v}{2n} = \frac{337}{870} = 0^m,387 ,$$

considerando la velocità del suono a 10° che è 337^m. Invece a questo tubo si dà una lunghezza alquanto minore.

44. Secondo Helmholtz un tubo aperto risuona come se la sua lunghezza fosse aumentata di $0,785\,r$, essendo r il raggio dell'apertura superiore (supposta circolare), e secondo Rayleigh questa correzione è $= 0,824\,r$.

45. Ciò avviene perchè all'estremità aperta vibra anche l'aria esterna, permodochè viene alquanto aumentata la lunghezza della colonna aerea che genera il tono proprio del tubo.

46. Di più, nei tubi aperti, questo abbassamento del tono è alquanto maggiore che nei chiusi, cosicchè anche il tono fondamentale di un tubo aperto non è esattamente l'ottava acuta dello stesso tubo chiuso; e ciò perchè l'influenza dell'estremità aperta nei tubi aperti ha luogo due volte, e una sola nei tubi chiusi.

Quindi consegue che la lunghezza delle onde corrispondenti al suono fondamentale è alquanto maggiore del quadruplo

della lunghezza del tubo chiuso, e del doppio della lunghezza del tubo aperto.

47. Inoltre dalle esperienze di Liscovius, Wertheim e altri, risulta che l'abbassamento dell'altezza del tono del tubo rispetto a quella teorica è tanto maggiore, quanto più il tubo è profondo, cioè quanto più la parete opposta alla bocca è lontana da questa, e quanto minore è la distanza del labbro superiore di quella dall' inferiore.

48. Come le verghe più lunghe e sottili si dividono più facilmente in parecchie onde stazionarie che una grossa e corta, così pure avviene nelle colonne aeree; le quali quanto sono più lunghe e sottili, tanto più facilmente danno i toni armonici superiori anzichè il tono fondamentale, ed inversamente. Perciò i tubi degli organi, dai quali si ricava solo il tono fondamentale, debbono essere alquanto grossi.

49. Infine alla legge dei tubi a bocca si può dare la seguente forma più determinata: *Il numero delle vibrazioni di un tubo a bocca, per una corrente d'aria costante, è in ragione inversa della sua lunghezza e della radice quadrata del peso specifico della colonna gasosa che contiene, e direttamente proporzionale alla radice quadrata della sua tensione, ed indipendente dalla sezione finchè questa è piccola rispetto alla lunghezza.*

50. *Dimostrazione matematica.* — La velocità della propagazione del moto ondulatorio longitudinale è data dalla formola

$$v = \sqrt{c\frac{e}{d}}$$

(§ 3, n° 4) nella quale si faccia $c = 1$; così essa diviene

$$v = \sqrt{\frac{e}{d}}\,.$$

Rammentiamo che e significa il modulo di elasticità e d la densità del mezzo in cui si propaga il suono. Ora rappresentando con p il peso specifico del medesimo, con g l'accelerazione della gravità, e ricordando che $p = dg$, ossia $d = p : g$, sostituendo si ottiene

$$v = \sqrt{\frac{eg}{p}}\,.$$

Questo valore di v sostituito nelle formole (1) e (2) (p. 69), dà

pei *tubi aperti*: $$n = \frac{k}{2\,L}\sqrt{\frac{eg}{p}}\,;$$

pei *tubi chiusi*: $$n = \frac{2k-1}{4\,L}\sqrt{\frac{eg}{p}}\,.$$

Ora nel caso dell'aria o di un altro gas, l'elasticità e è eguale alla pressione barometrica h moltiplicata pel peso specifico m del mercurio, perciò ponendo $e = hm$ risulta:

pei *tubi aperti*: $$n = \frac{k}{2L}\sqrt{\frac{hmg}{p}},$$

pei *tubi chiusi*: $$n = \frac{2k-1}{4L}\sqrt{\frac{hmg}{p}}.$$

Infine si deve notare che in ogni condensazione dei gas si sviluppa calore, e inversamente si consuma calore in ogni rarefazione. Ma il calore aumenta la forza espansiva o pressione dell'aria; perciò nelle semionde condensate la tensione cresce, e diminuisce in quelle rarefatte. Pel 1° fatto la velocità di propagazione diviene maggiore, e pel 2°, cioè pel freddo prodotto dalla rarefazione, viene accelerato l'accesso della corrente d'aria nella semionda rarefatta, perchè viene aumentata la differenza di pressione. La teoria del calore insegna che per queste influenze il numero delle vibrazioni viene moltiplicato per il fattore $\sqrt{1{,}42}$, permodochè esso diviene:

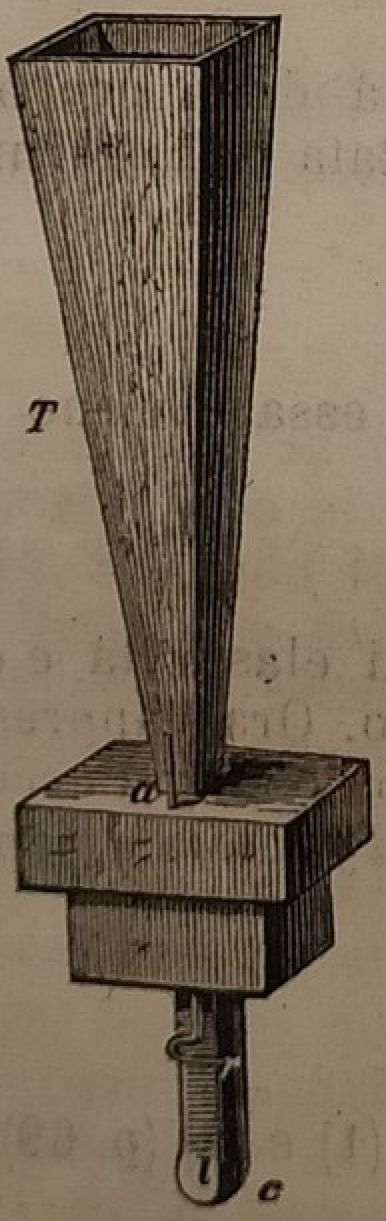


Fig. 33.

pei *tubi aperti*: $$n = \frac{k}{2L}\sqrt{\frac{1{,}42\,hmg}{p}}$$

pei *tubi chiusi*: $$n = \frac{2k-1}{4L}\sqrt{\frac{1{,}42\,hmg}{p}}$$

le quali formole esprimono l'enunciata legge.

51. *Tubi a linguetta.* — Nei tubi a linguetta l'aria è fatta vibrare mediante laminette metalliche che si chiamano *linguette* o *ancie*. Queste si distinguono in *battenti* e *libere*.

52. *In un tubo a linguetta battente si nota:* 1° il *canaletto* (*c*, fig. 33), che è un mezzo cannello, chiuso in fondo, aperto lateralmente ed in alto, fisso ad un tappo forato (P) di legno; 2° la *linguetta* (*l*), una lamina elastica d'ottone fissa nella parte superiore, la quale appoggia sull'orlo del canaletto, ma se ne distacca inferiormente per modo da potere vibrare; 3° la *molla* o *rasiera* (*ar*), un filo di ferro ripiegato che si appoggia contro la linguetta, e serve a limitarne la parte vibrante; 4° il *portavento*, che è un tubo di legno rettangolare (V, fig. 34) in cui si introduce il canaletto in modo da chiu-

derlo col tappo (P), e dentro il quale giunge, per un piede inferiore, l'aria soffiata dal mantice; 5° il *tubo* piramidale (T) contenente la colonna aerea vibrante, posto al di sopra del tappo (P).

53. *Un tubo a linguetta libera si compone:* 1° del *canaletto*, (*c*, fig. 35), che in questo caso è una cassetta rettangolare, in una delle cui pareti laterali di metallo è praticata un'apertura longitudinale o *finestra*; 2° della *linguetta* (*l*), la quale essendo un po' più stretta della finestra, può, oscillando, passare da una parte e dall'altra della sua parete; 3° della *rasiera* (*ar*); 4° del *portavento* (V, fig. 34); 5° del *tubo* (T), contenente la colonna aerea vibrante, (che si applica al foro O, fig. 35) come nei tubi a linguetta battente.

54. Si usano le *linguette battenti* negli organi, le *linguette libere* nelle fisarmoniche.

Le prime danno suoni alquanto ingrati per gli urti delle medesime contro gli orli del canaletto. Quelli delle linguette libere sono più puri.

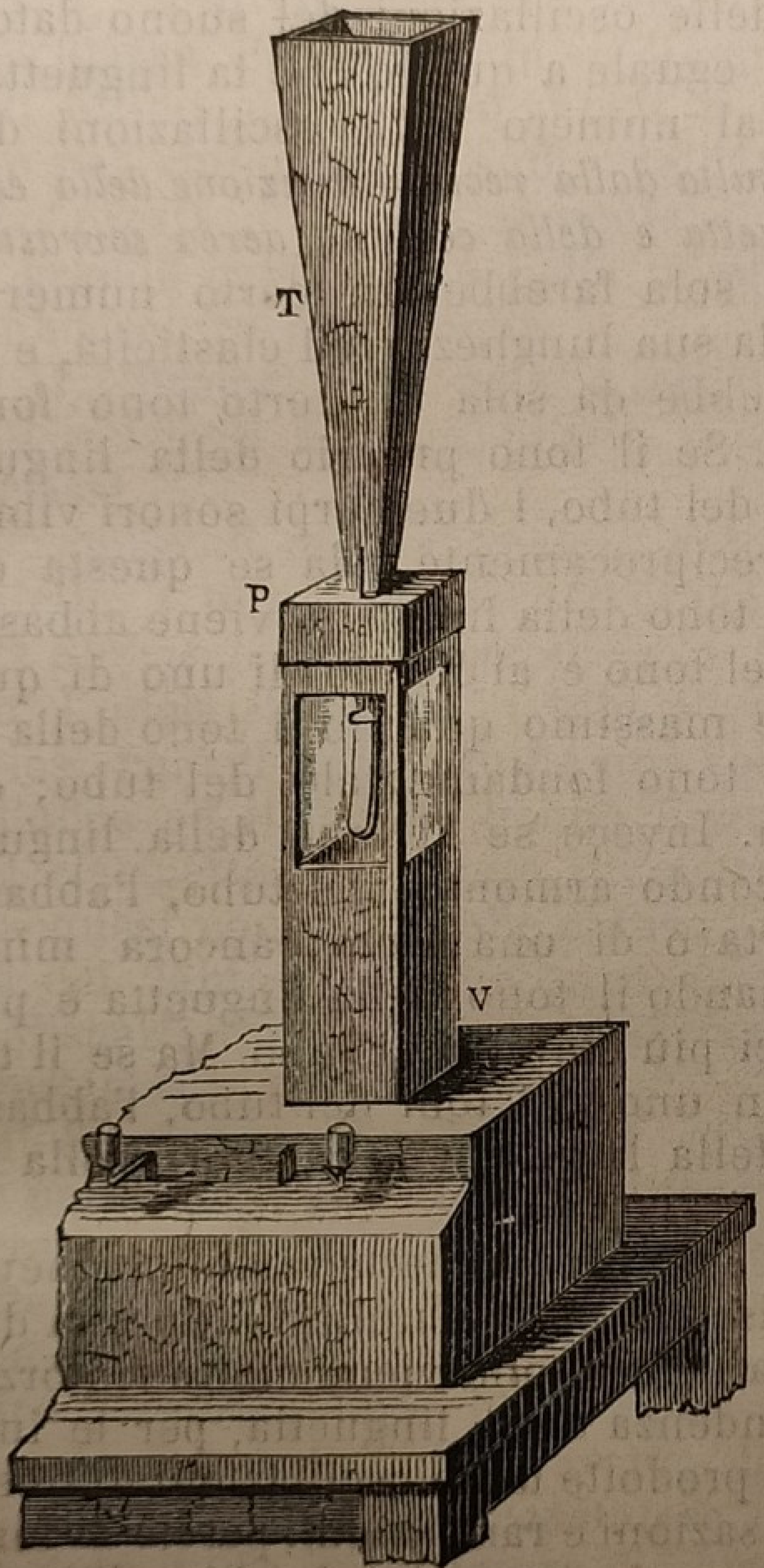


Fig. 34.

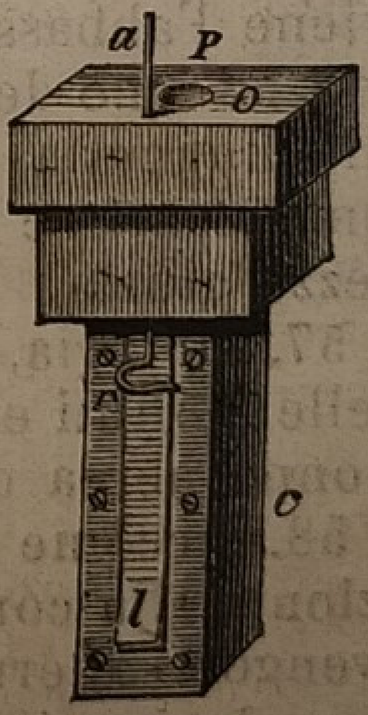


Fig. 35.

55. *Il forte suono dei tubi a linguetta non è prodotto dalle sole oscillazioni di questa, nè da quelle della colonna aerea sovrastante, nè dalla riunione dei due moti oscillatorii, ma bensì dagli urti della corrente aerea interrotta dalle oscillazioni della linguetta, contro*

l'aria del tubo, come nella sirena il suono risulta dagli urti della corrente aerea contro l'aria esterna.

Infatti, quando si pone una linguetta da sola in oscillazione il suo suono è assai debole, e non diviene molto più forte accostandole la colonna aerea del tubo, ma diviene assai intenso quando si applica la linguetta al tubo, in modo che quella oscillando interrompa la corrente aerea.

56. Di più, il numero delle oscillazioni del suono dato dal tubo il più sovente non è eguale a quello che la linguetta farebbe da sola, nè eguale al numero delle oscillazioni della colonna aerea sola, ma *risulta dalla reciproca azione della elasticità e dimensioni della linguetta e della colonna aerea sovrastante.*

Infatti, la linguetta da sola farebbe un certo numero di vibrazioni determinato dalla sua lunghezza ed elasticità, e così pure la colonna aerea darebbe da sola un certo tono fondamentale e i suoi armonici. Se il tono proprio della linguetta coincide con uno di quelli del tubo, i due corpi sonori vibrano d'accordo senza alterarsi reciprocamente. Ma se questa concordanza non ha luogo, il tono della linguetta viene abbassato tanto più, quanto meno quel tono è al disotto di uno di quelli del tubo; l'abbassamento è massimo quando il tono della linguetta è assai prossimo al tono fondamentale del tubo; esso è allora circa di un' ottava. Invece se il tono della linguetta è prossimo al primo o secondo armonico del tubo, l'abbassamento è solo di una quarta o di una terza; ancora minore diviene l'abbassamento, quando il tono della linguetta è prossimo ad uno degli armonici più elevati del tubo. Ma se il tono della linguetta coincide con uno dei toni del tubo, l'abbassamento sparisce e il tono della linguetta salta fuori colla sua altezza giusta.

57. Tuttavia, questo vale solo per linguette molto pieghevoli; quelle pesanti e rigide subiscono poco o nulla l'influenza della colonna aerea del tubo, ma il loro tono viene molto rinforzato.

58. Siccome in corrispondenza della linguetta, per le interruzioni della corrente aerea prodotte dalle oscillazioni di quella, avvengono alternate condensazioni e rarefazioni, perciò si forma un nodo in vicinanza della medesima, cioè i tubi a linguetta si comportano come tubi a bocca più o meno perfettamente chiusi ad un' estremità, e perciò danno toni molto più gravi dei tubi a bocca aperti di eguale lunghezza.

Infatti, i registri delle trombe e trombette nell'organo danno i toni dei tubi a bocca lunghi 10 e 5 metri senza possedere tali lunghezze. Però debbono avere lunghezza alquanto maggiore della metà di quei tubi aperti, perchè dapprima la chiusura ove si trova la linguetta non è completa, e poi questi

tubi si fanno svasati, cioè dilatati verso l'estremità aperta per rendere il suono più forte e più pieno ed evitare il suono cupo dei tubi chiusi, e per tale allargamento la chiusura diviene ancora meno completa e i detti tubi si approssimano alquanto a quelli aperti; perciò debbono possedere lunghezze alquanto maggiori di quelle dei tubi a bocca chiusi per dare gli stessi toni.

59. I suoni armonici si ottengono molto più facilmente coi tubi a bocca che coi tubi a linguetta; per conseguenza in questi ultimi si può aumentare a piacimento l'intensità del suono col rinforzare il soffio dell'aria senza tema di passare troppo presto alle note armoniche. Ciò permette di raggiungere grande espressione nella musica degli stromenti muniti di imboccatura a linguetta.

§ 17. Stromenti ad aria e organo vocale. — 1. Gli stromenti musicali ad aria, più in uso, si possono distinguere in tre classi.

1° *Stromenti con imboccatura a bocca.* Tali sono il flauto, il fischietto, i tubi a bocca dell'organo.

2° *Stromenti con imboccatura a linguetta.* Esempi: il clarinetto, l'oboe, il fagotto, i tubi ad ancia dell'organo, la fisarmonica. Però il clarinetto ha una sola linguetta (di canna) mentre l'oboe ed il fagotto hanno linguetta doppia.

Il clarinetto, per avere diametro quasi costante, si comporta quasi come un tubo chiuso; esso dà toni un'ottava più bassi del flauto che è un tubo aperto, ed ha solo gli armonici dispari; invece l'oboe e il fagotto, per essere conici si approssimano ai tubi aperti.

3° *Stromenti con imboccatura ad imbuto;* tali sono la maggior parte degli stromenti di ottone, come il corno, la tromba, il trombone, il bombardone, l'oficleide, ecc. i quali si possono anche considerare come stromenti a linguette, perchè il suono viene generato mediante le labbra del suonatore appoggiate contro l'imboccatura, le quali vengono poste in vibrazione soffiando leggermente a traverso la fessura compresa fra le medesime, come si può constatare osservando le labbra di un suonatore in un imboccatura di vetro. In simile guisa si ottiene il suono zufolando colla bocca, cioè soffiando od aspirando l'aria fra le labbra, la lingua e i denti.

2. Per ottenere da questi stromenti i diversi suoni della scala musicale, si trae partito delle leggi sopra esposte dei tubi sonori.

Per es. nell'organo, ai diversi tubi si danno lunghezze inversamente proporzionali ai numeri di vibrazioni corrispondenti alle note che debbono produrre.

Nel flauto, nel clarinetto, nell'oboe si ottengono diverse note aprendo o chiudendo colle dita, oppure mediante apposite chiavi, i fori praticati lungo la canna dello stromento. Infatti, quando si apre uno di questi fori, si mette in comunicazione la colonna aerea interna coll'aria esterna, cosicchè in quel punto si forma un ventre, e la lunghezza della colonna vibrante si riduce alla parte del tubo compresa fra il foro aperto e l'imboccatura; d'onde nasce, secondo la legge delle lunghezze, un più acuto suono.

In altri stromenti si ottengono i diversi toni, o allungando direttamente il tubo stesso, come nel trombone a corsoio, o aggiungendo al tubo principale tubi supplementari col fare scorrere opportuni stantuffi, come nel cornetto a stantuffo.

Inoltre, con uno stesso stromento si possono produre a volontà note di più in più acute rinvigorendo semplicemente il soffio d'aria, giacchè allora si producono i suoni armonici. Anzi dal corno da caccia, che è privo di fori e di chiavi, il suonatore ricava le note della scala valendosi unicamente degli armonici superiori:

$$8,\ 9,\ 10,\ 11,\ 12,\ 13,\ 14,\ 15,\ 16,$$

i quali dànno luogo agli intervalli:

$$1,\ \frac{9}{8},\ \frac{5}{4},\ \frac{11}{8},\ \frac{3}{2},\ \frac{13}{8},\ \frac{7}{4},\ \frac{15}{8},\ 2.$$

Questi intervalli coincidono con quelli della scala musicale, eccetto il 4° che si scosta poco da $^4/_3$, e il 6° e 7° i quali differiscono poco da $^5/_3$. Si ottengono allora gli intervalli esatti, accorciando il tubo coll'introdurre il pugno nell'apertura svasata del medesimo.

3. *Organo vocale.* — L'organo vocale umano detto *laringe* è uno stromento ad *ancia.* Esso si trova nella parte anteriore del collo, ove nell'uomo si osserva la prominenza detta *pomo d'Adamo.* È una specie di tubo largo e corto che superiormente si apre nella parte posteriore della bocca, ed inferiormente continua colla trachea, canale fibrocartilagineo che conduce l'aria nei polmoni. La laringe è formata da piastre cartilaginee di diversa forma, le quali possono essere mosse da appositi muscoli, in modo da aumentare o diminuire la cavità da esse formata.

4. *L'ancia* è costituita da membrane elastiche opposte dette *corde vocali*, che attraversano la laringe dall'innanzi all'indietro, lasciando fra loro un' apertura detta *glottide*, che nella deglutizione viene chiusa da una valvola soprastante detta *epiglottide.* Le corde vocali sono 4, due superiori e due inferiori per

parte, e tra esse rimangono due cavità dette *ventricoli* della glottide o *ventricoli del Morgagni.* Nell'uomo le corde vocali hanno la lunghezza di 18 mm. e nella donna di 12 mm. circa; perciò la voce femminile è più alta della maschile.

5. *Quando la laringe emette un suono*, le corde vocali inferiori vengono tese più o meno da muscoli applicati alle cartilagini su cui quelle prendono inserzione, cosicchè la glottide si riduce per gran parte della sua lunghezza ad una fenditura assai stretta, i cui lembi, messi in vibrazione dall'aria spinta dai polmoni, lasciano effluire questa ad intervalli, in modo che essa mette in vibrazione la massa aerea sovrastante, come negli stromenti ad ancia. Secondo la varia tensione delle corde vocali, l'apertura più o meno grande della glottide, e l'intensità della corrente aerea, nascono suoni di diversa altezza.

6. Quindi si vede che i polmoni costituiscono il mantice, la trachea è il portavento, la laringe è l'imboccatura ad ancia, mentre le fauci, la bocca e le cavità nasali contengono la massa aerea posta in vibrazione.

7. La voce umana si estende appena per 4 ottave, dal mi_1 al do_5; ed in uno stesso individuo solo per circa due ottave.

8. Nella voce maschile si distingue, per ordine di altezza, quella del *basso*, del *baritono*, e del *tenore;* e nella voce femminile il *contralto*, il *mezzo soprano* e il *soprano*.

§ 18. Risonanza. — 1. *Un corpo sonoro vibrante può eccitare il suono in altri corpi sonori capaci di vibrare sincronamente, cioè nello stesso periodo di tempo del primo.* Il fenomeno si dice *risonanza.*

2. *I fenomeni di risonanza si possono distinguere in due gruppi*, i quali tuttavia non sono nettamente separati fra loro. Certi corpi risuonano solo per uno o pochi determinati toni, ma per un tempo più lungo, e anche dopo che il corpo eccitatore ha cessato di vibrare; questa si può denominare *risonanza successiva.* Altri, invece, possono accogliere quasi ogni suono, ma ritornano tosto in quiete quando il corpo eccitatore tace; senza di che non sarebbero in caso di rinforzare rapidamente, l'un dopo l'altro i più diversi suoni. Questa risonanza si può denominare *concomitante* o *contemporanea.*

3. *Esempi di risonanza concomitante* sono i seguenti.

4. Se si accosta un corista vibrante alla bocca di un recipiente cilindrico di vetro (fig. 36), in generale non si sente alcun rinforzo del suono del corista; ma versando poco a poco acqua nel recipiente, per modo da diminuire la lunghezza della colonna aerea in esso contenuta, giunge un'istante in cui si sente un rinforzo notevole del suono.

Se si misura allora la lunghezza della colonna aerea, cioè la distanza fra il livello del liquido e la bocca del vaso, si trova che è appunto uguale al quarto della lunghezza dell'onda sonora corrispondente alla nota del diapason.

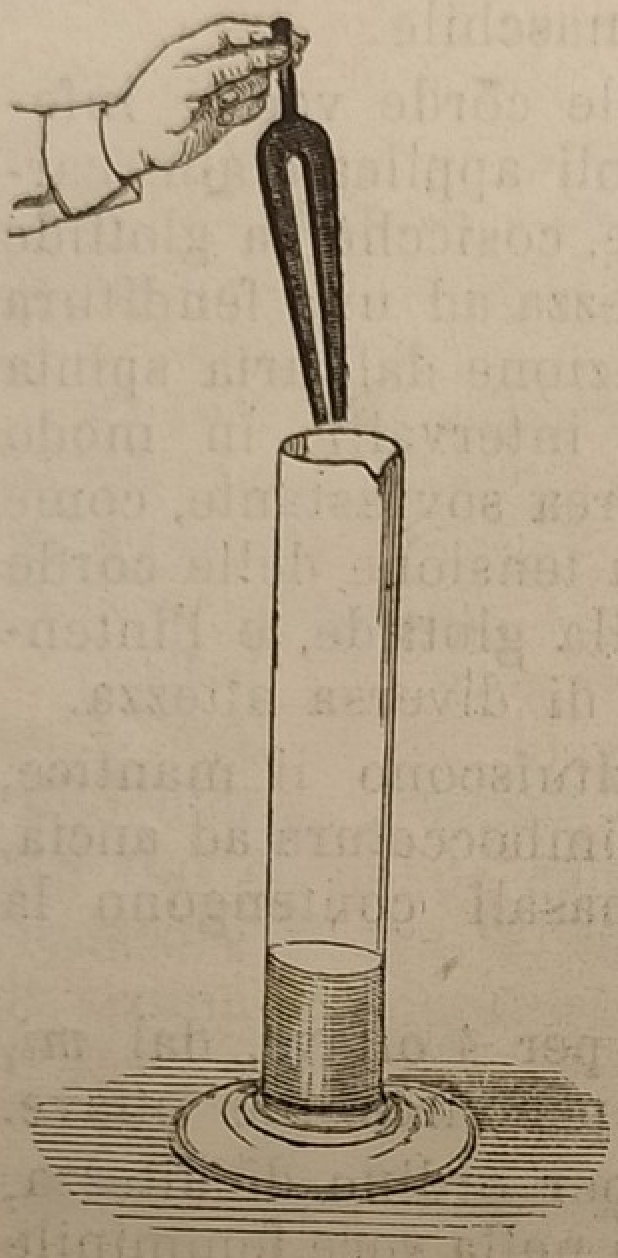


Fig 36.

5. Se per es. si fa vibrare il corista normale di 435 vibrazioni al secondo, la lunghezza della colonna aerea che ne rinforza il suono è di circa 20 cm., perchè in tal caso la lunghezza delle onde è

$$l = \frac{v}{n} = \frac{340}{435} = 0^m,782;$$

cioè circa 80 centimetri.

Siccome la velocità del suono nel gas-luce sta a quella nell'aria, come 8 : 5, perciò, un recipiente pieno di gas-luce, per vibrare sincronamente col diapason, deve essere più profondo che un vaso pieno d'aria nel rapporto di 8 a 5.

6. Il che avviene perchè il suono fondamentale di un tubo chiuso ha una lunghezza d'onda quadrupla della lunghezza del tubo, (per la formola $L = (2k - 1)\,l/4$, nella quale si faccia $k = 1$; § 16, n° 32) e così le vibrazioni del diapason sono perfettamente sincrone con quelle della colonna gazosa del recipiente.

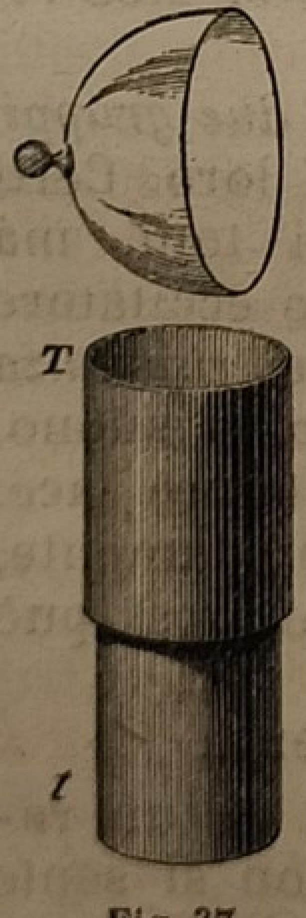


Fig. 37

7. Parimente, se si mette un corista in vibrazione e poi lo si presenta ad una serie di tubi sonori di diversa lunghezza, si sente rinforzato il suono del tubo la cui colonna aerea, quando è in vibrazione, dà la stessa nota, e non dagli altri tubi.

8. Così pure, strofinando con un archetto l'orlo di una campana, indi accostandole l'estremità aperta di un tubo di cartone (T fig. 37) nel quale è scorrevole un altro (t) chiuso in fondo, si trova che vi è una lunghezza della colonna aerea contenuta nel tubo intero, alla quale corrisponde un notevole rinforzo del suono della campana, mentre per altre lunghezze tale rinforzo è debole o nullo.

Se invece il tubo risonante è aperto da ambi i lati, esso dev'essere lungo il doppio, ossia avere una lunghezza uguale

alla metà di quella dell'onda sonora emanata dalla campana (per la formola $L = k\, l/2$ dei tubi aperti, in cui si faccia $k = 1$).

9. Una corda fissa a sostegni di piombo, e oscillante da sola nell'aria libera, dà un suono debolissimo, perchè urta un piccolissimo numero di particelle aeree; invece gli stromenti a corda danno suoni abbastanza forti, perchè le pareti delle casse sonore su cui sono tese, come pure l'aria in esse acclusa, risuonano insieme, e per la maggiore superficie scuotono assai maggior numero di particelle aeree.

Così pure il tono di un corista scosso si sente poco quando si tiene in mano; ma mettendolo in contatto con una cassa armonica, o anche solo una tavola di legno, si ode assai più intenso, per la risonanza della tavola e dell'aria in essa contenuta.

Nello stesso modo il *tic-tac* di un oriuolo si sente più forte, se appoggiato su di una tavola che se sospeso nell'aria.

10. Quindi l'uso delle casse armoniche di legno asciutto, fibroso, elastico, che vibrando assieme col corpo sonoro, ne rinforzano il suono. Il rinforzo è prodotto dall'aria della cassa e dalle pareti.

Le vibrazioni di queste si possono rendere visibili collocando su di esse uno sgabelletto di sughero con tre gambe di setola, il quale si vede salterellare, quando lo stromento suona.

11. In generale, le colonne aeree lunghe rinforzano solo un suono, mentre quelle di grandi dimensioni trasversali, come le masse aeree delle casse armoniche degli stromenti a corde, rinforzano più o meno tutti i suoni; però vi è sempre qualche tono più rinforzato degli altri.

12. Una membrana tesa vibra per un suono col quale essa è all'unissono. I vetri delle finestre rispondono sovente al suono delle campane e dell'organo, ed al rimbombo del timballo, del cannone e del tuono.

13. Merita qui di essere riferito il seguente curioso esempio di risonanza. Un fisico tedesco racconta d'avere visto un uomo che dava lo spettacolo di rompere i bicchieri colla sola voce. Egli ne scuoteva dapprima parecchi con una piccola chiave per sentirne il tono, e quando aveva trovato quello conveniente per l'esperimento, gli avvicinava la bocca e vi cacciava dentro un colpo di voce che lo mandava in pezzi.

14. In tutti questi casi il corpo risonante ritorna tosto in silenzio quando cessano le vibrazioni del corpo sonoro, senza di che, le casse sonore non potrebbero rinforzare tutti i toni che rapidamente si succedono.

15. La *risonanza successiva si manifesta nei seguenti fenomeni.*

16. Se due diapason accordati per una medesima nota si dispongono di fronte su di una tavola, a distanza più o meno grande e in modo che le aperture delle loro casse armoniche siano rivolte l'una verso l'altra, quando si fa vibrare uno dei diapason con un archetto, anche l'altro dopo breve tempo entra in vibrazione. Anzi, quest'ultimo continua a vibrare, anche dopo che si sia arrestato il movimento del primo, toccandolo colla mano. Però, la risonanza non ha più luogo, se si rende più grave il suono di uno dei diapason aumentandone la massa coll'attaccare ad uno o ad ambidue i suoi rebbi, una moneta con un poco di cera.

17. Parimente, un corista entra in vibrazione per il suono di un tubo che dia la sua nota e non per un altro suono.

18. Se sul sonometro si tendono due corde affatto all'unisono, i cavalieri di carta collocati sull'una salterellano quando si passa l'archetto sopra l'altra, e anche quando colla mano si arresta il movimento della prima corda; il che non avviene se le corde non sono all'unisono.

Così pure, se si tende una corda sul sonometro finchè dia una nota all'unisono con quella di un diapason, facendo suonare questo, ed appoggiando il suo piede sulla tavola del sonometro, si vedono i cavalieri di carta salterellare sulla corda. Fatta variare la tensione di quella, sì che essa più non dia la stessa nota del diapason, i cavalieri stanno immobili.

Infine, se toccando la corda in qualche punto, per es. nel mezzo, si ricava il suo primo armonico, si veggono salterellare sulla seconda corda solo i cavalieri collocati nei due ventri a $^1/_4$ e $^3/_4$ della sua lunghezza, mentre sta fermo quello collocato nel mezzo ove nasce un nodo.

19. Se si apre la cassa di un pianoforte, e si solleva lo smorzatore, indi si cantano le vocali, si sentono ripetute da quelle corde che sono capaci di vibrare all'unisono col loro tono; il che si può facilmente constatare per mezzo di cavalieri di carta collocati sulle medesime, ovvero dallo spegnersi del tono col toccarle.

20. Esempio interessante di tale risonanza si ha nella *viola d'amore*, nella quale al disotto delle corde superiori, che vengono strofinate coll'arco, ve ne sono altre inferiori collocate tra quelle e la cassa armonica, le quali non vengono toccate nè coll'arco nè colle dita, ma entrano in vibrazione per risonanza ogni qualvolta si toccano le corde superiori con cui sono all'unisono. Meyerber, negli *Ugonotti*, si valse delle note dolcissime di tale stromento nella soave *romanza di Raul*, con effetto nuovo e stupendo.

21. In generale, le colonne aeree, come anche i corpi solidi

pieghevoli, presentano solo la risonanza concomitante, mentre i corpi rigidi presentano quella successiva.

22. Sul fatto della risonanza sono pure fondati i *risonatori* di Helmholtz (1863). Essi consistono in globi cavi di vetro o di metallo (fig. 38), i quali da una parte sono muniti di un tubetto conico (O) che si introduce in un orecchio, mentre si tura l'altro con un dito, e in posizione diametralmente opposta hanno una bocca (B) che si rivolge verso un centro sonoro.

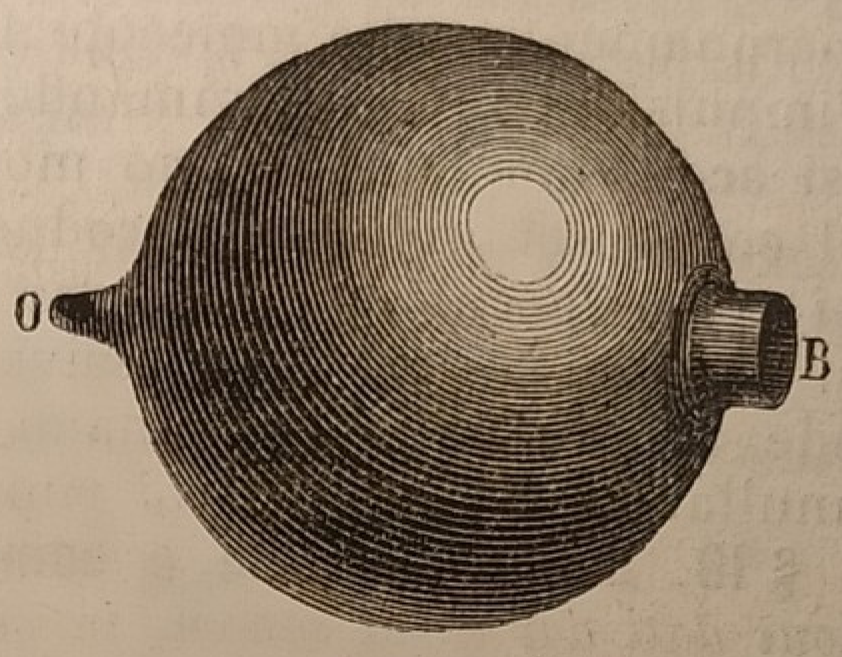


Fig. 38.

23. Siccome la massa aerea contenuta in un risonatore non può compiere che un determinato numero di vibrazioni, così ciascun risonatore non può rinforzare che un solo tono, dipendente dalle dimensioni che esso ha; il che si può provare accostandolo successivamente a diversi coristi. Se pertanto in una miscela di più toni, si trova, anche con debole intensità, il tono pel quale un risonatore è accordato, la persona, al cui orecchio esso è applicato, intende distintamente quel tono, mentre resta sorda per tutti gli altri. Così si può fare l'*analisi dei suoni.*

24. Se poi il tubetto conico (O) del risonatore si mette in comunicazione mediante un tubo di gomma elastica con una fiamma manometrica (§ 16, n. 24, e come indica la fig. 39, supposto che all'imbuto (I) sia sostituito un risonatore) la presenza del tono proprio al risonatore si manifesta mediante allungamenti ed accorciamenti alternati di quella, i quali si osservano negli specchi (S) giranti, in cui appaiono dentellature di fuoco, le cui forme e dimensioni variano col tono rinforzato dal risonatore. Se questo non risuona, allora la fiamma non s'agita, e sullo specchio rotante non si scorge che un nastro luminoso privo di dentellature, siccome verrà più minutamente esposto nel § seguente (n. 6 e 7).

25. Quindi, per l'uso dei risuonatori conviene averne una serie di varia grandezza; i più grandi rinforzano i suoni gravi, i più piccoli gli acuti.

26. I risuonatori sferici sono i migliori, ma si usano anche risuonatori cilindrici o conici, che riescono più maneggevoli.

27. *Si spiega il fenomeno della risonanza* in modo analogo a quello della comunicazione del moto oscillatorio da un pen-

dolo ad un altro della stessa lunghezza (Vol. I, § 65, n° 19). Le onde sonore, che partono dal corpo in vibrazione e si diffondono nell'aria circostante, scuotono i corpi che incontrano, ed imprimono alle loro molecole successivi impulsi. Se tra i corpi urtati dalle onde sonore ve ne ha di tali, le cui dimensioni ed elasticità permettano alle loro molecole di oscillare sincronamente colle molecole dell'aria vibrante, allora in questi gl'impulsi si vanno sommando; epperò dopo un certo tempo essi acquistano un proprio moto oscillatorio sincrono a quello del corpo sonoro, cioè riproducono la medesima nota. Invece nei corpi le cui molecole non possono vibrare sincronamente col sonante corpo, i successivi impulsi loro comunicati dalle onde sonore non si sommano, ma per essere discordanti si annullano, onde tali corpi rimangono in quiete.

§ 19. Suoni semplici e composti; analisi de' suoni. — 1. *I suoni dati dai corpi sonori, in generale non sono semplici, cioè costituiti da un solo numero di vibrazioni, ma risultano dalla mescolanza di parecchi suoni semplici.* Fra questi, il più grave, che ordinariamente è il più forte, dicesi *tono fondamentale*, ed è quello che porta il nome musicale del suono risultante, cioè che ne determina la posizione nella scala; tutti gli altri toni semplici, più acuti, che accompagnano il fondamentale, si dicono *concomitanti* o *di accompagnamento*. Essi, nei toni propriamente detti o suoni musicali, non sono che gli armonici 2, 3, 4, 5,..... del tono fondamentale; invece nei rumori sono toni molto intensi, i cui numeri di vibrazioni non hanno alcun rapporto semplice con quello del tono fondamentale.

2. *Prove sperimentali.* Che i suoni musicali ordinarii non siano semplici, è già provato, ad es., dal fatto che un orecchio esercitato percepisce assieme col tono fondamentale di una corda vibrante per intero, anche i primi armonici, 2, 3, 4, ecc. cioè l'ottava, la 5ª dell'8ª, la doppia 8ª, ecc. (§ 13, n. 22).

3. Di più, se si scuote una corda e poi la si tocca leggermente ad $^1/_2$, od $^1/_3$, $^1/_4$, si spegne il tono fondamentale, ma si sentono ancora i suoni armonici flautini corrispondenti alle frazioni vibranti, perchè questi non scompaiono toccando i loro nodi; ora se essi non fossero stati presenti nel suono della corda intiera, non si sarebbero fatti sentire col toccare questa.

4. *Si dimostra poi, nel modo più generale, che i suoni ordinarii non sono semplici, ma composti,* facendo *l'analisi acustica ed ottica dei suoni.*

L'analisi acustica si fa mediante una serie di risuonatori di Helmholtz (§ 18 n. 23) ciascuno dei quali rinforza un solo tono. Accostandoli successivamente all'orecchio, mentre si produce un

suono, si trova quasi sempre che non solo risuona il risonatore che è accordato per quel tono, ma risuonano pure parecchi altri, e precisamente, se il suono è musicale, risuonano quelli accordati per qualcuno degli armonici di quel tono.

5. Quindi, i *suoni semplici si possono solo ottenere artificialmente;* per es., strofinando delicatamente con un archetto un diapason all'estremità di un rebbio, si constata, mediante i risuonatori, che il suono risultante è indecomponibile, cioè è suono semplice.

6. *L'analisi ottica* dei suoni si fa osservando le immagini delle fiamme manometriche (§ 16, n° 24) in specchi rapidamente giranti fissi alle 4 faccie di un cubo (S, fig 39). Si applica alla capsula (C) dalla parte della medesima opposta

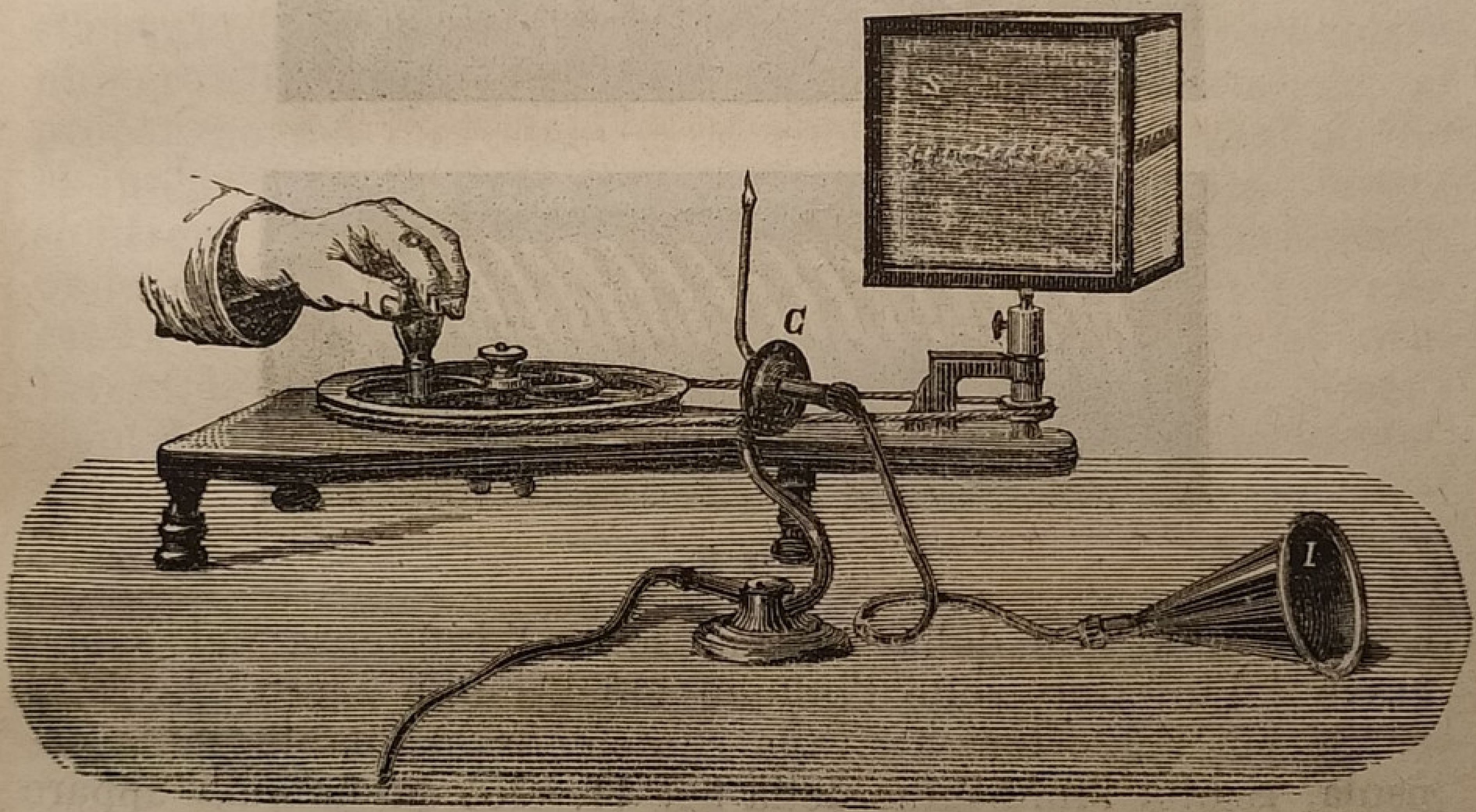


Fig. 39.

a quella per cui arriva il gas sulla membranella, un tubo di gomma elastica terminato da un imbuto (I). Quando non si produce alcun suono, la fiamma rimane in quiete, e la sua immagine appare negli specchi giranti siccome un nastro luminoso continuo, di altezza eguale a quella della fiamma, perchè per la persistenza delle immagini sulla rètina la si vede contemporaneamente in tutte le successive posizioni che essa prende per la rotazione degli specchi.

Invece, se arrivano nella capsula onde sonore, ciascuna di queste genera un'oscillazione della parete flessibile e quindi della fiamma; allora i successivi sollevamenti di quella appaiono negli specchi in luoghi diversi, cosicchè invece di un nastro luminoso continuo, si vede una serie di immagini di-

stinte e vicine l'una all'altra. Naturalmente le distanze delle singole immagini dipendono dalla celerità delle oscillazioni della fiamma e dalla celerità della rotazione degli specchi.

7. Un suono semplice, come quello di un corista, prodotto avanti all'imbuto genera denti tutti eguali e tanto più fitti, quanto più quello è acuto.

Per es., se uno dei toni è l'ottava acuta dell'altro, esso genera un doppio numero di dentellature nello stesso spazio, come indica la fig 40 nella quale la parte superiore rappre-

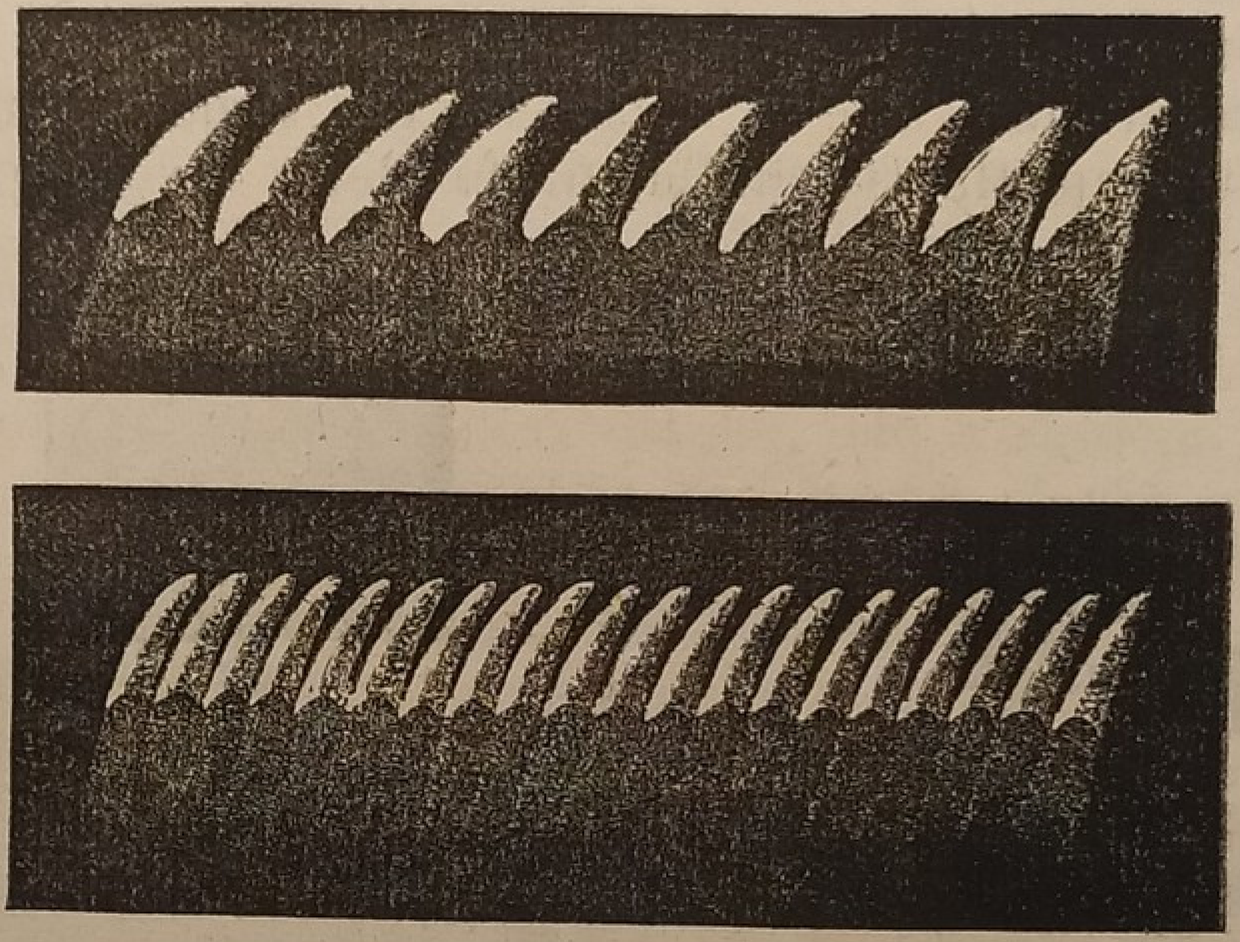


Fig. 40.

senta l'immagine della fiamma sotto l'influenza del suono grave e l'inferiore sotto l'influenza del suono acuto.

Se poi i due toni arrivano contemporaneamente nella capsula, risulta l'immagine della fig. 41, cioè la fiamma appare

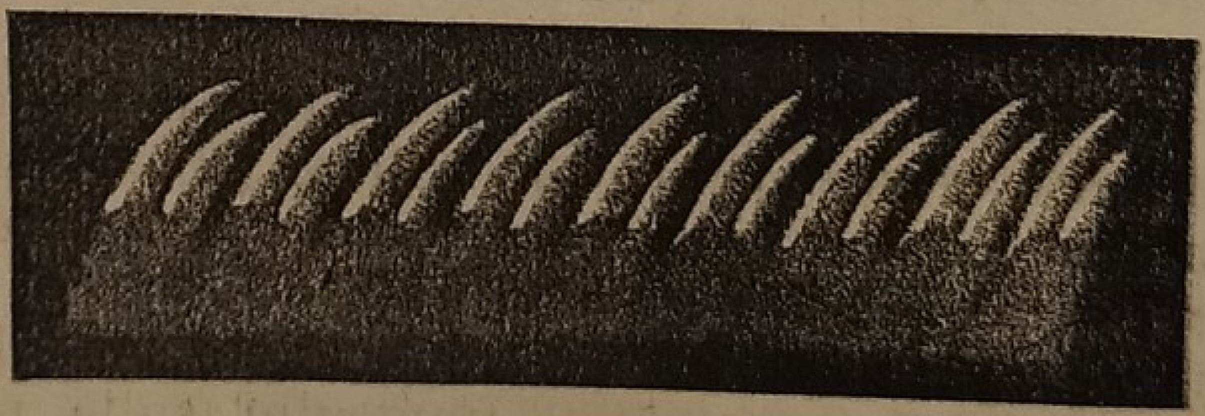


Fig. 41.

alternativamente sollevata ed abbassata. I denti alti corrispondono agli istanti in cui le onde condensate dei due toni coincidono e premono ambedue sulla membrana della capsula, e quelli più bassi corrispondono agli istanti in cui solo il tono più acuto preme la membrana.

La stessa immagine risulta ogni qualvolta si manda nella

capsula un suono composto di due toni, il cui intervallo è di ottava.

8. Se poi si hanno più capsule manometriche, ciascuna delle quali sia congiunta con un risuonatore speciale invece dell'imbuto, allora si vede che ogni suono mette in oscillazione diverse fiamme, il che prova che ogni suono è composto di più toni.

9. *La coesistenza di più moti vibratorii nei corpi sonori si spiega* osservando che, mediante lo scuotimento del corpo sonoro, per es., mediante il fregamento di una corda, risulta una ridda delle più diverse maniere di vibrazione, sia perchè le molecole superficiali spostate erano trattenute nelle loro posizioni d'equilibrio da forze molecolari diverse da quelle interne, sia perchè le une e le altre provano un diverso spostamento dalla forza che eccita il suono. Ogni particolare numero di vibrazioni genera onde nel corpo sonoro, che si propagano nel medesimo, e si riflettono ai suoi confini. Se le lunghezze delle onde sono in rapporto esatto colle dimensioni del corpo, le onde riflesse, formano, per interferenza, onde stazionarie colle nuove onde dirette, e così possono essere sviluppate diverse onde stazionarie nel corpo sonoro. Invece, le onde che non sono in rapporto esatto colle dimensioni del corpo incontrano, dopo la riflessione, quelle dirette, in punti sempre diversi, interferiscono irregolarmente, e si distruggono, trasformandosi in calore.

§ 20. Tempera o metallo del suono. — 1 *La tempera o metallo del suono è la qualità per la quale i suoni di diversi stromenti o di diverse voci, quantunque abbiano eguale altezza e intensità, tuttavia si distinguono fra loro.* Così il la_3 dato dalla 2ª corda del violino si distingue dalla stessa nota data da un corista, da un flauto, da un'armonica, da una voce umana. Lo stesso dicasi per le altre note.

2. Le ricerche di Helmholtz (1863) hanno dimostrato che *il metallo del suono dipende dal diverso numero, e dalla diversa altezza e intensità dei toni armonici che sempre accompagnano il suono fondamentale nei corpi sonori.*

3. *Questa proposizione si dimostra sperimentalmente* mediante l'analisi e la sintesi dei suoni.

Infatti, coi risuonatori si riconosce che i suoni dei diversi stromenti sonori contengono armonici diversi per altezza e intensità.

4. *Lo stesso fatto si prova otticamente* mettendo diverse fiamme manometriche in comunicazione con diversi risuonatori capaci di rinforzare gli armonici di un dato tono fondamentale (§ 19, n. 1); allora producendo la stessa nota con stromenti

diversi si veggono seghettate fiamme diverse, le quali sono messe in oscillazione dai risuonatori che rinforzano i diversi suoni semplici contenuti nel suono dato.

5. Inversamente, *si può comporre il metallo di un suono* mediante la riunione dei toni elementari che lo compongono. Questi si possono ottenere, osservando che i toni armonici superiori di un corista, quando il suo suono si prolunga per qualche tempo, sono deboli e non sono rinforzati da un risonatore accordato pel suo suono fondamentale. Ora, se mediante diversi coristi e diversi risuonatori si ottengono contemporaneamente i diversi suoni semplici che compongono un dato suono, si sente questo col suo metallo caratteristico.

Per es., se si mescola con un tono fondamentale i suoi primi 5 armonici superiori, cioè l'ottava, la quinta dell'ottava, la doppia ottava, e la terza e la quinta di essa, ma in modo che questi toni abbiano minore intensità del fondamentale, si ottiene una miscela, non avvertita dall'orecchio non esercitato, ma che esso percepisce siccome un suono perfetto, ricco, pieno, sonoro, armonico.

6. Mediante l'analisi e sintesi dei suoni dei diversi stromenti musicali, si è riconosciuto quanto segue.

1° Che i suoni semplici e senza armonici sono puri, dolci, ma vuoti e poveri d'armonia. Tali sono i suoni del flauto, dei tubi sonori chiusi.

2° Che i toni con i 5 primi armonici di intensità decrescente sono pieni, ricchi di armonia. Le due prime ottave, cioè i suoni 2 e 4 rinforzano il suono fondamentale, e i suoni 3 e 5 formano col medesimo un accordo perfetto, essendo il suono $3 = \frac{3}{2} \cdot 2$ la quinta dell'ottava (§ 8, n° 17) e il suono $5 = \frac{5}{4} \cdot 4$ la doppia ottava della 3ª, i quali suoni, come vedremo, costituiscono accordi col suono 1.

Esempi. I suoni del corno, del pianoforte, della voce umana, dei tubi aperti, degli stromenti a corde, quando queste vengono scosse, in modo da sopprimere l'armonico 7 dissonante.

L'orecchio si compiace sovratutto dei suoni nei quali i 2 primi armonici 2 e 3 (ottava e dodicesima) sono fortemente accentuati; i 2 seguenti 4 e 5 moderati, e gli altri di meno in meno sensibili.

3° Che la tempera diviene aspra quando oltre i primi 5 armonici si fanno sentire i successivi, specialmente quelli i cui numeri di vibrazioni sono 7, 11, 13 ecc. volte quello del suono fondamentale. Ciò avviene negli stromenti ad arco strofinati sgarbatamente, e così pure nei tubi a linguetta. Se questi armonici acuti sono assai intensi, il suono riesce squillante, come quello di certi stromenti d'ottone e delle campane.

4° Che quando mancano gli armonici pari, come nelle canne chiuse e sottili e nelle corde scosse nel mezzo, il suono è imperfetto, e diventa nasale se ha degli armonici dispari acuti, come nel clarinetto, nell'oboe, nel fagotto.

5° La tempera delle diverse vocali risulta da ciò, che per ognuna di esse, uno o due toni di determinata altezza vengono uniti alla miscela di armonici della voce umana. Così il tono che determina la vocale U è il fa_2 di 174 vibrazioni doppie per secondo, (essendo $la_3 = 435$ vibrazioni doppie per secondo); quello della vocale O è il si_3 di 489 v^i; quello della vocale A è il si_4 di 979 v^i. Le rimanenti vocali hanno 2 toni corrispondenti. Così l'I risulta dal re_4 di 2349 v^i e dal fa_2 di 174 v^i; si_3 e fa_1, generano la vocale E.

7. I quali diversi toni delle vocali si ottengono modificando la cavità boccale. Per la U essa prende la forma di un fiasco con assai piccola apertura fra le labbra; per la O l'apertura viene alquanto ingrandita e la cavità alquanto ristretta; per la A l'apertura diviene larga e la cavità boccale prende forma d'imbuto. Per le rimanenti vocali la cavità boccale prende la forma di un fiasco con collo, il quale viene formato mediante la lingua e il palato e così si generano i secondi toni caratteristici assai elevati.

8. Le consonanti risultano dai rumori che fa l'aria passando fra il palato, la lingua, i denti e le labbra.

§ 21. L'orecchio. — 1. L'orecchio umano consta di 3 parti: *l'esterna*, la *media* e *l'interna*.

2. L'*orecchio esterno* è costituito dal *padiglione* o *conca* (A fig. 42) e dal *condotto uditivo* esterno (B) il quale è chiuso alla sua estremità dalla membrana del timpano (C). Il padiglione è un'espansione cartilaginea, la quale serve a concentrare le onde sonore verso il condotto uditivo. Però nell'uomo tale ufficio è assai limitato.

3. La *parte mediana* dell'orecchio (D), detta *cassa del timpano*, è una cavità piena d'aria, la quale comunica colla porzione nasale della faringe mercè un canale (T) detto *tromba* o *tuba d'Eustachio*, cosicchè la pressione dell'aria vi si mantiene eguale all'esterna. Essa è attraversata da una catena (E, M) di 4 ossicini articolati fra loro, i quali, per la loro forma, si dicono: *martello, incudine, osso lenticolare* e *staffa* (fig. 43). Il manico (M) del martello si addentra nello spessore della membrana timpanica, mentre la sua testa si articola coll'incudine (E), la quale alla sua volta, per uno dei suoi rami, e mediante l'osso lenticolare (L) si congiunge colla staffa (K), la cui base chiude un foro detto *finestra ovale* praticato nella parete opposta alla membrana del timpano. Inferiormente alla finestra ovale esiste

un altro foro detto *finestra rotonda*, chiuso da una membrana. Mediante appositi muscoli (*a*, *b*, fig. 43) la catena degli ossicini è suscettibile di piccoli movimenti.

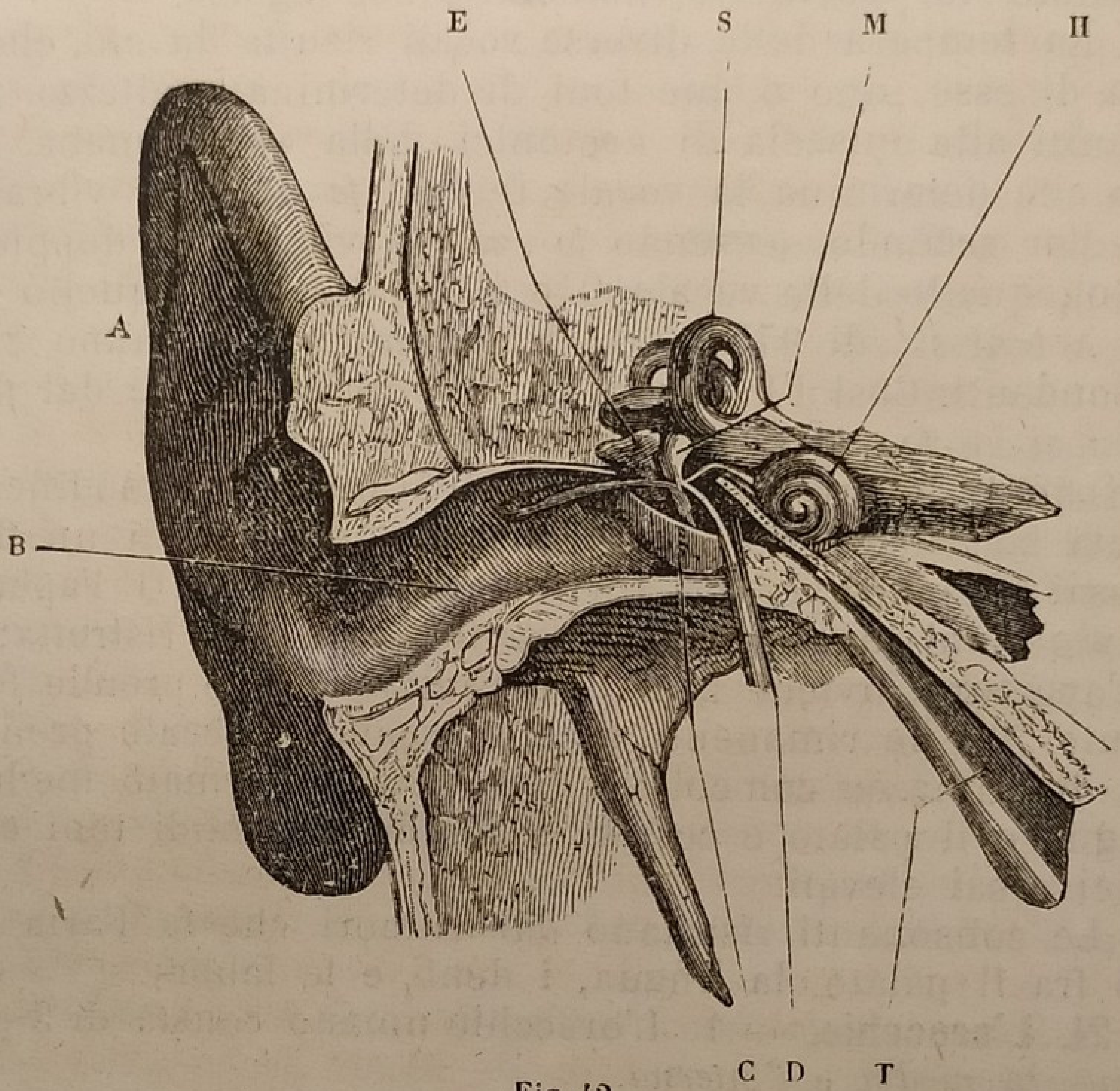


Fig. 42.

4. *Orecchio interno.* — Attraversando le finestre ovale e rotonda della parte media, si giunge nella parte interna e più importante dell'orecchio, detta *labirinto*, che è una cavità scavata nell'osso temporale. In essa si distinguono il *labirinto osseo* esterno, e il *labirinto membranoso* interno, il quale si modella sul primo, ma con dimensioni alquanto minori. Il labirinto osseo contiene un liquido detto *perilinfa* e quello membranoso è pure ripieno di liquido detto *endolinfa*.

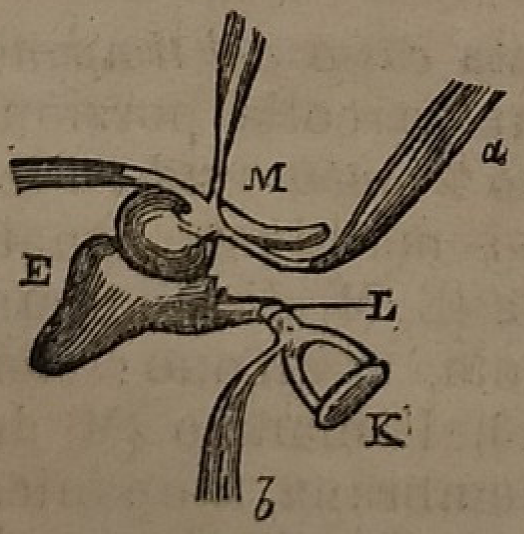


Fig 43.

5. Nel labirinto si distinguono tre parti principali: una posteriore e sovrastante, formata da tre canali (S, fig. 42) che dalla loro forma si dicono *semicircolari*; una anteriore e alquanto sottostante, che per la sua forma dicesi *chiocciola o coclea* (H), e una intermedia detta *vestibolo*, la quale fa seguito alla cassa dal timpano.

6. Il nervo acustico penetra nel labirinto osseo per un piccolo canale detto *condotto uditivo interno* e quindi si divide in più rami che vanno alle diverse parti del labirinto membranoso.

7. La chiocciola è un tubo cilindrico avvolto a spirale per due giri e mezzo, e di meravigliosa struttura. Esso è percorso in tutta la sua lunghezza e larghezza da una parete che la divide in due parti dette *rampe o scale*, delle quali una posteriore detta rampa *timpanica* termina alla finestra rotonda, e l'altra anteriore detta *vestibolare*, si apre nel vestibolo. Detta parete, per metà della sua larghezza consta di sostanza ossea, e per l'altra metà è membranosa. Di più questa membrana è doppia e lo spazio compreso fra le due membrane si dice *rampa mediana*. L'inferiore di tali membrane detta *basilare* consta di più di 3000 fibbre radiali di lunghezza decrescente ed assai tese, sulle quali si sollevano le così dette *arcate del Corti*, costituite da verghette elastiche che formano una specie di arco, e portano delle *cellule* dette *uditive* cui giungono i filamenti del ramo cocleare del nervo uditivo.

8. *Percezione dei suoni*. Il padiglione dell'orecchio e il condotto uditivo concentrano le onde sonore sulla membrana del timpano, le cui vibrazioni sono trasmesse dai quattro ossicini all'orecchio interno, ove agitano il liquido del labirinto e quindi le pareti membranose che lo contengono, coi filamenti del nervo acustico che in quelle si distribuiscono.

9. Mediante i muscoli (*a*, *b*, fig. 43), i quattro ossicini possono venire più o meno tesi fra la membrana del timpano e la finestra ovale, per modo che viene modificata la sensibilità dell'orecchio alle impressioni sonore.

10. Di più, secondo Helmholtz, ogni filamento della membrana basilare coll'arcata del Corti che gli è applicata è accordato per qualche nota, a guisa delle corde del pianoforte; perciò, quando arriva uno scuotimento nel labirinto, oscillano, per risonanza, solo quei filamenti i quali sono capaci di vibrare all'unisono coi detti scuotimenti, in modo analogo a quello che succede nel pianoforte, quando, tenendo alzato lo smorzatore, vi si canta sopra una nota su l'una o l'altra vocale. Allora per risonanza (§ 18, 19) entrano in vibrazione solo quelle corde che trovano nella nota il suono di cui sono suscettive, cosicchè il pianoforte, a guisa di eco ripete quella nota.

11. Così, secondo Helmholtz, la chiocciola serve alla percezione dei diversi toni, mediante i diversi filamenti nervosi che ricevono scuotimento da corpuscoli, ciascuno dei quali entra in vibrazione solo per qualche tono. Il che spiega il *potere risolutivo dell'orecchio*, cioè la capacità che esso ha di

distinguere i toni semplici od elementari contenuti in un suono composto o miscuglio di più toni semplici.

§ 22. **Interferenza dei suoni. Battimenti.** — 1. Si è già definito il fenomeno dell'interferenza dei movimenti ondulatorii in generale (§ 11). Per le onde sonore si debbono distinguere due casi di interferenza secondochè i suoni hanno eguale altezza o no. Incominceremo dal secondo caso, siccome quello che ha maggiore importanza per le applicazioni.

2. (*a*). *Interferenza dei suoni di diversa altezza. Battimenti.* — *Quando i punti di partenza di due suoni di altezza differente distano egualmente dall'orecchio, nascono alternative di aumento e diminuzione dell'intensità del suono,* le quali si dicono *battimenti.* Gli aumenti si dicono *rinforzi,* le diminuzioni si dicono *pause,* perchè possono giungere fino al silenzio.

3. *Il numero dei battimenti per secondo è eguale alla differenza dei numeri di vibrazioni dei due toni.*

Per es. due suoni, uno di 435, l'altro di 440 vibr^{i} per secondo, danno $440 - 435 = 5$ battimenti, cioè 5 rinforzi alternati con 5 pause per ogni secondo.

4. *Dimostrazione sperimentale.* — Se si pongono sul mantice due tubi sonori aperti affatto all'unisono, e si fanno risuonare, l'orecchio è gradevolmente impressionato dai due suoni, perchè quello risultante ha un'uniforme intensità; ma se si altera l'unisono, coprendo in parte colla mano l'estremità aperta di uno dei tubi, ovvero inviluppando intorno a questo un pezzo di carta in modo da far variare alquanto la sua lunghezza, ovvero collocando la mano avanti la bocca, tosto si sentono alternative di rinforzi e diminuzioni nell'intensità dei due suoni, cioè si produce il fenomeno dei battimenti. Questi divengono sempre più frequenti a misura che si copre vieppiù colla mano l'estremità aperta di quel tubo, o si fa avanzare il pezzo di carta verso l'alto, cioè a misura che diventa maggiore la differenza fra i numeri di vibrazioni dei due suoni.

5. Similmente, due diapason affatto eguali, uno dei quali abbia i suoi rami ricoperti di cera, ovvero due corde pure affatto eguali, ma tese da pesi poco diversi, danno origine a battimenti.

6. Il fenomeno dei battimenti è frequentissimo nelle campane, perchè non è possibile fondere una grande campana in modo che essa presenti in tutti i suoi punti perfetta omogeneità, cioè densità ed elasticità perfettamente eguali. Essa si divide quindi facilmente in parti non perfettamente eguali, le quali vibrano un poco diversamente e generano battimenti.

7. *Si spiega il fenomeno dei battimenti mediante l'interferenza*

delle onde sonore. Quando le onde di due toni di diversa altezza arrivano contemporaneamente nella stessa fase di vibrazione in un punto del mezzo, la semionda condensata dell'uno si sovrappone quivi alla semionda condensata dell'altro, e lo stesso avviene per le due semionde rarefatte; ma siccome le onde del tono più grave sono un po' più lunghe di quelle dell' altro (§ 2, n. 16), le successive semionde del tono più acuto rimangono poscia alquanto indietro delle successive semionde del tono più grave; questo difetto di sovrapposizione diviene sempre più grande, finchè la semionda condensata di un tono si sovrappone precisamente alla semionda rarefatta dell'altro, e allora risulta un indebolimento del suono, e se i due toni hanno egual forza, il suono è annullato. In un tempo successivo eguale al precedente, continuando i due toni, la semionda condensata dell'uno deve di nuovo sovrapporsi alla semionda condensata dell'altro, e allora risulta un rinforzo. Così nascono alternative di rinforzi e pause, finchè si propagano onde nello stesso senso.

Se, per es., al principio di un secondo le onde sonore che giungono in un dato punto del mezzo hanno la stessa fase, nei successivi istanti di quel secondo le onde vi arrivano in fasi sempre più diverse, e quindi con movimento contrario; solo dopo la frazione di secondo in cui uno dei toni fa una vibrazione più dell'altro le onde nuovamente vi arrivano nella stessa fase; nell'istante intermedio fra tali coincidenze, le onde giungono nello stesso punto in opposta fase, e perciò si differenziano.

8. Di più, si scorge che per ogni differenza di una vibrazione dei due suoni, in egual tempo, vi deve essere un rinforzo e una pausa, cioè un battimento. Perciò se la differenza dei numeri di vibrazioni dei due suoni è di

1 , 2 , 3 vibrazioni per secondo,

vi sarà un battimento per ogni »

1 , $^1/_2$, $^1/_3$ di secondo

ossia vi saranno

1 , 2 , 3 battimenti per secondo.

9. *Effetto dei battimenti.* — Finchè i battimenti sono rari, per es., di 4, 8, 12 per secondo, si sentono distinti, e per l'ondeggiamento del tono che essi generano danno al suono un carattere piacevolmente solenne e melanconico. Nell'organo l'effetto del registro detto *unda maris*, riposa sui battimenti lenti. Ma quando il loro numero cresce, producono uno spiacevole stridore, la cui asprezza, secondo Helmholtz, diviene massima fra 30 e 40 per secondo.

Oltre questo numero i battimenti divengono sempre meno

sensibili, perchè meno percepiti dall'orecchio, essendo che la nostra sensibilità viene attutita quando le impressioni si succedono troppo rapide. Secondo Helmholtz, il limite dei battimenti percettibili è di 132 per secondo.

10. *Si spiega la spiacevole impressione dei battimenti quando raggiungono un certo numero per secondo*, osservando che, mentre i nostri nervi si adattano a ricevere un'eccitazione viva ma stabile, si stancano invece e soffrono, quando sono sottoposti ad eccitazioni d'intensità continuamente variabile. Così, mentre l'occhio si adatta ad una luce viva ma stabile, non può sopportare una luce tremola; un prolungato solletico può eccitare il delirio; gocce d'acqua cadenti per lungo tempo sulla testa producono una terribile tortura; mentre si sopporta una scossa elettrica isolata, una successione prolungata di scosse, riesce insopportabile.

Ora, l'asprezza dei battimenti nasce dalla rapida alternativa di scuotimenti intensi e deboli degli stessi corpuscoli del Corti e dei rispettivi filamenti nervosi eccitati da quelli, perchè, sebbene le fibrille del nervo acustico destinate a ricevere scuotimenti dall'organo di Corti sieno diverse per le diverse note, tuttavia esse possono vibrare non per un solo tono, ma anche, benchè in grado assai minore, per toni vicini, i quali scuotono non solo le fibrille destinate alla loro percezione, ma anche un certo numero di quelle intermedie.

11. Perciò, per una stessa differenza dei numeri di vibrazioni, l'effetto è diverso secondo l'altezza dei toni che interferiscono; quando i toni, la cui differenza dei numeri di vibrazioni è $= 40$, sono assai bassi, il loro intervallo può essere di una sesta, (per es. $^{100}/_{60} = {}^{5}/_{3}$) e anche maggiore; perciò uno dei toni agisce assai debolmente sull' arcata del Corti su cui agisce l'altro; quindi i battimenti dei due toni, sono deboli e la loro asprezza è piccola.

Due toni di media altezza e della detta differenza nei loro numeri di vibrazioni possono formare una seconda (per es. $^{400}/_{360} = {}^{10}/_{9}$) e quindi agire intensamente sugli stessi filamenti nervosi d'onde risultano battimenti più aspri.

Infine, nei toni alti l' asprezza dei battimenti diminuisce, perchè cresce la rapidità delle vibrazioni, e per le rapide impressioni diviene minore la nostra sensibilità.

12. *I toni assai bassi riescono facilmente aspri*, sia perchè le singole vibrazioni agiscono sovente siccome battimenti, e sia perchè generano battimenti coi loro proprii toni armonici. I toni forti ed elevati del basso della voce umana, hanno con sè gli armonici elevati e vicini dal *re*$_4$ al *sol*$_4$ i quali generano assai forti e spiacevoli battimenti; nelle voci umane più

alte, i toni armonici elevati danno molti battimenti i quali perciò sono meno spiacevoli; perciò le voci umane più alte sono generalmente più piacevoli di quelle basse. Così la voce di tenore è più gradita di quella del basso.

13. *I battimenti somministrano il mezzo di conoscere se due suoni sono all' unisono.* Così, quando si vuol porre la sirena all'unisono di un tono qualunque, alquanto prima che questo sia raggiunto, si sentono dei battimenti, i quali vanno facendosi sempre più rari man mano che ci avviciniamo all'unisono, ossia a misura che diventa minore la differenza fra i numeri di vibrazioni dei due toni. Quando poi l'unisono è raggiunto, non si sentono più battimenti, ma questi ritornano tosto a farsi sentire appena che quello viene oltrepassato. Il quale fatto facilita il raggiungimento e la conservazione dell'unisono.

14. (*b*). *Interferenza dei suoni di eguale altezza. Quando due movimenti ondulatorii sonori di eguale durata e quindi di eguale lunghezza d'onda, si propagano nello stesso mezzo, in modo da sovrapporsi, se hanno la stessa fase si sommano*, e perciò se hanno eguale ampiezza, il moto risultante avrà ampiezza doppia; *se sono in opposizione di fase si differenziano*, e quindi se hanno la stessa ampiezza si neutralizzano reciprocamente; talchè *due suoni sovrapponendosi possono produrre silenzio.*

Nel 1° *caso i punti di partenza dei due suoni debbono distare di un numero pari di semilunghezza d'onda*; *nel* 2° *caso debbono distare di un numero dispari di semilunghezza d'onda, oppure partire dallo stesso punto, ma essere in opposizione di fase.*

15. Però, qui *si deve supporre che i suoni sieno semplici;* se essi sono accompagnati da toni superiori, nell'ultimo caso il suono non viene affatto spento; scompare il tono fondamentale ma rimangono i toni superiori. Se, ad es., la distanza dei luoghi d'origine è $= {}^1/_2$ della lungezza d'onda del tono fondamentale, essa sarà eguale alla lunghezza d'onda dell'ottava, cioè del primo tono armonico superiore; allora verrà spento il tono fondamentale, mentre si sentirà più forte il 1° armonico; perciò in molte interferenze, al posto del tono fondamentale che svanisce, salta fuori più forte la sua ottava acuta.

16. *Prove sperimentali.* — Non si possono dimostrare sperimentalmente le enunciate proposizioni per due suoni distinti che si propagano nell'aria libera, perchè le riflessioni delle onde sonore, che sempre avvengono per parte dei corpi circostanti, complicano il fenomeno. Ma si riesce ad una verificazione sperimentale, dividendo in due le onde che partono da una sorgente unica e poi portandole ad incontrarsi. A tale fine serve un apparecchio composto di due tubi di vetro bi-

forcati, congiunti con tubi di gomma (fig. 44). Si fa per es. propagare nel tubo T il suono di un corista normale di 435 vibrazioni al secondo; esso giunto alla biforcazione B, si divide nei due tubi, e se le due vie che deve percorrere in questi, differiscono per una lunghezza di 391 mm., eguale a mezza lunghezza d'onda (§ 2) (*), i due moti ondulatori giungono al punto di riunione R in opposizione di fase; cosicchè introducendo nell'orecchio il cannello R, e turandosi l'altro orecchio, per non sentire il suono che si propaga nell'aria libera, non si ode nulla; mentre se si stringe il tubo C per impedire la propagazione di uno dei suoni, si sente quello che si propaga nell'altro ramo.

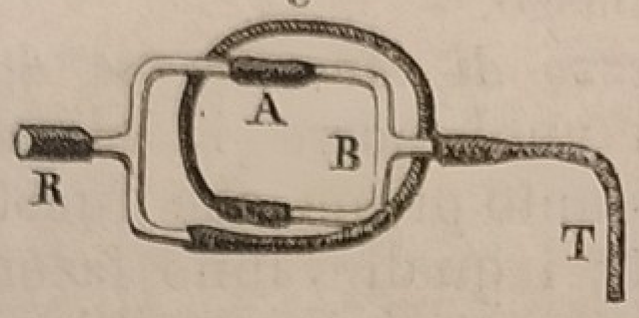


Fig. 44.

17. La fig. 45 rappresenta l'*apparecchio usato per una dimostrazione più generale di tale fenomeno.* Il tubo *def* è scorrevole

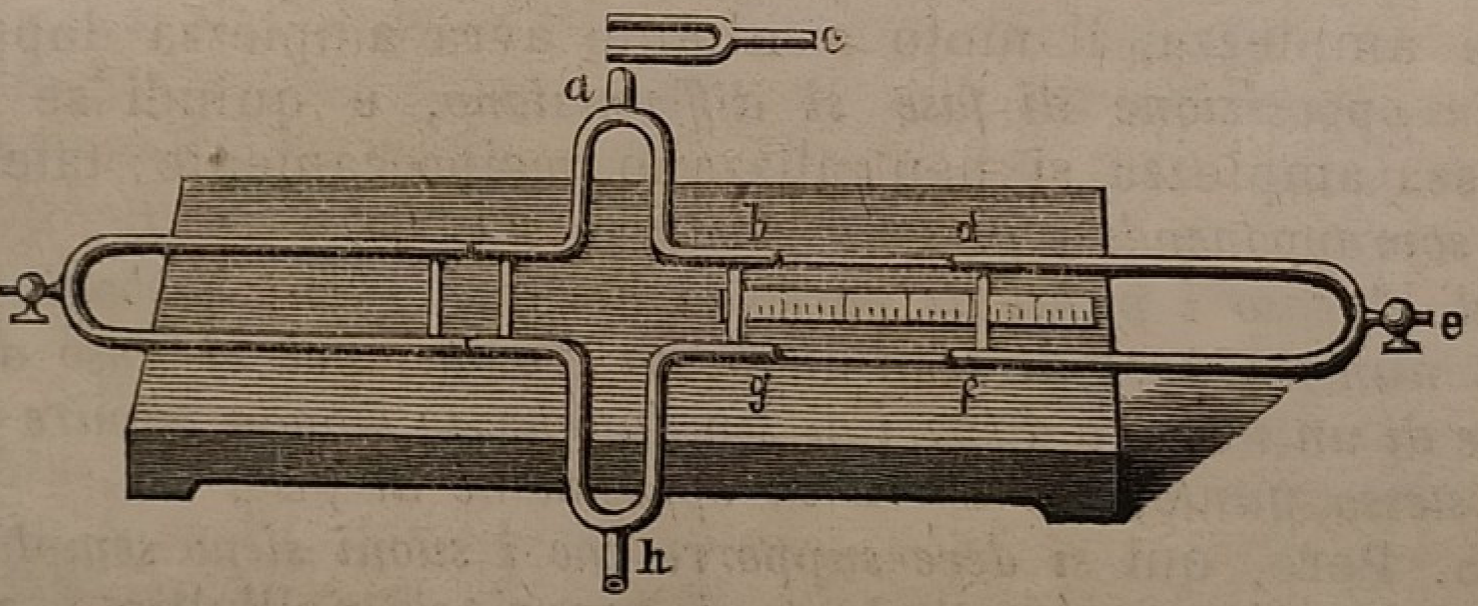


Fig. 45.

sulle porzioni *bd*, *gf* dell'altro *abdfgh*. Se $bd = o, \, ^1/_2, \, ^2/_2, \, ^3/_2 \ldots$ della lunghezza d'onda del tono del corista *c*, questo si sente distintamente in *h*, perchè la differenza di cammino è doppia delle dette lunghezze, e quindi è uguale ad un numero pari di semilunghezze d'onda. Invece se $bd = \, ^1/_4, \, ^3/_4, \, ^5/_4, \ldots$ della lunghezza d'onda, il tono svanisce, perchè la differenza di percorso del suono è doppia delle dette lunghezze, cioè $^2/_4 = \, ^1/_2$, $^6/_4 = \, ^3/_2$, $^{10}/_4 = \, ^5/_2$ ecc. e quindi di un numero dispari di semilunghezza d'onda.

Se il tono che parte da *a* fosse accompagnato dal suo primo armonico, nel 1° caso, sparisce il tono fondamentale e si sente l'ottava acuta.

(*) Siccome $^{340}/_{870} = 0,^m 3908$, il valore 391 mm. è più approssimato di 390.

Infine il descritto apparecchio può anche servire a determinare la velocità di propagazione del suono nei diversi gas, misurandone la lunghezza d'onda, come vedremo (§ 25).

§ 23. I suoni di combinazione o di Tartini. — 1. *Quando due suoni primarii si fanno sentire assieme, gli orecchi esercitati distinguono dei suoni secondarii che nascono da quelli*, ed i quali si dicono *suoni di combinazione o di Tartini*, che li ha distinti pel primo (1714), quantunque non ne abbia indicata esattamente l'altezza. Essi vennero poi meglio studiati da Sorge (1740).

2. Helmholtz (1856) distingue i *toni di somma*, i cui numeri di vibrazioni sono eguali alla somma dei numeri di vibrazioni dei due toni primarii, e i *toni di differenza*, i cui numeri di vibrazioni sono eguali alla differenza di quelli.

3. Si odono i suoni di combinazione, per es., mediante le fisarmoniche o i tubi sonori applicati ad uno stesso mantice, ovvero mediante la doppia sirena di Helmholtz.

Così, due canne d'organo, una delle quali dà un suono di 200 vib.i per secondo e l'altra di 250, quando suonano insieme, oltre questi due suoni fanno sentire un suono basso, il quale corrisponde a 50 vibrazioni al secondo, cioè alla doppia ottava bassa del suono fondamentale

4. In generale, i suoni di differenza nascono distintamente quando i toni primarii non sono troppo elevati. Così pure, un suono fondamentale e la sua quinta danno per suono di differenza l'ottava bassa di quello ($^3/_2 - 1 = {}^1/_2$); il suono fondamentale e la sua terza maggiore danno la seconda ottava bassa ($^5/_4 - 1 = {}^1/_4$); il suono fondamentale e la quarta danno la 2ª ottava bassa della quarta ($^4/_3 - 1 = {}^1/_3 = {}^1/_4 \cdot {}^4/_3$).

5. Lagrange (1759) spiegò i suoni di combinazione come un effetto dei battimenti, perchè, quando gli scuotimenti e quindi le vibrazioni raggiungono un certo numero per secondo, nasce un suono (§ 6). Helmholtz rifiutò tale spiegazione perchè essa non dà ragione dei *suoni di somma*. Egli ha dimostrato matematicamente, che due movimenti ondulatorii possono propagarsi per lo stesso mezzo senza alterarsi, solo quando la legge che la forza di elasticità, la quale fa ritornare le molecole nella posizione primiera, è proporzionale allo spostamento, è assolutamente esatta; ma se essa non è tale, le due onde generano nuovi movimenti ondulatorii, uno dei quali corrisponde alla somma e l'altro alla differenza dei numeri delle vibrazioni.

6. I suoni di combinazione hanno grande importanza nella teoria della musica. Siccome essi sono abbastanza sensibili, bisogna tenerne conto, come pure dei loro rapporti cogli altri suoni.

7. Di più i suoni di combinazione possono ancora combinarsi fra loro e produrre nuovi suoni di combinazione che diconsi di secondo ordine, poi di 3°, 4° ordine ecc. Ma questi sono sempre più deboli e trascurabili.

§ 24. Consonanze e dissonanze (Helmholtz 1863). — 1. *Quando due o più suoni colpiscono contemporaneamente l'orecchio, se la loro sensazione è piacevole, si dice che fanno un accordo o consonanza; se invece la loro sensazione è spiacevole, si dice che fanno disaccordo o dissonanza.*

2. La musica riconosce come intervalli:

Perfettamente consonanti:

l'*unisono:* Esempio: $\frac{do_1}{do_1}$; *intervallo* $\frac{1}{1} = 1$;

l'*ottava:* » $\frac{do_2}{do}$; » $\frac{2}{1} = 2$;

la *quinta:* » $\frac{sol}{do}$; » $\frac{3}{2} : 1 = \frac{3}{2}$;

la *quarta:* » $\frac{fa}{do}$; » $\frac{4}{3} : 1 = \frac{4}{3}$.

Consonanti, meno perfetti:

la *sesta:* » $\frac{la}{do}$; » $\frac{5}{3} : 1 = \frac{5}{3}$;

la *terza maggiore:* » $\frac{mi}{do}$; » $\frac{5}{4} : 1 = \frac{5}{4}$.

Imperfettamente consonanti:

la *terza minore:* » $\frac{sol}{mi} = \frac{3}{2} : \frac{5}{4} = \frac{6}{5}$;

la *sesta minore:* » $\frac{do_2}{mi} = 2 : \frac{5}{4} = \frac{8}{5}$;

Dissonanti:

la *seconda maggiore:* » $\frac{re}{do} = \frac{9}{8} : 1 = \frac{9}{8}$;

oppure: $\frac{sol}{fa} = \frac{3}{2} : \frac{4}{3} = \frac{9}{8}$;

la *seconda minore:* » $\frac{mi}{re} = \frac{5}{4} : \frac{9}{8} = \frac{10}{9}$;

oppure: $\frac{la}{sol} = \frac{5}{3} : \frac{3}{2} = \frac{10}{9}$.

3. Risultano così i seguenti accordi nell'intervallo di una ottava:

perfettamente consonanti: $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}$;

consonanti meno perfetti: $\frac{5}{3}, \frac{5}{4}$;

imperfettamente consonanti: $\frac{6}{5}, \frac{8}{5}$;

lacuna formata dal settimo armonico:

dissonanti $\frac{9}{8}, \frac{10}{9}$, ecc.

4. Quindi si vede che l'armonico 7 rappresenta una grande linea di separazione tra gli accordi consonanti e i dissonanti. Al di sotto di lui sta la consonanza, al disopra la dissonanza, e fra queste esiste uua grandissima lacuna.

5. Di più, si può notare che gli intervalli delle consonanze sono maggiori di quelli delle dissonanze, ed espressi da numeri piccoli; mentre gli intervalli delle dissonanze sono più piccoli, ed espressi da numeri più grandi.

6. Perciò l'intervallo di settima; es.

$$\frac{si}{do} = \frac{15}{8} : 1 = \frac{15}{8},$$

che è bensì espresso da numeri grandi, ma che è più grande di quelli delle due dissonanze notate ($^9/_8$, $^{10}/_9$) è meno dissonante.

7. Oltre gli accordi ora notati, detti *semplici*, perchè risultano dalla sovrapposizione di due soli toni, si hanno gli accordi *multipli*, cioè risultanti dalla sovrapposizione di più di due toni. I più piacevoli accordi multipli sono:

1° *L'accordo perfetto maggiore*, dato dai toni i cui n^i di vibrazioni stanno fra loro come 4:5:6:8, e che per conseguenza combinati due a due danno luogo agli accordi semplici: $^5/_4$ o terza maggiore, $^6/_5$ o terza minore, $^6/_4 = {^3/_2}$ o quinta, $^8/_4 = 2$ o ottava, $^8/_6 = {^4/_3}$ o quarta. Per es. i toni do_1, mi_1, sol_1 e do_2 danno l'accordo perfetto maggiore, perchè stanno appunto fra loro come $1 : {^5/_4} : {^3/_2} : 2$ ossia come $4 : 5 : 6 : 8$.

2° *L'accordo perfetto minore* è formato dai toni i cui n^i di vibrazioni sono fra loro come 10:12:15:20. Questi combinati due a due danno luogo agli intervalli consonanti: $^{12}/_{10} = {^6/_5}$ o terza minore, $^{15}/_{12} = {^5/_4}$ o terza maggiore, $^{15}/_{10} = {^3/_2}$ o quinta, $^{20}/_{10} = 2$ o ottava, $^{20}/_{12} = {^5/_3}$ o sesta, $^{20}/_{15} = {^4/_3}$ o quarta. Per es. danno l'accordo perfetto minore i toni la_1, do_2, mi_2, la_2, i cui numeri

di vibrazioni stanno appunto come $^5/_3 : 2 : 2 . ^5/_4 : 2 . ^5/_3$ ossia come 10:12:15:20.

8. Secondo Helmholtz (1863), *la cagione acustica delle dissonanze di due o più suoni sta nei battimenti in numero spiacevole* (da 30 a 40 per secondo) *i quali negli intervalli espressi da rapporti complicati dei numeri di vibrazioni, vengono generati dal tono fondamentale coi suoi armonici, e coi suoni di combinazione* (§ 23).

9. Negli accordi invece, in cui i rapporti dei numeri di vibrazioni sono grandi ed espressi da numeri semplici, i suoni fondamentali ed i loro armonici coincidono totalmente o parzialmente, e perciò, o non producono battimenti, ovvero in piccolo numero, tale che non fanno sgradevole impressione, ovvero, oltrepassando il limite di 132 per 1^s non sono più percepiti (§ 22).

Ma uno studio più profondo di tale argomento esce fuori dei confini di un libro elementare.

10. Noteremo solo che la musica ha ammesso le dissonanze come nuovo effetto nelle composizioni musicali, forse pel principio che *varietas delectat*, e per la *legge dei contrasti*, cioè che *il brutto fa risaltare il bello*.

§ **25. Velocità del suono**. — 1. *Il suono impiega del tempo a percorrere le distanze.*

Ciò dimostrano le seguenti osservazioni. Il rumore prodotto dallo sparo di una lontana arma da fuoco arriva all'orecchio qualche tempo dopo l'apparizione della luce, perchè questa si propaga assai più rapidamente che il suono. Così pure, da lungi si vede la scure dello spaccalegna percuotere il ceppo, ovvero la massa dello spaccapietre dare il colpo sovra il macigno, poi, trascorso un certo tempo, si ode il rumore del colpo. Il fragore del tuono giunge a noi dopo la luce del lampo, quantunque i due fenomeni succedano contemporaneamente.

2. *Velocità del suono nell'aria.* — Siccome i suoni si propagano ordinariamente per l'aria, importa dapprima conoscere la velocità di tale propagazione in questo mezzo.

Essa venne determinata direttamente in diversi tempi e luoghi, cercando il tempo impiegato dal romore prodotto dallo sparo di un'arma da fuoco a percorrere una determinata distanza. Poichè il suono si propaga con moto uniforme, per averne la velocità basta dividere la distanza percorsa dal medesimo pel tempo impiegato a percorrerla (per la formola $v = s/t$ del moto uniforme, vol. I § 17).

3. Per avere poi il tempo impiegato dal suono a percorrere una determinata distanza, basta osservare esattamente il tempo che trascorre tra l'istante in cui si vede la luce pro-

dotta dallo sparo e quello in cui si sente il rumore, poichè il tempo impiegato dalla luce a percorrere piccole distanze è trascurabile, essendo la velocità di quella (*come vedremo nell'Ottica*) 300 milioni di metri per secondo.

4. Così, nel 1822, Arago e Humboldt con altri osservatori, in una notte estiva fecero sparare replicati colpi di cannone alternativamente su due alture (Montlhéry e Villejuif) presso Parigi, visibili l'una dall'altra, e misurarono con esatti cronometri, il tempo che trascorreva tra l'apparizione della luce e l'arrivo del romore. La media dei tempi trascorsi fu di $54{,}6^s$. Dividendo per questo numero la distanza delle due stazioni, che era $18612{,}452^m$, trovarono per velocità del suono alla temperatura di 15°, $340^m{,}89$.

5. Lo sparo alternato ha per iscopo di eliminare l'influenza del vento, il quale aumenta o diminuisce la velocità della propagazione, secondochè spira nello stesso senso o in senso contrario a quella.

6. Si è poi ancora constatato che il suono si propaga con moto uniforme, perchè mediante osservatori intermedii si trovò che *il tempo impiegato dal suono era proporzionale alla distanza.*

7. Altre esperienze dimostrarono che *la velocità del suono diminuisce col diminuire della temperatura,* siccome si scorge nella seguente tabella.

Velocità		Temperatura
340 m. circa	a	+ 15° C ,
337 » »	»	10° » ,
332 » »	»	0° » ,
309 » »	»	— 38,5 » ,

La diminuzione è circa $0^m{,}62$ per ciascun grado.

8. Di più Bravais e Martins (1844) con esperienze fatte sulle Alpi, fra due stazioni la cui altezza differiva di 2079 m. (monte Faulhorn e lago di Brienz), constatarono che la velocità dal basso in alto come pure dall'alto in basso è eguale a quella orizzontale, (circa 332 m. a 0°), cioè, che la *velocità del suono è indipendente dalla pressione dell'aria.*

9. Dalla velocità del suono si deducono per approssimazione le distanze; così se trascorrono 5 secondi tra l'istante in cui si vede la luce dello sparo di un'arma da fuoco, ovvero il lampo del fulmine, e quello in cui si sente il romore, od il tuono, si deduce che la distanza del luogo in cui si produsse lo scuotimento dall'osservatore è 340×5 metri, supposta la temperatura di 15° circa.

10. *Nell'aria libera la velocità della propagazione è presso a poco la stessa pei suoni intensi e deboli, acuti e gravi.* Infatti le me-

lodie e sinfonie non sono alterate dalla distanza. Biot fece suonare diversi pezzi musicali all'estremità di un tubo di ghisa lungo 931 m., e li udì inalterati all'altra estremità.

11. Però, secondo Regnault (1868), *i suoni assai intensi si propagano nei tubi alquanto più rapidamente dei deboli*; e Parry nell'America del Nord sentì da grande distanza il rumore dello sparo del cannone prima del comando dato dal capitano.

12. Infine, secondo Regnault, *nei tubi stretti la velocità è alquanto minore che in quelli larghi*. Tale risultato venne confermato da Kundt, il quale inoltre constatò che *la velocità dipende anche dalla levigatezza della parete*. Codesta influenza della parete si attribuisce all' attrito e allo scambio di calore fra il gas e la parete stessa.

13. La *velocità del suono nei gas diversi dall'aria* venne determinata con altri metodi. Nella seguente tabella sono notati i numeri trovati dapprima da Dulong e più recentemente da Regnault. In essa la velocità del suono nell'aria è presa per unità.

GAZ	VELOCITÀ DEL SUONO secondo	
	DULONG	REGNAULT
Aria	1	1
Ossigeno	0,9524	—
Idrogeno	3,8123	3,801
Anidride carbonica (CO_2) ..	0,7856	0,8009
Protossido d'azoto (N_2O)....	0,7865	0,8007
Ammoniaca (H_3N)..........	—	1,2279
Ossido di carbonio (CO). ..	1,0132	—

14. Kundt trovò nei tubi per l'aria a 0° 332,8 m.
Idrogeno » 1284 »
Anidride carbonica (CO_2) » 266 »
Gas luce » 533 »

15. La *velocità del suono nell'acqua* è stata determinata direttamente da Colladon e Sturm (nel 1826) con esperimenti fatti sul lago di Ginevra, analoghi a quelli coi quali è stata determinata la velocità del suono nell'aria.

Due barche erano state ancorate alla distanza di 13500 metri fra loro. Dall'una di esse pendeva una campana immersa nell'acqua, e un mucchietto di polvere collocato sulla

barca veniva infiammato nello stesso istante in cui un martello batteva sulla campana. Sull' altra barca l' osservatore ascoltava il suono prodotto da quella, applicando l'orecchio all' estremità superiore di un tubo, dilatato nella parte inferiore immersa nell'acqua, e con una bocca rivolta alla parte d'onde veniva il suono.

Così, essi trovarono che la velocità del suono nell' acqua è di 1435 m. a + 8°, cioè 4 volte e $^1/_2$ circa maggiore che nell'aria.

16. *Nei solidi elastici la velocità del suono è in generale ancora maggiore che nei liquidi.*

17. Infatti, secondo Wertheim (1851) la velocità del suono è:

nel piombo	4	volte maggiore	che nell'aria
nell'oro	6	»	»
nello stagno	7,5	»	»
nell'argento	8 a 9	»	»
nel rame	11 a 12	»	»
nel ferro	15 a 17	»	»
nel vetro	17	»	»
nei legni	11 a 17	»	»

18. Secondo Kundt (1866) la velocità del suono è:

nell'ottone	10,87	volte quella	dell'aria
» rame	11,9	»	»
» vetro	15,2	»	»
» acciaio	15,3	»	»

19. Jhlseng (1879) trovò nei legni le velocità

Cedro	4000 m.	per secondo
Abete	4700 »	»
Noce	4800 »	»

20. Infine Stefan (1866) determinò le seguenti velocità del suono in diversi corpi molli:

Cera a 20°	730 m. (con diminuzione	di 40 m. per	ogni grado)
Sevo	360 »	»	»
Caucciù	30 a 60 »	»	»

21. *La velocità di propagazione del suono, ed in generale dei moti ondulatorii, è espressa dalla formola:*

$$v = \sqrt{\frac{e}{d}},$$

nella quale e rappresenta il modulo di elasticità e d la densità del mezzo in cui si propaga il suono. Essa insegna che

la *velocità del suono è direttamente proporzionale alla radice quadrata della elasticità del mezzo, ed inversamente proporzionale alla radice quadrata dalla sua densità.*

Invece, si crede comunemente che la velocità del suono aumenti colla densità dell'aria, perchè nei liquidi e solidi, notevolmente più densi dei gas, la velocità del suono è in generale maggiore, mentre la maggiore densità diminuisce la velocità del suono. La maggiore velocità del suono nei liquidi e solidi elastici rispetto ai gas, malgrado la loro maggiore densità, dipende dall'essere in quelli maggiore la forza di elasticità (espressa dal modulo e).

Nell'etere, i movimenti ondulatorii, che costituiscono la luce e il calore, si propagano (come vedremo nell'ottica) colla grandissima velocità di 300 milioni di metri per secondo, perchè è grandissima l'elasticità, e minima la densità.

22. Quindi la velocità del suono nell'aria è indipendente dalla pressione atmosferica, perchè secondo la legge di Boyle (Vol. I, § 111) la forza elastica e o pressione dell'aria e la sua densità crescono o diminuiscono nella stessa misura. Il che venne confermato dalle accennate (n° 8) esperienze di Bravais e Martins.

23. Di più, dalla formola

$$v = \sqrt{\frac{e}{d}}$$

si può dedurre che la *velocità del suono deve crescere col crescere della temperatura, restando costante la sua elasticità o pressione*, perchè diminuisce la sua densità d.

24. *Formola per determinare la velocità del suono nei gas.* — La formola precedente

$$v = \sqrt{\frac{e}{d}},$$

non dà valori numerici d'accordo con quelli somministrati dalle esperienze, se pel modulo di elasticità e, si sostituisce la forza necessaria a ridurre alla metà (secondo la definizione del modulo di elasticità, Vol. I, § 70), una colonna d'aria a temperatura costante, che è la pressione atmosferica, cioè si fa $e = 1033$ gr. per cm. quadrato, e se per d si sostituisce $p:g$, cioè il peso di 1 cm. cubo d'aria a 0° ed alla pressione normale, che è $p = 0,^{gr}001293$ (1 litro d'aria = 1000 cm. cubici, pesa $1,^{gr}293$) e lo si divide per l'accelerazione della gravità espressa in cm., cioè 980 cm. In questo caso la formola dà $v = 279$ m. invece di 332 m. dati dall'esperienza. Il che dipende dalle variazioni di temperatura che producono nei varii

strati dell'aria le rapide condensazioni e rarefazioni; lo strato condensato aumenta di temperatura e quindi di tensione, e spinge con maggior energia gli strati contigui, e così pure lo strato rarefatto diminuendo di tensione richiama gli altri più energicamente.

Tenendo conto di tali circostanze, Laplace ha dimostrato che *per avere il modulo di elasticità di un gas bisogna moltiplicare la sua pressione pel rapporto* $c:c'=1{,}41$ *dei due calori specifici a pressione e volume costante*, come si è già notato pei tubi sonori, pei quali si sono ricavate (§ 16) le seguenti formole

pei *tubi aperti* $$n=\frac{k}{2L}\sqrt{\frac{1{,}42\,hmg}{p}}\;;$$

» *chiusi* $$n=\frac{2k-1}{4L}\sqrt{\frac{1{,}42\,hmg}{p}}\;;$$

e pel suono fondamentale dovendosi fare $k=1$, si ha:

pei *tubi aperti* $$n=\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{1{,}42\,hmg}{p}} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

» *chiusi* $$n=\frac{1}{4L}\sqrt{\frac{1{,}42\,hmg}{p}} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Ora, fra la lunghezza l delle onde sonore, la velocità v del suono e il numero n delle vibrazioni si ha la relazione generale $v=nl$ (§ 2, n° 17). E siccome fra la lunghezza L del tubo sonoro, e la lunghezza l delle onde si hanno le eguaglianze:

pei *tubi aperti* $l=2L$,
» *chiusi* $l=4L$,

sostituendo questi valori di l nella formola $n=v:l$, si ottiene:

pei *tubi aperti* $n=\frac{v}{2L}$, ossia $v=2nL$;

» *chiusi* $n=\frac{v}{4L}$, » $v=4nL$.

E sostituendo ad n i precedenti valori (1) e (2), risulta, tanto pei tubi aperti quanto per quelli chiusi, la formola

$$v=\sqrt{\frac{1{,}42\,hmg}{p}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

In essa, p rappresenta il peso specifico dell'aria che è 0,001293 a 0°.

Ma siccome il calore dilata i corpi, e per l'aria il coeffi-

ciente di dilatazione per ogni grado è $\alpha = 0,003665$, così per l'innalzamento della temperatura il peso specifico p diminuisce, e precisamente nella misura in cui cresce il volume. Ora, se un corpo a 0° ha il volume v, questo per t° cresce di $v\alpha t$, cioè diviene $v + v\alpha t = v(1 + \alpha t)$, ovvero diviene $1 + \alpha t$ volte maggiore, e perciò altrettanto minore diviene il suo peso specifico, cioè $p : (1 + \alpha t)$. Sostituendo pertanto a p questo valore nella formola (3), risulta:

$$v = \sqrt{\frac{1,42\, hmg}{p}(1 + \alpha t)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

Cotesta formola dà risultati d'accordo coll'esperienza.

25. Se $t = o$, la velocita v_0 del suono nell'aria diviene

$$v_0 = \sqrt{\frac{1,42\, hmg}{p}} \, ,$$

e sostituendo tale valore nella formola (4) si ottiene:

$$v = v_0 \sqrt{(1 + \alpha t)} \, ,$$

la quale dimostra che la velocità del suono cresce colla temperatura.

Ed in un gas la cui densità relativa all'aria sia p', la velocità sarà:

$$v' = v_0 \sqrt{\frac{1 + \alpha t}{p'}} \, ,$$

poichè, secondo la formola

$$v = \sqrt{\frac{e}{d}}$$

la velocita del suono varia in ragione inversa della radice quadrata della densità del gas, a parità di elasticità o di pressione.

Cosi per l'idrogeno, si ha

$$v = 332 \sqrt{\frac{1}{0,0688}} = \frac{332}{\sqrt{0,0688}} = 1280 \text{ m. circa.}$$

26. Però, nella formola (4) si deve ancora osservare che il rapporto dei calori specifici a pressione e volume costante ha valore alquanto diverso pei diversi gas. Infatti, quando si riempiono i tubi di gas diversi, siccome fecero Chladni, Dulong e Wertheim, e quando si moltiplica il numero delle vibrazioni del tono pel doppio della lunghezza del tubo aperto (per la formola $v = 2n\mathrm{L}$, n° 24) si ottiene un numero alquanto diverso

da quello dato dalla formola precedente; ma i valori teorici si approssimano a quelli sperimentali quando al n° 1,42 si sostituisce quello che la dottrina del calore dà pei diversi gas.

27. Inversamente, misurando la velocità del suono nei diversi gas, nel modo che ora vedremo, e conoscendo la loro densità relativa all'aria, come pure il loro coefficiente di dilatazione, l'equazione precedente somministra un modo di ricavare il rapporto $c' : c$ pei varii gas.

28. *La velocità del suono nell'aria e negli altri gas, come pure nei solidi si può pure determinare* mediante la formola $v = ln$ (§ 2, n° 17), cioè moltiplicando la lunghezza l delle onde pel numero n delle vibrazioni in 1 secondo.

Ora il n° delle vibrazioni di un suono, o si può calcolare, se si conosce la sua altezza musicale, ovvero si può determinare sperimentalmente con uno dei metodi esposti al § 5. La lunghezza d'onda poi, corrispondente ad un suono propagantesi nell'aria o in altro mezzo, si può misurare con molti metodi; per es. si può misurare la distanza fra due nodi successivi, e prendere il doppio di questa distanza, giacchè si è visto (§ 11, n. 11) che la distanza fra due nodi successivi è uguale alla metà della lunghezza d'onda.

29. Merita speciale menzione a tale proposito il *metodo di Kundt* per misurare la lunghezza d'onda nei diversi gas, e quindi la velocità di propagazione.

Quando si pone in vibrazione longitudinale un tubo di vetro aperto ad ambi i capi, strofinandolo longitudinalmente con uno straccio bagnato di alcool, ovvero con un pezzo di pelle cosparsa di colofonia in polvere, l'aria contenuta nel tubo non prende parte alle vibrazioni; ma se si chiude il tubo alle estremità, sia con un tappo, sia con la fusione, siccome le estremità libere di una verga vibrante longitudinalmente hanno sempre un massimo di vibrazione, cioè sono ventri, così le superfici terminali del tubo chiuso urtano con periodica regolarità l'aria racchiusa, e pongono questa in vibrazioni di durata eguale a quelle del tubo. E siccome queste vibrazioni si propagano all'incontro dalle due estremità del tubo, così generano nella colonna aerea onde stazionarie nei cui nodi l'aria è in quiete. Se ora si pone nel tubo, prima di chiuderlo, un poco di finissima sabbia, questa viene trasportata dai luoghi in cui l'aria è in moto, a quelli in cui è in quiete, cioè nei nodi. La distanza di questi nodi, dà allora la lunghezza delle onde stazionarie che il tono longitudinale della verga genera nel gas che riempie il tubo, e misurandone quella distanza si può avere la velocità del suono in detto gas.

Se invece di sabbia si pone una polvere leggera, come quella di licopodio o fina limatura di sughero, la si vede sollevarsi (come si è già indicato nel § 16, n° 27) in sottili e delicate lamelle la cui altezza cresce verso i ventri; e contando il numero di questi compresi nella lunghezza della colonna aerea vibrante, si ha facilmente la lunghezza delle onde.

30. La disposizione dell'esperienza più adatta per le misure, è quella indicata dalla fig. 46. Invece di generare le

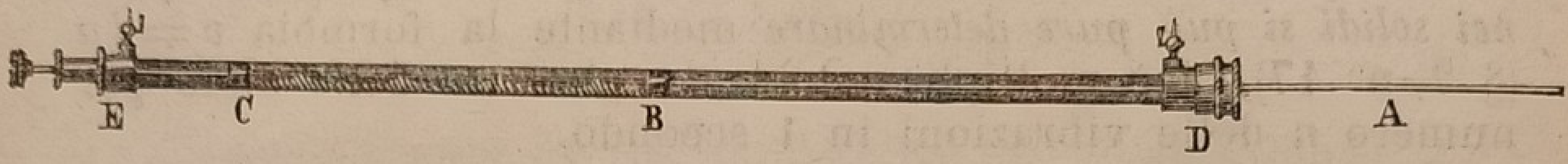


Fig. 46.

vibrazioni longitudinali nel tubo stesso, si introduce nel medesimo una verga AB, cosicchè il suo punto di mezzo si trovi in D. Si chiude quindi il tubo in D stabilmente, e si pone la verga in vibrazione, strofinandola nella direzione DA. L'altra estremità del tubo viene chiusa mediante uno stantuffo C, con che si può contemporaneamente variare alquanto la lunghezza della colonna gazosa. Con questa disposizione, sono gli urti dell'estremità libera B, che generano le vibrazioni del gas nel tubo; queste vengono riflesse in C, e le vibrazioni che si propagano in contrario senso, generano le onde stabili corrispondenti al tono lungitudinale della verga.

Siccome in questo caso le pareti stesse del tubo rimangono in quiete, la polvere introdotta nel medesimo si dispone ancora più nettamente nei nodi o nei ventri delle onde aeree, secondochè è pesante o leggera; cosicchè, con tale disposizione, la misura della lunghezza d'onda è ancora più precisa che non nel primo modo (n° 29). Così si può determinare la lunghezza delle onde e quindi la velocità del suono in un gas qualunque, col quale si riempie il tubo.

§ 26. **Riflessione del suono.** — 1. Le onde sonore, quando incontrano una superficie resistente, si riflettono, cioè ritornano indietro, secondo le leggi generali della riflessione de' movimenti ondulatorii, le quali sono quelle stesse della riflessione di un corpo elastico su di una parte resistente, cioè:

1° *L'angolo di riflessione è uguale all'angolo di incidenza;*

2° *Il raggio riflesso si trova nel piano determinato dalla normale e dal raggio incidente.*

Si chiama *angolo d'incidenza l'angolo che il raggio incidente fa colla normale alla superficie riflettente, condotta pel punto d'incidenza, e angolo di riflessione quello che il raggio riflesso fa colla stessa normale.*

2. *Dimostrazione geometrica delle leggi della riflessione fondata sul principio della simmetria* (*).

Queste leggi si possono dedurre geometricamente dal principio che le *onde riflesse sono simmetriche colle onde incidenti rispetto alla parete*, perchè lo scuotimento propagandosi indietro colla stessa velocità con cui si propagava innanzi, le onde non mutano forma ma solo si rovesciano rispetto alla parete.

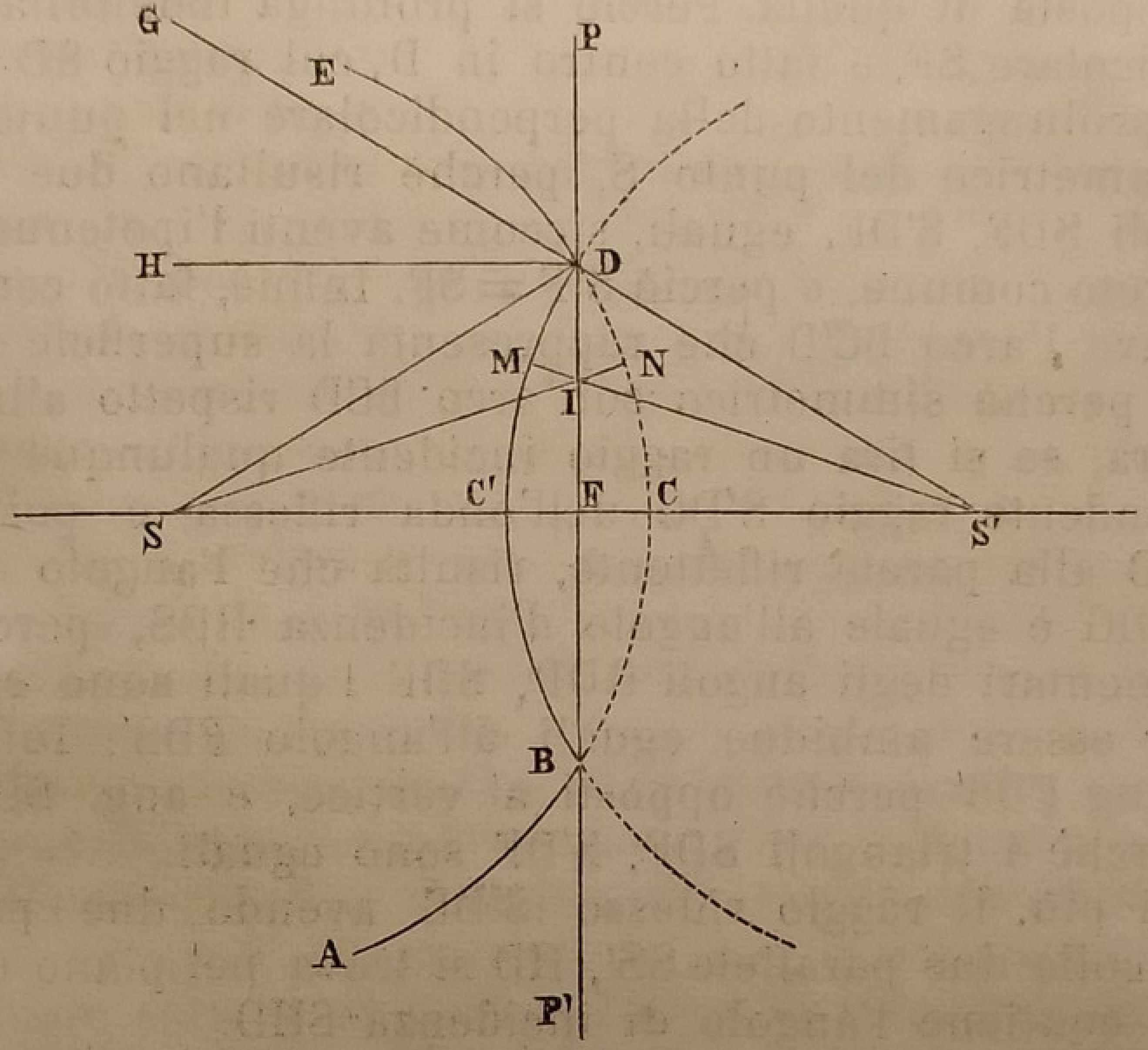


Fig. 47.

Infatti sia S (fig. 47) un centro sonoro, PP′ una parete resistente, SF la perpendicolare abbassata da S su di quella,

(*) Due punti A, A′, (fig. 48) si dicono *simmetrici* rispetto ad una retta o ad un piano PP′, quando si trovano l'uno da una parte e l'altro dall'altra, sulla stessa perpendicolare, e ad eguale distanza dal medesimo.

Così pure, due rette, SD, S′D (fig. 47) o due archi BCD, BC′D, o le due calotte sferiche rappresentate da quelli, sono simmetriche rispetto al piano PP′ quando tutti i loro punti sono simmetrici. È facile vedere che la simmetria degli archi o delle calotte sferiche BCD, BC′D è determinata dalla simmetria dai loro centri S, S′, e dalla eguaglianza dei loro raggi SD, S′D.

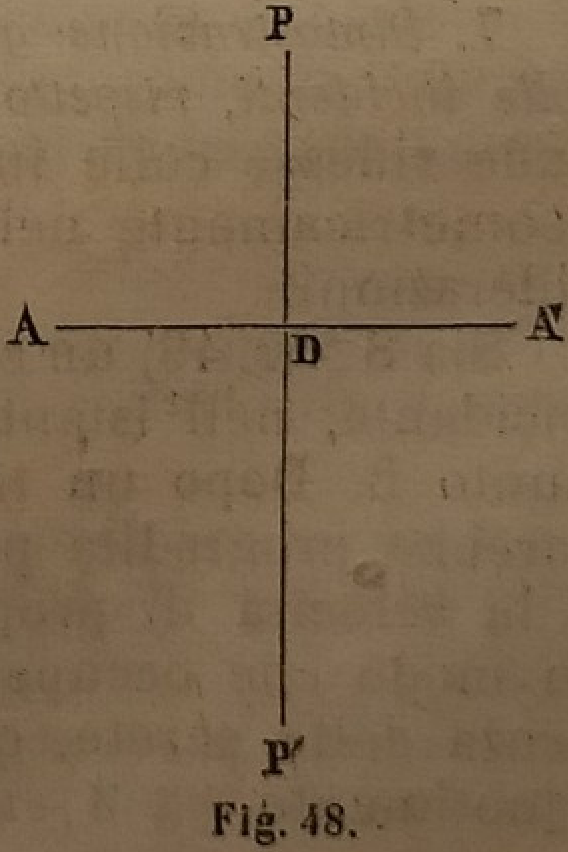


Fig. 48.

ABCDE la superficie di un' onda che ha già incontrato la parete e alla quale perciò manca la porzione punteggiata BCD collocata al di là di quella.

Se l'onda riflessa deve essere simmetrica coll'incidente rispetto alla parete, per rappresentare la superficie della parte riflessa dell'onda, basta descrivere collo stesso raggio SD un arco di circolo passante pei punti B, D, ma col centro dalla parte opposta di quella. Perciò si prolunga indefinitamente la perpendicolare SF, e fatto centro in D, col raggio SD si interseca il prolungamento della perpendicolare nel punto S', che sarà simmetrico del punto S, perchè risultano due triangoli rettangoli SDF, S'DF, eguali, siccome aventi l'ipotenusa eguale e un cateto comune, e perciò S'F = SF. Infine, fatto centro in S' si descrive l'arco BC'D che rappresenta la superficie dell'onda riflessa, perchè simmetrico coll'arco BCD rispetto alla parete.

3. Ora, se si tira un raggio incidente qualunque SD ed il corrispondente raggio S'DG dell'onda riflessa, e poi la normale HD alla parete riflettente, risulta che l'angolo di riflessione HDG è eguale all'angolo d'incidenza HDS, perchè sono complementari degli angoli GDP, SDF i quali sono eguali fra loro per essere ambidue eguali all'angolo FDS'. Infatti ang. GDP = ang. FDS' perchè opposti al vertice, e ang. SDF = ang. FDS' perchè i triangoli SDF, S'DF sono eguali.

4. Di più, il raggio riflesso S'DC avendo due punti S',D comuni colle due parallele SS', HD si trova nel piano di queste il quale contiene l'angolo di incidenza SHD.

5. Quindi, condotto un raggio incidente qualunque SI, per avere il corrispondente raggio riflesso, basta tirare una retta S'I pel punto d'incidenza I e pel centro S' delle onde riflesse.

6. Se il raggio incidente è perpendicolare alla parete riflettente, come SF, il raggio riflesso sarà pure perpendicolare alla parete e coinciderà coll'incidente.

7. *Dimostrazione geometrica della simmetria delle onde riflesse colle incidenti, rispetto alla parete.* — Infine la simmetria delle onde riflesse colle incidenti rispetto alla parete, si dimostra geometricamente nella teoria delle onde, colle seguenti considerazioni.

Sia S (fig. 49) un centro sonoro, ABC la superficie di un'onda incidente, nell'istante in cui essa incontra la parete PP' nel punto B. Dopo un tempo t, se non esistesse la parete, l'onda sarebbe progredita per un certo tratto (espresso da vt, essendo v la velocità di propagazione) che rappresenteremo con BB_2, in modo che occuperebbe la posizione DE_2B_2F. Ma per la presenza della parete, quando il punto B diviene un centro di scuotimento (§ 3, n° 10), l'onda elementare che parte da

esso non può raggiungere la parte (punteggiata) della superficie sferica di raggio BB_2 collocata al di là di quella, ma solo la parte (continua) della stessa superficie sferica che è collocata al di quà, e così giunge alla distanza $BB_1 = BB_2$. Nello stesso tempo, senza la parete, l'onda avrebbe progredito in altra direzione qualunque SG per lo spazio $GE_2 = BB_2$; ma invece, per la presenza della parete, avrà progredito solo pel tratto GH, poi avrà incontrato quella, e l'onda elementare provocata dallo scuotimento del punto H, avrà raggiunto la porzione della superficie della sfera di raggio $HE_1 = HE_2 = GE_2 - GH$, collocata al di qua della parete. Siccome analogamente avviene negli altri punti della parete riflettente, consegue che, tutte le onde elementari riflesse giungeranno nel medesimo tempo ad essere tangenti alla superficie sferica DE_1B_1F descritta col raggio $S'D = SD$, e col centro nel punto S' simmetrico del punto S rispetto alla parete, la quale sarà la superficie dell'onda risultante dalle onde elementari che partono dai diversi punti della parete quando sono colpiti dall'onda incidente.

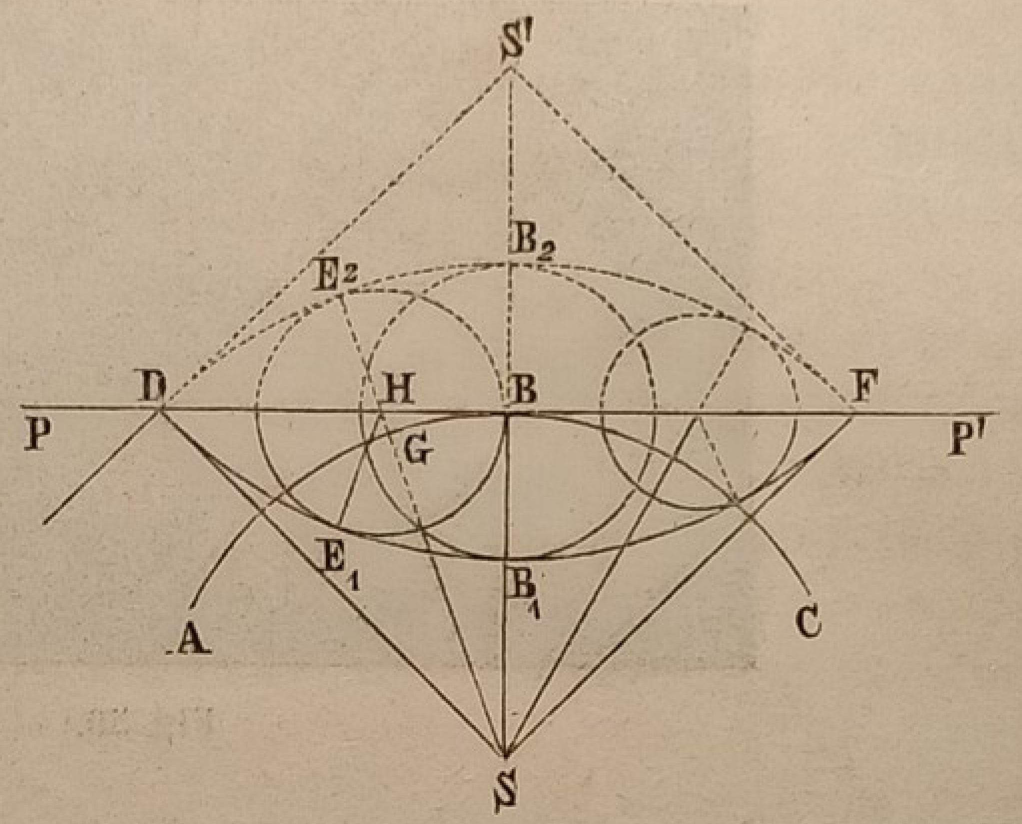


Fig. 49.

Dunque, ogni onda sferica che parte da S, per la riflessione sulla parete, si converte in un'onda simmetrica rispetto a quella, perchè ha il centro nel punto simmetrico S'.

8. Si ha un'immagine della riflessione d'un movimento ondulatorio contro un ostacolo resistente, quando le onde circolari prodotte da una pietra cadente sulla superficie di un'acqua tranquilla si propagano sino alla riva, e poi ritornano indietro riflettendosi.

9. *Dimostrazione sperimentale delle leggi della riflessione delle onde sonore.* — Se nel foco (F, fig. 50) di uno specchio parabolico (*) si colloca un orologio, i raggi sonori che partono

(*) Se si pone un cono a contatto con una tavola per un suo lato e poi si taglia con un piano parallelo al lato stesso o alla tavola, la curva di intersezione del piano colla superficie conica è quella che i geometri chiamano *parabola*. Più il taglio è alto, cioè lontano dal vertice del cono, e più dolce è la curvatura della risultante curva parabolica; invece questa è assai curva o aguzza se il taglio si fa basso, o vicino al vertice del

da questo, dopo la riflessione sullo specchio si dirigono parallelamente all'asse del medesimo, cioè alla retta (VX) che passa pel vertice (V) e pel foco (F) di esso, poichè, siccome

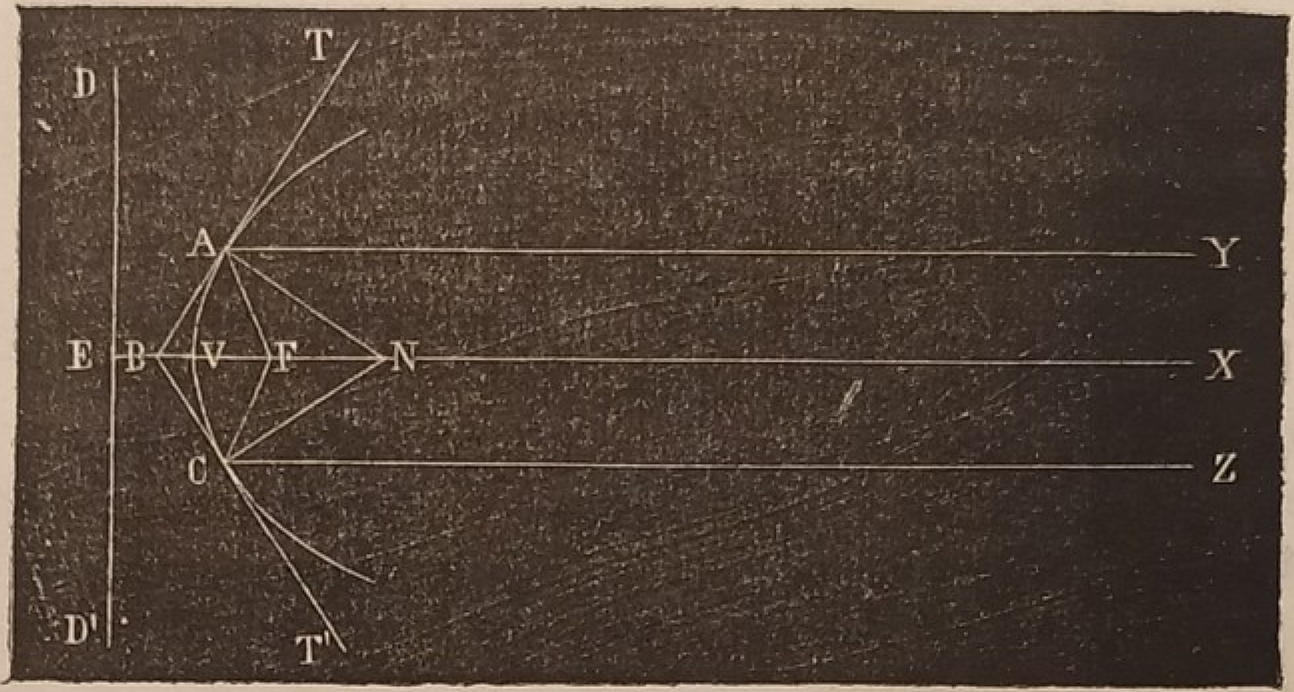


Fig. 50.

dimostra la geometria, i raggi che partono dal foco e quelli paralleli all'asse fanno angoli eguali colle rette (BT, BT') tangenti alla superficie parabolica dello specchio, e quindi anche colle normali (NA, NG) condotte pei punti d'incidenza dei raggi.

Quindi, se si dirige quell'asse in direzioni diverse, le persone che trovansi in tali direzioni, sentono il *tic-tac* d'un oriuolo posto al foco dello specchio, mentre quelle che si trovano fuori di tali direzioni, non lo sentono.

10. Inversamente, se i raggi sonori (YA, ZC ecc.) cadono sullo specchio parallelamente all'asse principale, essi dopo la riflessione passano pel foco (F).

Perciò, se i raggi sonori riflessi dal primo specchio paral-

---

cono. Tale curva ha un asse di simmetria, che si dice l'asse della parabola. Se la si fa girare attorno all'asse essa genera una superficie parabolica, pure simmetrica rispetto all'asse.

I geometri *definiscono la parabola: una curva i cui punti sono egualmente distanti da un punto* F (fig. 50) *detto foco e da una linea* (D D') *detta direttrice*. La si può, come l'elisse, costruire con moto continuo o per punti.

Costruzione della parabola per punti. Dal foco F si abbassa la perpendicolare FE sulla direttrice D D', e si divide quella per metà nel punto V, che appartiene alla parabola perchè egualmente distante dalla direttrice D D' e dal foco F. Tale punto si dice *vertice* della parabola, e la retta indefinita EFX ne è l'*asse*.

Per determinarne altri due punti qualunque si tira una perpendicolare alla retta EFX fra V e X, quindi, fatto centro nel foco F, con un raggio eguale alla distanza della detta perpendicolare dalla direttrice, la si interseca in due punti, l'uno superiore, l'altro inferiore all'asse EX, i quali apparterranno alla parabola perchè egualmente lontani dal foco e dalla direttrice.

lelamente al suo asse, si fanno cadere su di un secondo specchio concavo parabolico collocato di fronte, si sente benissimo il *tic-tac* nel foco di questo secondo specchio, anche alla distanza di molti metri, mentre non lo si sente fuori di quel punto. Perchè l'esperienza riesca bene, conviene farla in luogo silenzioso, e per non intercettare le onde sonore colla testa, si può collocare al foco il padiglione di un cornetto acustico (§ 28), cui si attacca un tubo che conduce il suono nell'orecchio, se il cornetto non è abbastanza lungo.

11. Così pure, se si collocano nei fochi dei due specchi due diapason all'unisono, colle casse armoniche di fronte, facendo vibrare l'uno, l'altro entra in vibrazione per risonanza (§ 18), meglio che quando vengono collocati su di una tavola.

12. Un fenomeno analogo ha luogo nei gabinetti parlanti, la cui volta ha figura ellittica (fig. 51), cosicchè le parole pronunziate in uno dei fochi (F) a voce bassa si intendono distintamente nell'altro foco (F′), mentre non si odono fuori di questo, perchè i raggi sonori che partono da un foco, riflettendosi sulle pareti, vengono a passare per l'altro foco.

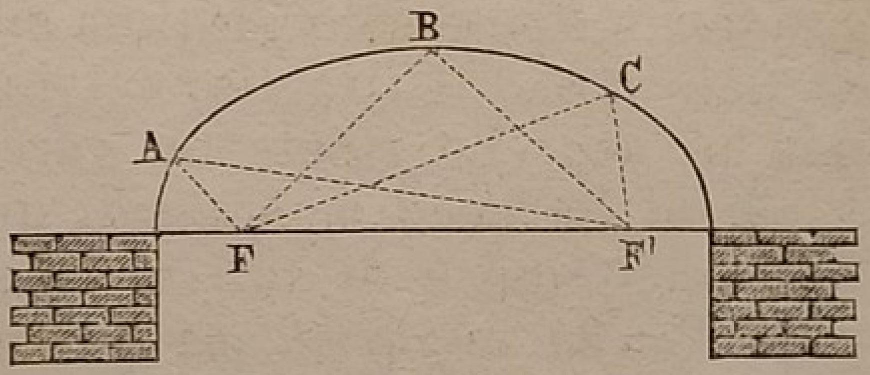


Fig. 51.

Infatti, dimostra pure la geometria, che i raggi vettori condotti dai due fochi (F, F′) ad un punto qualunque (A, B, C) della curva fanno angoli eguali colle tangenti condotte pei punti di incidenza, e quindi anche colle normali passanti per gli stessi punti.

13. Un esempio di tale costruzione si incontra in una sala del Conservatorio di arti e mestieri a Parigi.

Lo stesso fenomeno può anche essere prodotto dagli archi ellittici dei ponti. Lo si ode, ad es., sotto il ponte della Dora a Torino; e si presenta anche nelle cupole di certe chiese, come in quella di S. Pietro a Roma e di S. Paolo a Londra, nelle quali le persone collocate all'estremità di un diametro della galleria possono discorrere a voce bassa, senza essere udite dalle persone intermedie.

Così pure, nel teatro di Magonza (Mainz) due persone, collocate nei palchi opposti del 2° ordine, possono conversare fra loro, in mezzo al rumore dell'intervallo tra un atto e l'altro, mentre ciò non è possibile nelle posizioni intermedie.

14. Infine dalla riflessione del suono dipendono i fenomeni dell'eco, di cui si tratta nel § seguente.

§ 27. **Eco.** — 1. L'*eco* è la ripetizione di un suono, che avviene quando ad una conveniente distanza dal punto in cui quello venne prodotto si trova una superfice capace di riflettere le onde sonore, come quella di un muro, di un monte, di una foresta, di una vela, e perfino delle nubi, siccome constatarono i membri dell'Ufficio delle Longitudini durante gli esperimenti fatti per determinare la velocità del suono. Il rumore del cannone era seguito da eco quando una nube passava al disopra del luogo dell'esperimento.

2. Può anche avvenire che l'eco non si senta nel luogo di partenza del suono, ma in un altro ove si dirigono i raggi delle onde riflesse. Ciò accade sempre quando i raggi sonori non sono perpendicolari alla parete.

3. L'eco si distingue dapprima in *monosillaba* e *polisillaba*, secondochè ripete solo l'ultima sillaba di una parola o più sillabe. Al Santuario di Graglia nel Biellese, di fianco alla chiesa, si ode un'eco che ripete un verso endecasillabo.

4. Si ha l'eco *monosillaba* quando la distanza della superfice riflettente è di soli 17 m.; *disillaba* quando detta distanza è $17 . 2 = 34$ m.; *trisillaba* quando è $17 . 3 = 51$ m. ecc.

5. Il che si spiega osservando che la percezione di una sillaba richiede circa $^1/_{10}$ di secondo, cioè l'orecchio umano non può percepire distintamente più di 10 sillabe per 1^s. Ciò si può verificare misurando il tempo impiegato a leggere in modo chiaro un dato numero di versi endecasillabi; se la lettura viene affrettata in modo che vengano pronunciate più di 10 sillabe per secondo, queste non sono più intese distintamente. Perciò se l'eco della sillaba pronunziata arriva nell'orecchio prima che sia trascorso $^1/_{10}$ di 1^s, esso si confonde col suono diretto e non si percepiscono due sillabe distinte, ma una sola rinforzata. Siccome ora in $^1/_{10}$ di 1^s il suono percorre $^{340}/_{10} = 34$ m. alla temperatura di 15^o, se la parete riflettente è alla distanza di $^{34}/_2 = 17$ m. almeno, le onde sonore debbono percorrere nell'andata e nel ritorno $17 \times 2 = 34$ m., nel che fare impiegano appunto $^1/_{10}$ di 1^s. Il suono riflesso arriva perciò all'orecchio quando è cessata l'impressione del diretto, e si distingue da questo, cioè si ha l'eco monosillaba.

In doppia lontananza si percepisce un'eco disillaba, ecc.

6. Pei suoni di breve durata, come, ad es., pel breve romore prodotto dall'urto di due sassi, si può avere eco a distanza minore di 17 metri, ovvero, a tale distanza, si può sentire l'eco di due colpi dati in fretta.

7. In una stanza ordinaria per causa della grande vicinanza delle pareti, le onde sonore riflesse colpiscono il nostro orecchio quasi nello stesso tempo delle onde dirette, perciò

non si distinguono da queste, ma operano solo un rinforzo del suono in confronto della sua intensità all'aria libera.

8. Nei grandi saloni, per la maggiore distanza delle pareti, le onde sonore riflesse giungono all'orecchio alquanto più tardi, senza tuttavia lasciarsi nettamente distinguere dalle originarie onde sonore, e formano il così detto *rimbombo*, il quale nel parlare, nel cantare ecc. copre le sillabe successive e le nasconde all'orecchio.

9. L'evitare tale inconveniente del rimbombo costituisce un problema difficile pei costruttori dei grandi saloni, siccome chiese, parlamenti, teatri. Le regole per raggiungere tale scopo non sono ancora note. Un salone pare essere tanto più acustico quanto più irregolari sono le riflessioni sulle sue pareti; quindi sono da evitarsi le grandi superfici di curvatura regolare, siccome le sferiche, cilindriche, ellittiche, paraboliche e conviene invece interrompere molto le superfici delle pareti.

10. Si giunge a distruggere più o meno completamente il rimbombo e l'eco che impedisce la percezione della parola nei grandi locali, come nelle chiese, tendendo sotto le volte dei fili di metallo, i quali probabilmente rompono le onde sonore.

11. Infine, l'eco si dice *multipla* o *polifona* quando ripete più volte lo stesso suono, che può essere di una o più sillabe, ovvero un romore qualunque, per es. quello prodotto battendo insieme le mani o sparando una pistola.

12. L'eco multipla avviene quando stanno di fronte due superfici riflettenti, per es., due muri paralleli, su cui le onde sonore si riflettono successivamente più volte. Ad ogni ripetizione però il suono si indebolisce, cosicchè pare ripetuto da una persona che fugge colla velocità del suono.

13. Sotto il lungo arco del ponte sulla Dora a Torino, fra i due muri di fronte, un suono viene ripetuto da 15 a 20 volte.

Esempio famoso di eco multipla si ha nel cortile rettangolare della villa Simonetta presso Milano il quale è chiuso da tre muri elevati, e aperto da un lato. Allorchè si tira un colpo di pistola dalla grande finestra esistente nel muro del piano superiore dell'ala sinistra, l'eco ne ripete il rumore da 40 a 50 volte. Il suono della voce è ripetuto da 24 a 30 volte. Anzi, sul muro della villa sta scritto: *Celebre eco che ripete* 40 *volte la parola e un colpo di fucile* 75 *volte.*

Esempi celebri di eco multipla sono pure, quello della rotonda piazza reale a Cassel, che ripete una parola di una sola sillaba 9 volte, quella di Loreleyfelsen al Reno, che ripete 17 volte una sillaba; in Adersbak in Boemia evvi una tripla eco di 7 sillabe.

14. Tuttavia, le sole condizioni esposte non paiono ancora sufficienti alla produzione dell'eco, se no, tale fenomeno dovrebbe presentarsi assai più frequente e si dovrebbe ottenere artificialmente a piacere, il che non ha luogo.

15. Secondo le ricerche di Tyndall (1873) il suono si propaga debolmente nell'aria ricca di vapore acqueo, ed in generale nell'aria non omogenea, come in quella inegualmente riscaldata, perchè le onde sonore si riflettono alla superfice di separazione dei mezzi di diversa densità; il che permette di spiegare certi echi singolari.

§ 28. Intensità del suono. Portavoce e cornetto acustico. — 1. *L'intensità del suono è l'impressione più o meno grande che esso produce nel nostro orecchio*; per es., il suono di una campana è, a pari distanza, più intenso di quello di un campanello; il suono prodotto dallo sparo di un cannone è, a parità di distanza, più forte di quello prodotto dallo sparo di uno schioppo.

2. L'intensità del suono dipende dalle seguenti condizioni.

1° *Cresce col crescere dell'ampiezza delle vibrazioni.*

3. Infatti, quando si scuote una corda od un corista il suono diviene sempre più debole a misura che diminuisce l'ampiezza delle vibrazioni, mentre l'altezza rimane costante perchè è costante il numero di quelle.

4. Così pure, una sirena acustica dà un suono tanto più forte, quanto maggiore è il numero dei fori del disco, attraverso i quali viene soffiata aria, perchè così, cresce il numero dei punti di scuotimento di quella e quindi l'ampiezza delle sue vibrazioni.

5. Considerando poi, che l'effetto meccanico di cui è capace una massa in moto è proporzionale alla sua forza viva, $^1/_2\, mv^2$, cioè alla metà del prodotto della massa pel quadrato della sua velocità (vol. I, § 48), e che il suono è in noi una scossa dei nostri nervi acustici prodotta dalle vibrazioni del corpo sonoro, si deve concludere che la diversa intensità del suono è necessariamente effetto della diversa forza viva $^1/_2\, mv^2$ delle particelle vibranti, e quindi che *essa è proporzionale al quadrato della velocità media delle vibrazioni, e per conseguenza anche al quadrato dell'ampiezza di queste*, poichè restando costante il numero delle vibrazioni, col crescere dell'ampiezza cresce la velocità.

6. Quindi, a parità di ampiezza, i toni alti riescono più intensi che i gravi, cosicchè quelli possono divenire penosi, perchè in essi è maggiore il numero e quindi la velocità delle vibrazioni. Infatti, quando si producono suoni acuti e gravi soffiando con forza costante in una sirena, i primi risuonano più intensi.

7. 2° *L'intensità del suono aumenta colla densità del mezzo in cui esso si produce e si propaga.*

Infatti, quanto più denso è il mezzo, tanta maggior massa vibrante può comunicare la sua forza viva al nostro orecchio, d'onde risulta tanto più intenso il suono.

Perciò, quando si fa l'esperienza della sveglia o del campanello nel vuoto (§ 2), si osserva che, a misura che si lascia rientrare l'aria nel recipiente entro cui si trova il corpo sonoro, il suono si rinvigorisce. E sulle alte montagne ove l'aria è rada, lo sparo di uno schioppo produce rumore meno forte che in basso; all'incontro, nell'aria assai fredda e densa, e sulla superfice dei mari delle regioni polari, i suoni sono più intensi, e sono intensissimi nell'aria compressa della campana dei palombari.

Gli operai che lavorano nell'aria compressa dei tubi impiegati alla fondazione dei ponti, sentono i suoni con intensità straordinaria che scuote il cervello.

Se invece si riempie la bocca con idrogeno, la voce risulta debole e cavernosa.

Infine, i corpi liquidi e solidi, più densi dei gas, in generale trasmettono il suono più intensamente di questi.

8. 3° L'intensità del suono *dipende dalla tranquillità ed omogeneità del mezzo che lo trasmette,* perchè, se il mezzo non è calmo ed omogeneo, le onde sonore restano assai alterate ed impedite nella loro propagazione.

Nella notte, l'aria essendo più omogenea e tranquilla, i suoni si sentono più intensi che non nel giorno in cui essa è frequentemente agitata e ha variabile densità per ineguale riscaldamento. Così pure, nelle regioni polari ove l'aria è più fredda, densa, omogenea e tranquilla che nei nostri paesi, i suoni si odono più intensi e a maggior distanza.

9. Riguardo alla omogeneità del mezzo in cui si trasmette il suono, si osserva che, se questo passa da un mezzo più denso in uno meno denso, viene meno diminuito che quando si propaga inversamente, per es. dall'aria in un corpo solido; perciò il suono attraversa solo debolmente i muri, eccetto che i corpi sonori sieno in contatto con questi. Per es., il suono di un pianoforte in contatto con un muro si ode benissimo dall'altra parte di questo, mentre non si ode guari la voce. Viene poi notevolmente indebolito il suono dai corpi non omogenei od in frammenti, siccome l'ovatta, la segatura di legno, e simili, perchè allora esso trapassa replicatamente dall'aria in un corpo solido.

10. *L'azione del vento sull'intensità dei suoni, si spiega* osservando che, quando spira vento, la velocità di propagazione

del moto ondulatorio dell'aria, si compone col suo moto di traslazione, costituente il vento. Ora, siccome questo spira, in generale, più debole rasente il suolo, ove trova ostacoli, che non in alto, avviene che la superfice dell'onda e il suo raggio, che le è sempre normale, cambiano direzione. Se il vento spira a seconda, cioè nella direzione in cui si propaga il moto ondulatorio, il suono andrà più veloce in alto che in basso, e perciò la superfice ABC (fig. 52) dell' onda e il suo raggio BB' si rivolgeranno verso il suolo CC', come si vede in A'B'C'; invece,

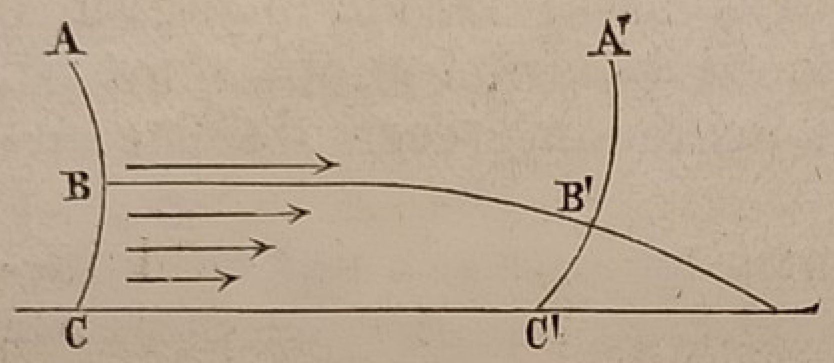


Fig. 52.

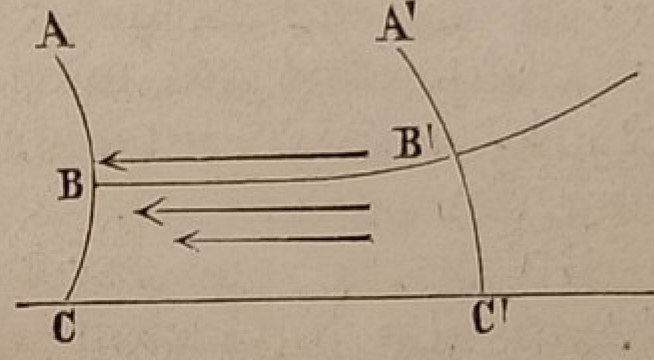


Fig. 53.

quando il vento è contrario, la superfice dell'onda e il suo raggio si rivolgeranno verso l'alto (fig. 53). Perciò in quest'ultimo caso il suono è meno udito.

11. Pertanto, il vento facendo deviare la superfice delle onde e quindi dei raggi sonori, può, secondo le circostanze dei luoghi, favorire o contrariare la propagazione del suono in certe direzioni. Così, a porto Ferrajo (Isola d'Elba) si sente il cannone di Livorno meglio quando l'aria è calma, che quando il vento spira nella direzione della propagazione. Il contrario può avvenire in altre posizioni collocate nella direzione dei raggi sonori deviati dal vento.

12. Le variazioni della temperatura dell'aria, facendo variare la velocità del suono, hanno influenza analoga. Così, siccome l'aria è più fredda in alto che in basso, e col diminuire della temperatura diminuisce la velocità del suono, l'onda si spiega come nel 2° caso (fig. 53).

13. *Trasparenza acustica dell'aria.* — Infine, siccome alla superfice di separazione di due mezzi di differente densità, avviene sempre una riflessione parziale delle onde, così le variazioni di densità dell'aria, come pure le correnti ascendenti e discendenti prodotte da ineguale riscaldamento, diminuiscono la *trasparenza acustica* dell'aria assai più che una fitta nebbia, come pure la pioggia, la neve o la grandine; le quali cause, invece, rendono più uniforme la sua densità, e permettono meglio la propagazione dei suoni che uno splendido sole, siccome ha constatato Tyndall, il quale, dalle sue esperienze (1873) ha concluso che: *le cause le quali diminui-*

scono la trasparenza ottica dell'aria, accrescono la sua trasparenza acustica.

Del resto, Humboldt aveva già osservato che il rumore delle cadute del Niagara si ode tre volte più lontano di notte che di giorno, per le differenze di densità che l'aria sovrastante alle roccie e all'acqua acquista di giorno sotto l'azione dei raggi solari e le conseguenti riflessioni e deviazioni delle onde sonore.

14. 4° *L'intensità del suono dipende dall'estensione della superfice del corpo sonoro*, perchè quanto maggiore è tale superfice tanto maggiore è il numero delle particelle vibranti che possono comunicare il loro moto alle molecole dell'aria, e per mezzo di queste all'organo dell'udito.

Una corda può solo scuotere un piccolo numero di particelle aeree, perciò, da sola, dà debole suono; ma se il suo moto oscillatorio viene partecipato a un corpo di grande superficie, questo scuote una grande massa d'aria e così il suono viene rinforzato. Quindi l'uso delle casse *armoniche o rinforzanti*, su cui si mettono i diapason, le corde, ecc.

15. 5° *L'intensità del suono è inversamente proporzionale al quadrato della distanza dal centro di scuotimento.* Infatti, la stessa quantità di energia cinetica o forza viva che parte dal corpo sonoro, quando arriva alle distanze 1, 2, 3 del medesimo, deve comunicarsi a numeri di particelle i quali stanno fra loro come i quadrati 1, 4, 9 ecc. poichè, come insegna la geometria, le superfici delle sfere crescono coi quadrati dei raggi. Quindi, gli scuotimenti che ricevono le particelle debbono decrescere nella detta ragione. E poichè la forza viva del movimento vibratorio determina l'intensità del suono, questa deve decrescere coi quadrati dei raggi delle onde sferiche, cioè delle distanze dal centro sonoro.

16. Codesta legge vale non solo pel suono, ma anche, come vedremo, per la luce e il calore, come pure per l'attrazione universale e le attrazioni e repulsioni elettriche e magnetiche, siccome abbiamo già veduto. Perciò non vi è male se anche viene ripetutamente dichiarata.

17. Non si può dimostrare tale legge sperimentalmente pel suono, perchè non si ha alcun istromento per misurare l'intensità del medesimo; e il nostro orecchio, come in generale i nostri sensi, non sono stromenti di misura. Ma l'esperienza quotidiana ci insegna che l'intensità del suono decresce col crescere della distanza.

18. 6° *Dipende dal numero delle direzioni nelle quali il suono si propaga*, perchè, quanto maggiore è tal numero, tanto più estesi sono gli strati del mezzo, nei quali si distribuisce la

forza viva che parte dal centro sonoro, d'onde risulta tanto minore in ciascuna direzione l'intensità del suono.

Pertanto si osserva che *in un tubo cilindrico*, lungo il quale il suono è costretto a propagarsi in una sola direzione, *l'intensità del suono decresce solo lentissimamente colla distanza*, e non decrescerebbe punto se il movimento sonoro non si comunicasse alquanto alle pareti del tubo. Biot constatò che all'estremità di un tubo di ghisa lungo 931^m poteva tenere una conversazione a voce bassa con una persona posta all'altra estremità.

19. Su questo fatto sono fondati i *tubi parlanti*, tubi di latta o di caucciù, del diametro di pochi centimetri, i quali servono a parlare a bassa voce da un piano all'altro di un vasto edifizio, come pure sulle navi.

20. Però, secondo le ultime ricerche di Regnault (1868) l'intensità del suono decresce nei tubi stretti, e tanto più quanto più stretto è il tubo.

21. *Portavoce e cornetto acustico.* — Sulla propagazione del suono in una sola direzione sono anche fondati il *portavoce* e il *cornetto acustico*.

Il *portavoce*, che serve a parlare a grandi distanze, consiste in un tubo di metallo leggermente conico e più o meno lungo, il quale all'estremità più stretta ha una piccola dilatazione detta *imboccatura*, cui si applica la bocca, mentre all'estremità più ampia ha una dilatazione conica assai aperta, che dicesi *padiglione*.

Parlando nel tubo mediante l'imboccatura, la voce può arrivare a distanze assai maggiori di quelle cui arriva parlando nell'aria libera, e le quali crescono col crescere delle dimensioni dell'apparecchio.

Serve sovratutto sul mare per parlare da una nave all'altra a distanza. Quelli usuali, di rado raggiungono i 2 metri; ma in Inghilterra se ne sono costrutti alcuni lunghi 7 metri coi quali si è potuto trasmettere la parola a 4 chilom.

22. Alcuni attribuiscono il rinforzo del suono a ciò che mediante l'apparecchio viene messa in oscillazione una più grande quantità di aria. Tutta la massa aerea del portavoce viene scossa come se si trovasse nella bocca; egli è come se parlasse una persona avente una bocca centinaia di volte maggiore.

23. Altri attribuiscono questo rinforzo alla riflessione dei raggi sonori sulle pareti coniche del portavoce nella direzione del suo asse. A tale spiegazione si obbietta che un tubo cilindrico dovrebbe essere senza effetto, il che non è. Infatti il *tic-tac* di un oriuolo, collocato in un tubo cilindrico, si ode

più lontano nella direzione dell'asse che quando è fuori del tubo. Ma anche in un tubo cilindrico i raggi sonori che partono da un' estremità possono riflettersi obliquamente sulle pareti verso l'asse del tubo.

Inoltre, si è trovato che tappezzando con stoffa l' interno di un portavoce se ne sente appena diminuito l'effetto. Ma a tale obbiezione si può rispondere che per la riflessione del suono non è necessaria una superfice liscia, perchè perfino le nubi possono riflettere il suono.

Perciò, pare che l'ombra sonora, cioè la mancanza di propagazione del suono dietro la parete, e la sua riflessione su questa, possano benissimo spiegare come il suono si propaghi più intensamente dinnanzi alla parete nella direzione dell'asse del tubo.

Il che spiegherebbe anche l'effetto del padiglione, il quale costituisce una specie di riflettore conico dei raggi sonori nella direzione dell'asse dello stromento, e mentre aumenta l'ombra sonora, cioè impedisce la propagazione del suono da una parte, la favorisce dall'altra.

24. Infine, in simile guisa si può spiegare come il suono si propaga più forte nella direzione principale del corpo sonoro; per es. il rumore di uno schioppo, il suono di uno stromento a fiato, sono più intensi nella direzione del tubo, e la voce di chi parla si sente meglio nella direzione della sua bocca, ecc.

25. Il *cornetto acustico* è uno stromento che serve per parlare ai sordi. Consiste in un tubo conico di metallo, diritto o ricurvo, alla cui estremità più dilatata si applica la bocca di chi parla, mentre l' estremità più stretta viene applicata nell'orecchio di chi ascolta.

In questo caso, le onde sonore non solo vengono impedite di diffondersi e così di affievolirsi, ma vengono ancora condensate in breve spazio, alla estremità applicata all'orecchio, cosicchè il moto vibratorio ivi diviene maggiore.

26. 7°. Infine *l'intensità del suono dipende dalla sensibilità dell'orecchio*.

L'orecchio è tanto più sensibile, quanto meno è disturbato da altri suoni; così nel giorno l'orecchio assordato dai continui rumori percepisce i suoni deboli meno distintamente che nella notte. Il riposo degli altri sensi affina pure quello dell'udito; cogli occhi chiusi, ovvero per la perdita della vista si ode meglio.

PARTE SECONDA

OTTICA

§ 29. Natura della luce. — 1. Perchè noi veggiamo i corpi si richiede che essi mandino al nostro occhio un movimento speciale che dicesi *luce*.

La parte della Fisica che tratta della luce si chiama *Ottica*.

2. *Corpi luminosi ed illuminati.* — La luce che un corpo manda all'occhio può essere luce propria, cioè generata dal corpo stesso, e allora si dice che è *luminoso* o sorgente di luce. Tali sono il sole, le stelle fisse, che sono altrettanti soli, le fiamme, ed in generale i corpi ad elevata temperatura, di almeno 525°. Però, vi sono corpi che emettono luce propria, anche alla temperatura ordinaria, ma visibile solo nell'oscurità, come il fosforo; il quale fenomeno dicesi perciò *fosforescenza*.

Invece, la maggior parte dei corpi terrestri alla temperatura ordinaria, come pure i pianeti, la luna, ecc., sono solo visibili quando ricevono luce dai corpi luminosi, cioè sono *illuminati* da questi.

3. *Ipotesi intorno alla natura della luce.* — Gli antichi filosofi, e alcuni tra i moderni, fra i quali il Newton (1692), spiegavano la luce mediante *l'ipotesi delle emanazioni*, secondo la quale i corpi luminosi proiettano in tutte le direzioni particelle imponderabili tenuissime, che si muovono in linea retta colla grandissima velocità della luce, ed entrando nell'occhio destano la sensazione luminosa.

Oggidì si spiegano i fenomeni luminosi mediante *l'ipotesi delle ondulazioni* (Huyghens 1690), nella quale si ammette: che esiste in tutto l'universo, negli spazii interstellari come negli spazii intermolecolari, una materia imponderabile detta *etere*, composta di particelle tenuissime, capaci di vi-

brare rapidissimamente, e che negli atomi dei corpi luminosi esiste un moto vibratorio rapidissimo, il quale comunicandosi all'etere ambiente, genera in questo delle onde, che scuotendo i nervi ottici destano l'impressione luminosa, a quel modo che i corpi sonori hanno un moto vibratorio che comunicandosi al mezzo ambiente, genera in questo le onde sonore, le quali scuotono i nervi acustici.

4. La teoria delle emanazioni ricevette il più forte colpo dai fenomeni di *interferenza della luce*, pei quali, *luce aggiunta a luce può produrre oscurità*, come *suono aggiunto a suono può produrre silenzio* (§ 22) o riposo, in quei punti in cui le onde portano contemporaneamente spostamenti eguali e contrarii, come si vede sull'acqua. Detti fenomeni divennero invece il più saldo fondamento della teoria delle ondulazioni; cosicchè oggidì nessun Fisico dubita più della verità di questa.

5. Le vibrazioni dell'etere, da cui, secondo la teoria moderna, risulta la luce, sono trasversali, cioè si compiono perpendicolarmente alla direzione della propagazione; ed il numero di esse in 1^s varia da 400 fino ad 800 trilioni. I diversi numeri di vibrazioni compresi fra questi due limiti determinano l'impressione di un particolare colore; ma numeri di vibrazioni poco differenti generano anche poco differenti colori; il minor numero di vibrazioni, 400 trilioni ($400\,000\,000\,000\,000 = 4 . 10^{14}$), costituisce la luce rossa; seguono l'aranciato, il giallo, il verde, l'azzurro, l'indaco, il violetto, il quale ultimo è costituito dal maggior numero di vibrazioni *luminose* dell'etere, cioè 800 trilioni ($800\,000\,000\,000\,000 = 8 . 10^{14}$).

6. Quando le vibrazioni dell'etere avvengono in tutte le direzioni perpendicolari alla linea di propagazione o raggio luminoso, si ha la *luce ordinaria;* quando invece le vibrazioni si fanno in un medesimo piano, e quindi riescono tutte parallele fra loro, allora risulta luce con proprietà particolari, che dicesi *polarizzata*.

7. Colla teoria delle ondulazioni si viene a stabilire tra la luce ed il suono grande analogia; tuttavia quella si distingue da questo per le seguenti differenze.

1° *Per la differenza della sostanza vibrante;* nella luce l'etere, nel suono la sostanza dei corpi ponderabili, solidi, liquidi, aeriformi.

2° *Per la differente direzione delle vibrazioni;* nel suono per vibrazioni *longitudinali* dell'aria, nella luce per vibrazioni *trasversali* dell'etere.

3° *Pel differente numero delle vibrazioni;* nel suono da 14 a 40000, nella luce da 400 ad 800 trilioni per 1^s.

4° *Per la differente ampiezza delle vibrazioni;* pel suono assai maggiore che per la luce.

5° Infine, *la luce si propaga assai più celeremente del suono;* questo, colla velocità di 332^m nell'aria a 0^0; la luce colla velocità di 300 000 000 di metri per 1^s.

8. *La luce e il suono coincidono poi in ciò*, che al di là degli indicati numeri di vibrazioni dell'etere cessa la sensazione per l'occhio, come al di là degli indicati numeri di vibrazioni della materia ponderabile, cessa la sensazione per l'orecchio. Di più, a quel modo che i diversi numeri di vibrazioni della materia ponderabile generano i differenti toni per l'orecchio, così i diversi numeri di vibrazioni della materia imponderabile generano i diversi colori per l'occhio.

9. Parecchie delle enunciate proposizioni sono fondate sullo studio di certi fenomeni luminosi, i quali non possono essere esposti in un libro elementare; e ciò serva di giustificazione dello averle qui accennate in forma dogmatica.

§ 30. Sorgenti di luce. — 1. La sorgente principale di luce per noi è il sole.

La causa della luce solare è l'elevata temperatura di questo corpo celeste. Secondo i moderni astronomi e fisici regna nel sole una temperatura di più migliaia di gradi, la quale può ancora mantenersi per un tempo sterminato, sia per la condensazione della materia del sole, sia per la caduta su di esso di piccoli corpi celesti (meteoriti o comete), ovvero per le due azioni riunite. Per conseguenza, gli atomi della massa solare eseguiscono più di 400 trilioni di vibrazioni ad ogni secondo; queste vibrazioni si comunicano all'etere del Sole e poscia all'etere degli spazii celesti, nel quale si propagano in tutte le direzioni secondo le leggi dei moti ondulatorii.

Identica origine ha la luce delle stelle fisse, che sono altrettanti soli.

2. I corpi terrestri divengono sorgenti di luce o luminosi quando sono riscaldati fino ad una certa temperatura. Secondo Draper (1847) i corpi solidi e liquidi cominciano a divenire luminosi verso i 525° con luce rossa, e raggiungono la luce bianca o incandescenza verso i 1170°, la quale diventa abbagliante a 1500°. Questa rovenza o incandescenza dei corpi terrestri si ottiene ordinariamente col riscaldamento prodotto dalle combinazioni chimiche, o mediante la corrente elettrica.

3. Fra le luci artificiali più intense sono da annoverarsi: 1° *la luce elettrica ad arco voltaico o per incandescenza* (Vol. II, § 55); 2° *la luce magnesiaca*, cioè del metallo magnesio quando brucia nell'aria o nell'ossigeno, come pure *quella del fosforo* bruciante nell'ossigeno; 3° *la luce Drummond*, la quale risulta

dall'arroventamento di un pezzo di calce in una *fiamma ossidrica*, cioè alimentata con una corrente di idrogeno e ossigeno.

4. Infine, come si è già notato (§ 29, n° 2), certi corpi emettono luce anche alla temperatura ordinaria, però solo visibile nell' oscurità, il quale fenomeno si dice *fosforescenza*.

Il nome deriva dallo splendore del fosforo nell'oscurità, sebbene prima della scoperta di quel corpo fosse noto lo splendore del legno di salice e di altre sostanze fracide, del diamante (Alberto Magno, XII secolo) e dello spato pesante bolognese (solfato di bario, $BaSO_4$, calcinato), fatto conoscere da Vincenzo Cascariolo (1602).

5. I *corpi divengono fosforescenti per diverse cause*.

1° *Una lenta ossidazione*. Pare sia da attribuirsi a tale cagione lo splendore del legno, della carne e dei pesci fracidi. Anche lo splendore del fosforo viene attribuito alla sua lenta ossidazione, e il suo splendere anche nel vuoto e nell'azoto, viene attribuito all'impossibilità di escludere affatto l'ossigeno.

2° *L'insolazione*, cioè l'esposizione per un tempo più o meno lungo alla luce solare o ad una luce artificiale assai viva, come quella elettrica o del magnesio. Secondo Becquerel tutti i corpi splendono qualche tempo dopo essere stati esposti alla luce solare; la maggior parte per un tempo assai breve; più fugacemente di tutti i liquidi e i gas.

Presentano in massimo grado, e più a lungo tale fosforescenza, i solfuri di bario, calcio, stronzio. Si costruiscono tubi, figure, placche ecc. con tali sostanze, che esposte per poco tempo alla luce solare, o a quella del magnesio, e poi osservate nell'oscuro, splendono di vaghe luci colorate.

3° *I processi meccanici*. La selce, lo zuccaro, la creta splendono nell'oscurità quando vengono spezzati o sfaldati.

4° *Il calore*. I fosfuri che splendono per insolazione, splendono pure pel solo riscaldamento; certi metalli splendono passabilmente per riscaldamento e non per insolazione.

5° *L'elettricità*. Tutti i fosfuri splendono per le scariche elettriche.

6° *I processi vitali*. Parecchi animali, come le nostre lucciole di S. Giovanni, e gli scarafaggi luminosi delle Indie occidentali e dell' America del Sud, come pure certi infusorii marini e zoofiti, molluschi e crostacei, e perfino parecchie piante splendono nella notte.

§ 31. Propagazione della luce. — 1. *La luce si propaga in ogni direzione attorno al punto luminoso*. Infatti, noi vediamo i corpi luminosi da ogni parte attorno ai medesimi.

Il che è una conseguenza dell'essere la luce un moto ondulatorio e della propagazione dei moti ondulatorii in ogni

direzione attorno al centro di vibrazione, siccome dimostra la teoria delle ondulazioni.

2. Ogni linea lungo la quale si propaga la luce, dicesi *raggio luminoso*. Un insieme di raggi luminosi dicesi *fascio luminoso*.

Un fascio può essere *parallelo* o *divergente* secondochè i raggi luminosi che lo compongono, sono paralleli o divergenti fra loro.

Per es., se si fanno entrare i raggi solari in una camera oscura attraverso un foro circolare, si ha un fascio cilindrico, perchè il sole è a distanza così grande dalla terra, che i raggi luminosi partiti da uno stesso punto di esso e che passano pel foro di una finestra, si possono senza errore sensibile considerare come paralleli.

Se poi si applica al foro una lente convergente (§ 49), questa converte il fascio cilindrico in due fasci conici, uno convergente verso un punto che si dice *foco* della lente, e l'altro divergente dallo stesso punto.

3. *In un mezzo omogeneo i raggi luminosi sono linee rette.*

Il che si manifesta all'occhio quando in una camera oscura penetra la luce solare, attraverso una piccola apertura; noi veggiamo allora il pulviscolo sparso per l'aria illuminato in direzione rettilinea. Si rende questa più visibile spandendo polvere o fumo in vicinanza, collo scuotere per es. una spugna da lavagna o bruciando incenso.

Lo stesso fatto risulta pure dall'osservare che interponendo un corpo opaco tra l'occhio e un oggetto, questo cessa di essere visibile.

4. La propagazione rettilinea della luce è pure conseguenza dell'essere questa un moto ondulatorio, e della propagazione rettilinea dei moti ondulatorii in ogni direzione attorno al centro di vibrazione, quando il mezzo è omogeneo, od isotropo (§ 3, n° 10).

Di più, la teoria delle onde dimostra che il moto ondulatorio entrante in una camera oscura non esce fuori della superfice laterale del fascio, perchè lateralmente i moti vibratorii continuamente si annullano per interferenza.

Perciò, quel fascio non è visibile lateralmente senza il pulviscolo atmosferico, che rischiarato dal medesimo, emette luce in ogni direzione, siccome fanno i corpi rischiarati.

5. La luce si propaga tanto per l'etere degli spazii celesti, quanto per quello che è nell'interno dei corpi, perchè l'etere è diffuso dappertutto.

Però, secondo la quantità di luce che può attraversarli, i corpi si distinguono in *diafani*, *pellucidi ed opachi*.

Diafani o *trasparenti* diconsi quelli che si lasciano attraversare dalla luce, per modochè attraverso i medesimi si veggono le forme degli oggetti. Tali sono, ad es., l'aria, il vetro liscio, molti cristalli, l'acqua.

Diconsi *pellucidi* i corpi i quali lasciano bensì passare in parte la luce, ma non permettono di distinguere le forme degli oggetti, siccome la carta ordinaria ed oleata, il vetro smerigliato, ecc.

Infine, si dicono *opachi* i corpi che intercettano affatto ogni luce, come il legno, i metalli. Però si può dire che ogni corpo sufficientemente spesso è opaco, e sufficientemente assottigliato è trasparente; perchè, per es., l'oro che, come tutti i metalli, alla temperatura ordinaria e con sufficente grossezza è opaco, ridotto in fogli sottilissimi, come quelli del battiloro, diviene trasparente per la luce verde e lascia distinguere le forme degli oggetti. Così pure, un foglio di carta è pellucido, mentre un quinterno è opaco.

Infine, i metalli divengono trasparenti anche per sufficiente riscaldamento.

§ 32. Ombra e penombra. — 1. L'*ombra* è lo spazio esistente dietro un corpo opaco, nel quale non può arrivare la luce di un corpo luminoso collocato dinnanzi.

Se questo ha grande superfice, come il sole, l'ombra è circondata da una sfumatura, che si dice *penombra*.

Invece, se la sorgente luminosa è costituita da un solo o da piccolo numero di punti luminosi, la penombra manca più o meno completamente. Tale è il caso della luce elettrica ad arco, la quale, per essere assai concentrata, dà ombre che si distaccano troppo vivamente dal fondo luminoso circostante. Al quale difetto si ripara circondandola con un globo di vetro opalescente, che diviene esso stesso una sorgente luminosa, di maggiore superfice.

2. L'*ombra senza penombra si può osservare* distintamente applicando al foro della finestra di una camera oscura una lente convergente, che riunisce i raggi solari in un punto detto *foco*, d'onde poi essi divergono. Ora, ponendo in tale fascio divergente un corpo opaco qualunque, per es., una palla sospesa ad un filo, e dietro di essa uno schermaglio, appare su questo uno spazio oscuro nettamente distinto dalla luce circostante.

Invece, collocando la palla sul tragitto dei raggi paralleli del sole, appare sullo schermaglio l'*ombra colla penombra*.

3. *Per determinare il limite dell'ombra nel caso di un solo punto luminoso* L (fig. 54), basta condurre per questo le tangenti esterne LAE, LBF al corpo opaco, le quali, se si immaginano condotte tutto attorno al medesimo, determinano dietro di esso, uno

spazio conico o piramidale, secondochè è rotondo o poliedrico, in cui, per la propagazione rettilinea della luce, non può penetrare alcun raggio luminoso.

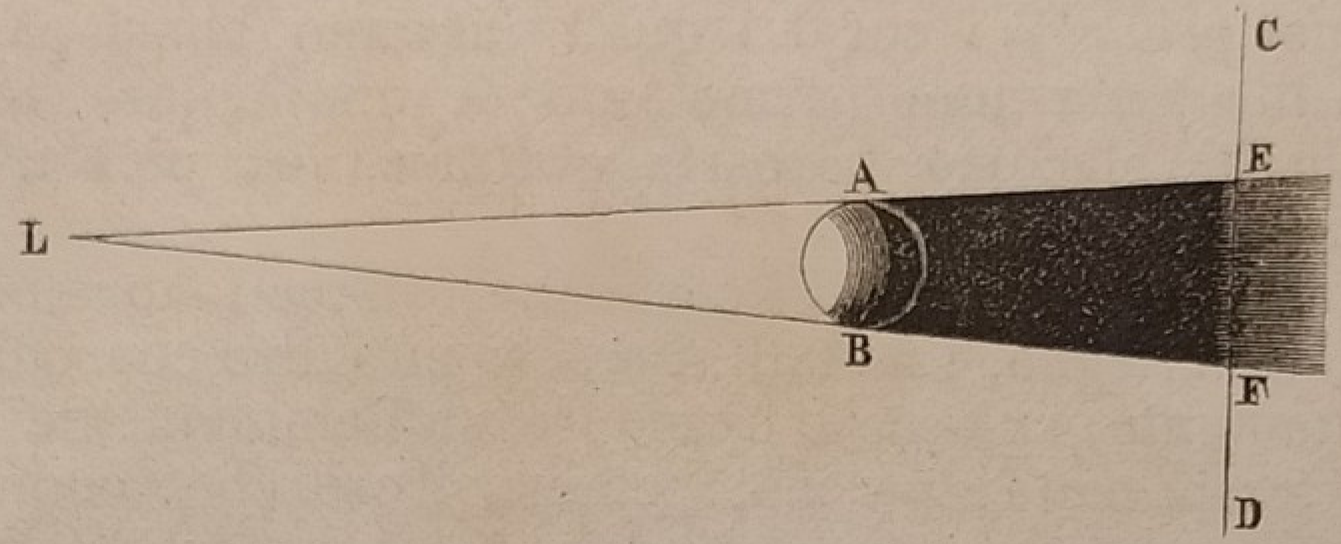


Fig. 54.

Perciò, se si interseca lo spazio ombroso con uno schermaglio CD, risulta su questo, fra EF, una superfice ombrosa e tutto attorno una superfice perfettamente illuminata, cioè appare l'ombra senza penombra.

4. *Per determinare il limite dell'ombra e della penombra nel caso di un corpo luminoso* esteso S (fig. 55), si debbono condurre le tangenti esterne ACE, BDE da una parte e dall'altra

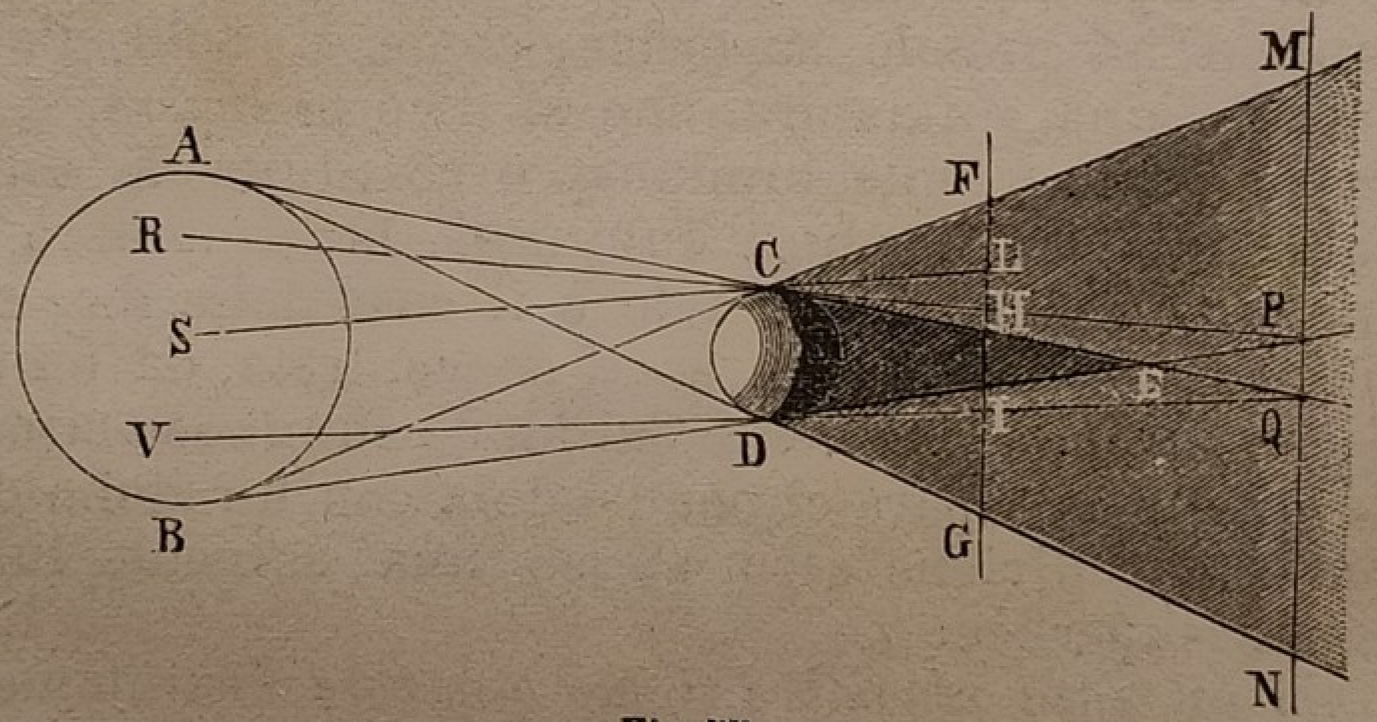


Fig. 55.

dei due corpi luminoso ed opaco, le quali, se si immaginano condotte tutto attorno ai medesimi, determinano al di dietro del secondo corpo, lo spazio dell'ombra perfetta. Tirando poi le rette ADG, BCF tangenti da una parte al corpo luminoso e dall'altra al corpo opaco, e immaginando che esse sieno condotte tutto attorno ai due corpi, si determina il limite della luce perfetta, perchè, al di fuori dello spazio compreso fra quelle essa può liberamente giungere da qualunque punto del corpo luminoso, mentre nello spazio compreso fra i due sistemi di tangenti si ha la penombra, perchè ivi la luce può giungere solo da alcuni punti del corpo luminoso e non dagli altri.

5. Infatti, se si considera un punto sotto A e vicinissimo a questo, è evidente che esso non può mandare luce in H (*) sullo schermaglio FG, ma solo in un punto vicinissimo sovrastante a quello e su tutti gli altri che gli stanno sopra verso F. Un terzo punto luminoso un po' più distante da A non può mandare luce nè in H, nè nel punto ora considerato, ma solo in un terzo punto un po' più lontano da H ed in quelli che gli stanno sopra, ecc. Così si vede che nello spazio anulare CFH, DIG la luce deve andare degradando da H verso F, e parimente da I verso G. Questa sfumatura circondante l'ombra perfetta e limitata dalle superfici tangenti ai due corpi nel modo indicato, è pertanto la penombra.

6. Colla costruzione geometrica fatta è facile scorgere che:

1° Il cono dell'ombra perfetta è divergente e perciò indefinito, quando il corpo opaco è più grande del corpo luminoso; invece è convergente e quindi limitato, quando il corpo opaco è minore del corpo luminoso.

2° La penombra è tanto più estesa quanto più la superfice su cui cade è lontana dal corpo opaco, e quanto più questo è vicino al corpo luminoso.

3° L'ombra giace sempre in linea retta col corpo illuminante ed il corpo illuminato; perciò se il corpo illuminante si muove, si muove pure l'ombra in opposta direzione.

Pertanto, si osserva che l'ombra di un albero, mentre il sole nel cielo descrive il suo arco diurno da levante a ponente, innanzi mezzogiorno cade verso ponente, facendosi tanto più corta quanto più il sole si solleva; dopo mezzogiorno invece si distende verso levante, e diviene ad un tempo tanto più lunga quanto più basso scende il sole.

7. I fenomeni dell'ombra e della penombra spiegano gli *eclissi solari e lunari*.

Succede un *eclisse lunare totale o parziale*, quando il plenilunio (luna piena) entra totalmente o parzialmente nell'ombra che la terra illuminata dal sole proietta dietro di sè.

Così, se nella figura precedente, il globo CD rappresenta la terra, succede eclisse totale quando la luna si immerge nel cono ombroso CED.

Invece, succede solo eclisse parziale quando la luna entra solo nello spazio HF o GI della penombra, perchè allora essa riceve ancora una parte dei raggi solari.

8. Avviene un *eclisse di sole* quando nel novilunio l'ombra della luna passa sopra la terra. In tal caso hanno *eclisse totale*

(*) Le lettere H, I, indicano i punti d'intersezione del piano FG col cono ombroso CED e non quelli d'intersezione delle rette PR, QV col piano stesso.

i luoghi pei quali passa l'ombra perfetta, perchè questi non possono più ricevere luce da alcun punto del sole; invece hanno *eclisse parziale* i luoghi in cui passa solo la penombra, perchè questi possono ancora ricevere luce da alcuni punti del disco solare, che perciò sono ancora visibili, e non da altri, che perciò vengono occultati.

Così, se CD (fig. precedente) rappresenta la luna e lo schermaglio FG la superfice terrestre, i luoghi compresi fra H e I hanno eclisse totale, e quelli compresi fra FH, IG hanno eclisse parziale, cioè possono vedere ancora una parte del disco solare. Per es. nel punto L equidistante da H e da F, potrà arrivare la luce che parte dai punti del sole compresi fra A ed S, e non quella dei punti compresi fra S e B, cioè si vedrebbe ancora la metà del disco solare.

9. Infine, l'*eclisse di sole può ancora essere anulare*, il che succede quando è minimo il diametro apparente della luna, per essere massima la distanza di questa dalla terra, ed invece è massimo il diametro apparente del sole, per essere minima la sua distanza dalla terra. Allora, il disco lunare interposto tra il sole e la terra non copre totalmente il sole, il quale si vede sporgere tutto all'intorno del disco lunare.

In questo caso la superfice terrestre si trova collocata come lo schermaglio MN, sul quale non giunge il primo cono ombroso avente il vertice in E, ma solo il secondo cono opposto al vertice del primo. Allora nello spazio PQ risulta un eclisse anulare, perchè se dai punti P, Q, si tirano due tangenti al globo lunare CD, esse vanno ad incontrare il disco del sole in R, V, per modo che fra P e Q arrivano ancora i raggi solari che partono dai punti compresi fra RA, e VB.

§ 33. Camera oscura (Leonardo da Vinci, 1500). — 1. *I raggi luminosi che penetrano in una camera oscura attraverso un piccolo foro generano su una parete opposta immagini rovesciate degli oggetti esterni, qualunque sia la forma del foro.*

2. Per *osservare il fenomeno* basta presentare uno schermaglio, per es., una lastra di vetro smerigliato, o un foglio di carta oleata, ad un foro praticato nell'imposta della finestra di una camera oscura, cui sta di fronte qualche oggetto, per es. piante, edifizii, passeggieri. Appare così sullo schermaglio l'immagine rovesciata degli oggetti esterni e ciò qualunque sia la forma del foro.

3. Lo schermaglio può anche essere costituito dalla parete della camera opposta al foro (fig. 56) (*), il quale in tal caso deve

(*) In questa figura si deve supporre la parete nera, a sinistra, di fronte all'edifizio.

essere più grande. In generale lo schermaglio deve essere più o meno vicino al foro secondochè questo è più o meno piccolo, e l'immagine è tanto più viva e precisa quanto più la parete

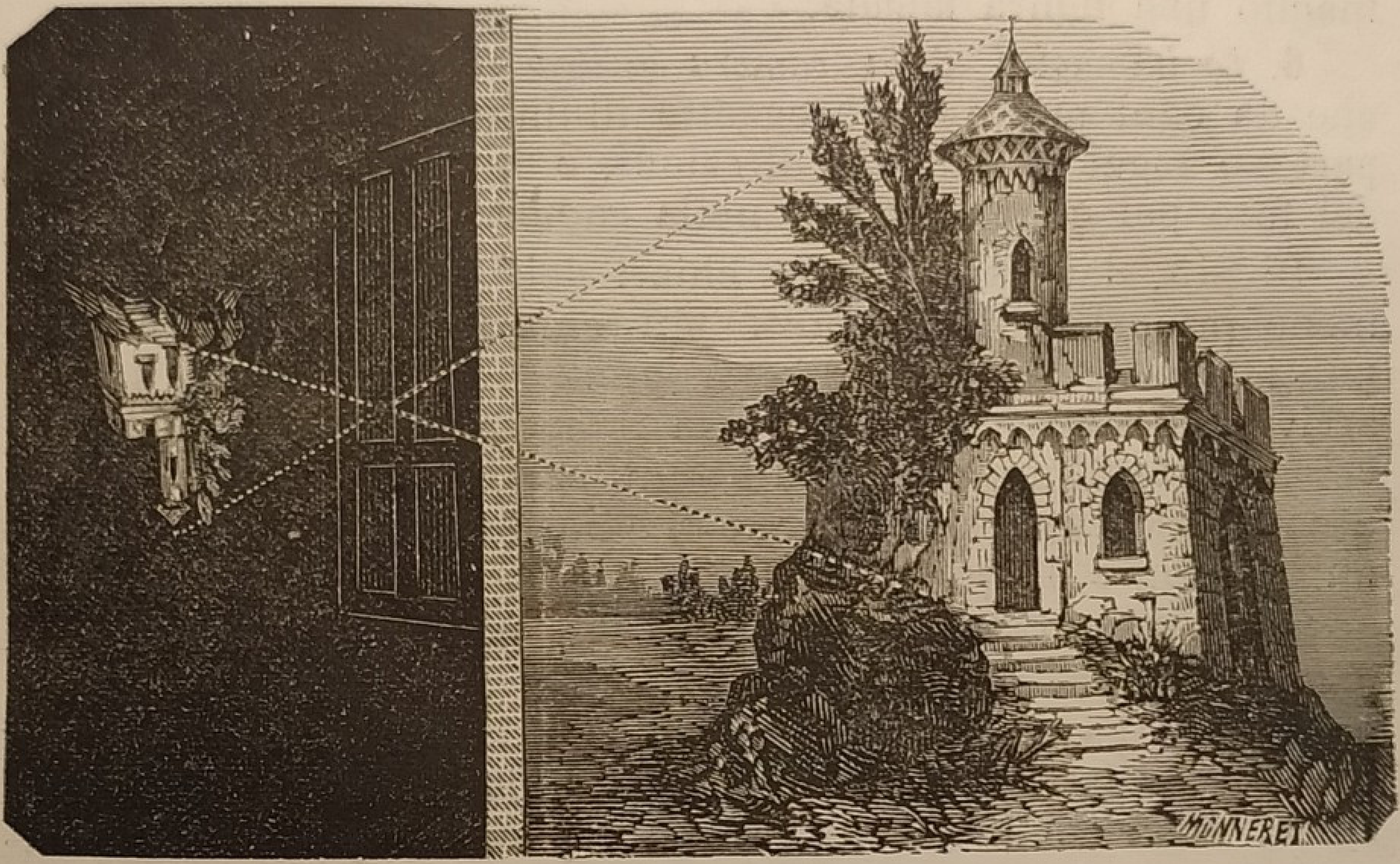


Fig. 56.

e gli oggetti sono vicini al foro, e questi più illuminati, ed è tanto più grande quanto più lo schermaglio è lontano dal foro e l'oggetto vicino a questo.

4. Si può costruire una piccola *camera oscura tascabile*, con due tubi di cartone (A, B, fig. 57) uno dei quali scorre dolcemente nell'altro, come quelli di un cannocchiale. L'estremità del tubo esterno (A) rivolta all'oggetto si chiude con un dischetto sottile di metallo, avente un piccolo foro nel centro, e l'estremità interna del tubo interno (B) si chiude con carta oleata (A). Applicando l'occhio all'estremità esterna (*n*) del tubo interno, si veggono sul diaframma di carta piccole immagini rovesciate degli oggetti esterni, collocati dinnanzi al foro del dischetto metallico.

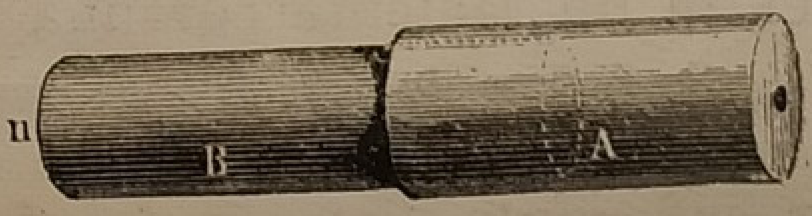


Fig. 57.

5. *Queste immagini sono poi indipendenti dalla forma del foro*, il che si prova, anche più direttamente, facendo entrare in una camera oscura un fascio di luce solare attraverso piccoli fori di diversa forma, triangolare, quadrata, circolare; si vede così su di uno schermaglio, posto a sufficente distanza dal foro,

sempre un cerchietto luminoso, il quale non è che un' immagine circolare e rovesciata del sole, e che è sempre la stessa qualunque sia la forma del foro. Se venisse fatto l'esperimento quando il sole è in parte eclissato apparirebbe sullo schermaglio una figura falcata.

6. *Le immagini della camera oscura si spiegano* osservando che da ogni punto di un oggetto illuminato collocato dinanzi partono raggi in tutte le direzioni, e quindi anche in quella del foro pel quale entrano nella camera.

Di più, dai punti meno chiari dell' oggetto partono raggi meno intensi che dai punti più chiari, e meno ancora dai punti oscuri; perciò i diversi punti del diaframma su cui arrivano questi raggi di diversa intensità risultano anche diversamente illuminati come i punti corrispondenti dell'oggetto, e così nasce una disposizione di chiari e oscuri che costituisce un'immagine di quello.

Siccome poi i raggi luminosi che partono dall'alto dell'oggetto, essendo rettilinei, arrivano sul diaframma in basso, quelli che partono dal basso arrivano in alto, quelli che partono dalla destra lo incontrano a sinistra, ed inversamente, cioè i raggi luminosi si incrociano passando pel foro, così *risulta il rovesciamento dell'immagine.*

7. Se l'apertura della camera oscura è troppo grande, l'immagine diviene confusa, perchè, ad es., nella parte inferiore del diaframma possono in tal caso arrivare non solo i raggi luminosi partiti dalla parte superiore dell'oggetto, ma anche quelli partiti dalle parti mediane o dalle inferiori, i quali si sovrappongono. Di più, allora penetra anche la luce diffusa più intensa, che fa scomparire la luce più debole emanata dai corpi illuminati. Perciò, in una camera nella quale la luce entra liberamente per una finestra, non appare il fenomeno.

8. *Infine, la forma dell'immagine è indipendente da quella dell'apertura*, quando questa è abbastanza piccola ed il diaframma a sufficiente distanza dal foro, perchè da ciascun punto dell'oggetto penetra bensì nella camera oscura un fascio che ha la forma del foro, ma se tal fascio si fa scorrere col suo apice sul contorno dell'oggetto, la sua estremità sul diaframma disegna evidentemente su questo una immagine avente la forma dell'oggetto.

Se il diaframma è perpendicolare alla direzione della retta che congiunge il centro dell'oggetto col centro dell' apertura, l'immagine risulta simile all'oggetto; se invece il diaframma è inclinato su tale direzione, l'immagine sul diaframma viene allungata sul senso dell'inclinazione.

9. Perciò la luce del sole che penetra attraverso i rami e le fronde degli alberi, non va a rappresentare sotto i medesimi le figure degli intervalli pei quali passa, ma tanti occhielli tondeggianti circolari o allungati, secondo che il suolo è perpendicolare od obliquo ai raggi solari. E questi occhielli diventano falcati nel tempo degli ecclissi parziali di sole.

§ 34. Intensità della luce. Fotometri. — 1. *L'intensità della luce* su di un corpo illuminato, cioè *la quantità di luce che riceve ogni unità di superfice del medesimo*, segue le seguenti leggi.

2. 1ª Legge. *L'intensità della luce su di un corpo illuminato è proporzionale a quella che emette la sorgente luminosa.* Infatti è evidente che col crescere della quantità di luce emessa, deve, a parità dalle altre condizioni, crescere quella della luce ricevuta.

3. Ora l'*intensità della luce che emette una sorgente luminosa dipende dalla natura, dal numero e dalla temperatura delle particelle vibranti.*

La natura delle particelle luminose ha certamente influenza perchè, per es., l'intensità luminosa di una fiamma di idrogeno puro, è diversa da quella dell'idrogeno carbonato o gas luce. Parimente, ha influenza il numero delle particelle vibranti, perchè le fiamme dei gas compressi hanno maggior splendore che quelle dei gas alla pressione ordinaria.

Infine, col crescere della temperatura cresce la forza viva, cioè l'ampiezza e il numero delle vibrazioni delle particelle, e diviene massima al calore bianco.

4. Il numero delle vibrazioni è maggiore per la luce violetta che per la luce gialla; tuttavia una superfice gialla appare più luminosa che una superfice violacea, quando ricevono la stessa luce solare; per es., i fiori gialli splendono più di quelli violacei. Quindi si deve concludere che le vibrazioni della luce gialla, o hanno maggiore ampiezza, ovvero che l'occhio è più sensibile per le medesime.

5. 2ª Legge. *L'intensità della luce decresce coi quadrati delle distanze dalla sorgente luminosa*, perchè (come si è già detto pel moto ondulatorio e pel suono) alle distanze

$$1 \; , \; 2 \; , \; 3 \; \text{ecc.}$$

la luce si espande su superfici sferiche le quali stanno fra loro come i quadrati

$$1 \; , \; 4 \; , \; 9 \; \text{ecc.}$$

dei detti numeri, e perciò le quantità di luce che arrivano sull'unità di superfice debbono decrescere nella stessa ragione.

6. *Si verifica questa legge sperimentalmente*, constatando mediante i fotometri (stromenti che servono a misurare le intensità luminose, nº 9), che una candela illumina un foglio

bianco alla distanza di 1 metro, come 4 candele alla distanza di 2 m., o come 9 candele a 3 m.

7. 3ª Legge. *L'intensità della luce è tanto minore quanto maggiore è l'assorbimento del mezzo*, in cui essa si propaga. Così quando il sole è all'orizzonte, rischiara e riscalda i corpi meno che quando è elevato su quello, perchè i suoi raggi sono più assorbiti, sia perchè attraversano l'atmosfera obliquamente e quindi per maggior lunghezza, e sia perchè l'aria è allora meno trasparente, per la condensazione del vapore acqueo, che succede quando la temperatura è più bassa.

8. 4ª Legge. *L'intensità della luce cresce col crescere dell'obliquità dei raggi luminosi incidenti sulla superfice del corpo illuminato.* Infatti, se si interseca un fascio cilindrico di raggi luminosi con un diaframma perpendicolare a questi, la superfice illuminata sarà un cerchio che costituisce la sezione retta di quel cilindro; se invece lo schermaglio è inclinato sulla direzione dei raggi luminosi, la sezione o superfice illuminata è un'elisse, tanto più allungata, quanto maggiore è l'obliquità dello schermaglio. Ora, siccome la quantità di luce del fascio è costante, egli è chiaro che col crescere della superfice illuminata, deve diminuire la quantità di luce che riceve ogni unità di superfice, ossia l'intensità della luce.

9. Si dimostra poi colla trigonometria, che *l'intensità della luce è proporzionale al seno dell'angolo che i raggi luminosi incidenti fanno colla superfice che incontrano, ovvero al coseno dell'angolo che fanno colla perpendicolare a tale superfice.*

10. Infatti sia AB (fig. 58) l'unità di superfice di uno schermaglio che intercetta perpendicolarmente il fascio cilindrico di raggi luminosi L. Se si inclina alquanto lo schermaglio, si vede che nella nuova posizione l'unità di superfice AD = AB riceve un minor numero di raggi, e precisamente che la quantità di luce ricevuta da AD è solo uguale alla quantità di luce che prima cadeva normalmente sulla parte AC, proiezione di AD su AB.

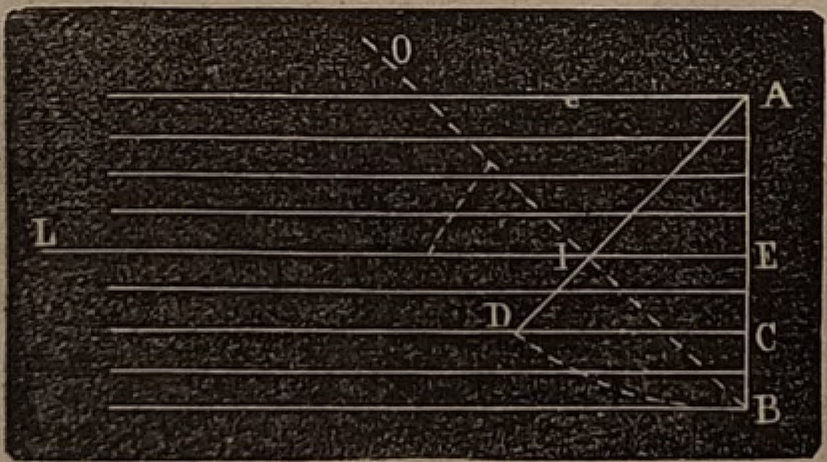


Fig 58.

Ora dalla trigonometria si ha: AC = AD cos DAC = AB cos LIO (perchè angolo DAC = ang. LIO, essendo LIO = EIB, ed EIB = EAI, perchè ambidue complementari dell'angolo EBI); di più AB cos LIO = AB sen DIL (perchè DIL è il complemento di LIO), il che dimostra il teorema.

11. Codesta legge spiega perchè l'intensità della luce e del

calore solare sia *massima* nella *zona torrida*, dove i raggi del sole arrivano con *minima obliquità*, e *minima* invece nelle *zone glaciali*, le quali ricevono i raggi con *obliquità massima*, mentre è *moderata* nelle *zone temperate* che ricevono i raggi con *obliquità intermedia*.

Così pure, sul fianco d'un monte esposto a mezzodì l'intensità della luce e del calore è maggiore che sul piano, mentre è minore su quello esposto a tramontana.

12. 5ª Legge. *L'intensità della luce decresce col crescere dell'obliquità dei raggi sulla superfice che li emette*, come per quella che li riceve (4ª legge). Quindi l'intensità è massima quando i raggi sono emessi perpendicolarmente alla superfice luminosa, come è massima quando sono perpendicolari alla superfice illuminata.

13. Si dimostra pure colla trigonometria che l'*intensità luminosa è proporzionale al coseno dell'angolo ehe i raggi fanno colla normale alla superfice luminosa*. Perciò esso è massima quando quell'angolo è $= 0$, essendo il coseno di un angolo nullo eguale al raggio, cioè massimo.

14. Così la superfice sferica curva dell'emisfero solare rivolto all'osservatore illumina solo come quella di un circolo massimo perpendicolare alla visuale che congiunge il suo occhio col centro del sole, la quale è metà di quella del detto emisfero (essendo la superfice della sfera eguale a 4 volte quella del suo circolo massimo) perchè i raggi emessi obliquamente dalla superfice emisferica illuminano solo come i raggi emessi perpendicolarmente dalla superfice metà del detto circolo massimo.

15. Perciò, il globo solare si appare come un disco egualmente luminoso tanto nella parte centrale ove i suoi raggi sono emessi perpendicolarmente alla sua superfice quanto verso il contorno ove va crescendo l'estensione della superfice rivolta obliquamente all'osservatore, perchè col crescere dell'obliquità decresce l'intensità luminosa.

16. 6ª Legge. Infine, *l'intensità della luce su di un corpo illuminato dipende dal potere riflettente della superfice su cui cade*; se la superfice non riflette punto, come una superfice nera, essa non è punto illuminata; se essa riflette tutta la luce incidente, come una superfice bianca, essa è fortemente illuminata; se riflette solo una parte, ovvero solo alcuna delle luci colorate componenti la luce bianca, come fanno le superfici colorate, essa è più debolmente illuminata.

17. Si dicono *fotometri* (φῶς, luce) gli apparecchi che servono a misurare le intensità relative di luci diverse, per es. quella di una candela e di una lampada. Essi sono fondati sul prin-

cipio che l'*intensità della luce decresce nella ragione dei quadrati delle distanze.*

18. Nelle ricerche fotometriche si usa, come unità di intensità luminosa, in Inghilterra l'intensità luminosa della fiamma della *candela normale*, una candela di spermaceti (bianco di balena) da 6 alla libbra inglese, invece in Francia ed in Italia si addotta la fiamma di una lampada Carcel, che brucia ogni ora 42 gr. di olio di colza depurato, e che è eguale a otto candele normali inglesi.

19. *Il fotometro di Rumford* (fig. 59) consta di un diaframma verticale bianco CD dinnanzi al quale sta una verga pure ver-

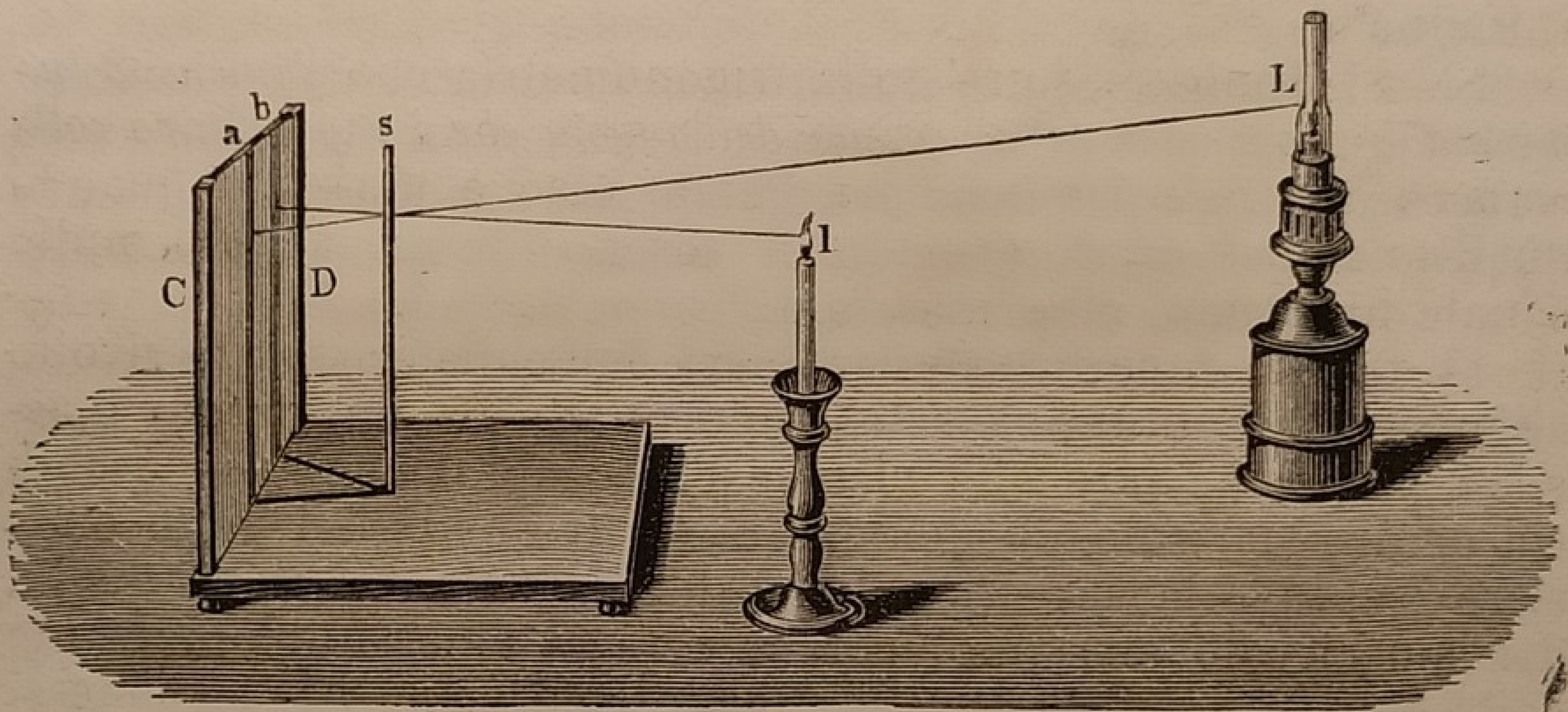


Fig. 59.

ticale *s* che produce su quello due ombre *a*, *b*, delle due sorgenti luminose *l*, L, collocate anteriormente.

Ora l'ombra della luce più intensa è illuminata dalla luce più debole, e l'ombra di questa riceve la luce più intensa; perciò a parità di distanza la prima ombra sarebbe più oscura della seconda. Ma se si allontana la luce più intensa dal diaframma finchè le due ombre abbiano la stessa intensità, allora le loro azioni luminose sulla tavola sono eguali perchè è eguale l'effetto della loro mancanza sul diaframma, e il rapporto delle intensità delle due luci è eguale al rapporto dei quadrati delle loro distanze da quello.

Infatti, se si rappresentano con i e I le intensità delle due sorgenti luminose l, L alla distanza 1 dallo schermaglio, le loro intensità alle distanze d, D, sono rispettivamente $\frac{i}{d^2}$, $\frac{I}{D^2}$.
Ma quando le ombre sono eguali, le intensità luminose sono

pure eguali, perciò si ha: $\frac{i}{d^2} = \frac{I}{D^2}$; d'onde si ricava $\frac{i}{I} = \frac{d^2}{D^2}$, ovvero $I = i \cdot \frac{D^2}{d^2}$. Per es. se $d = 3$, $D = 7$ metri, si ha $I = i \cdot \frac{49}{9}$ $= i \cdot 5,44$.

20. *Fotometro di Bouguer.* — Questo fotometro, perfezionato da Foucault, non è che il fotometro di Rumford nel quale è soppressa la verga che dà le due ombre, e le due metà del diaframma bianco vengono illuminate separatamente dalle due luci, perchè queste sono separate da un altro diaframma verticale nero perpendicolare al primo e mobile. Si dispone questo secondo diaframma e le due luci in modo che le superfici illuminate del diaframma bianco diventino tangenti nel senso verticale e presentino la stessa intensità luminosa. Allora, le intensità luminose delle due sorgenti, sono proporzionali ai quadrati delle loro distanze dal diaframma illuminato.

§ 35. Velocità della luce. — **1.** La luce essendo un movimento vibratorio che si comunica successivamente da una particella all'altra dell'etere, deve, come il suono, impiegare del tempo a percorrere le distanze. Però la sua velocità è assai maggiore di quella del suono, e si è trovato, che negli spazii celesti, e presso a poco anche nell'aria, essa è di circa 300 milioni di metri per secondo.

Codesta velocità venne dapprima (1676) determinata dall'astronomo Danese Roemer per mezzo degli eclissi del 1° satellite di Giove.

2. Il pianeta Giove (G fig. 60) gira attorno al sole in 11 anni e 10 mesi, in un' orbita che comprende quella della terra (T), la quale percorre la sua in 12 mesi. Perciò, in questo tempo, nel quale Giove percorre solo poco più della 12ma parte della sua orbita, la terra trovasi una volta ad una distanza minima (TG), una volta (dopo 6 mesi) a distanza massima (T″ G), e due volte a distanza intermedia (T′ G, T‴ G) da Giove; la differenza tra la minima e la massima distanza eguaglia evidentemente il diametro dell' orbita terrestre.

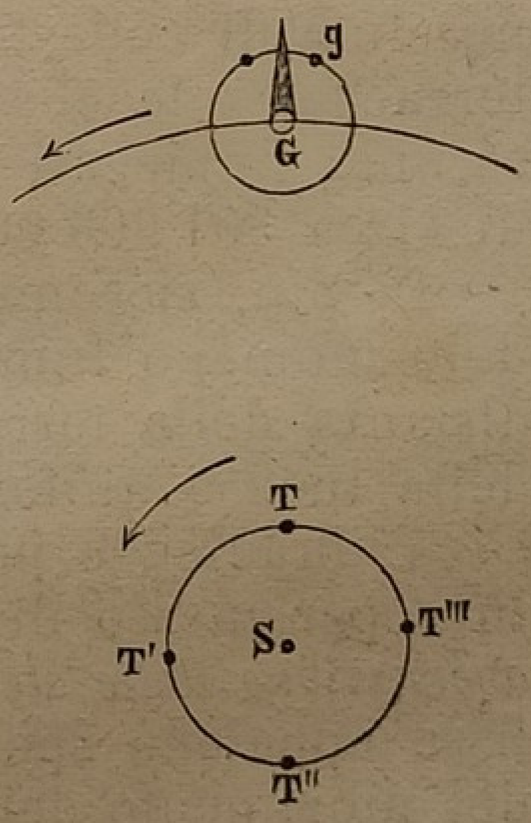


Fig. 60.

3. Ora il primo satellite (g) di Giove percorre la sua orbita attorno al pianeta in 42 ore, 28′, 35″, immergendosi ad ogni rivoluzione una volta nell'ombra del medesimo. Il tempo tra due immersioni od emersioni successive dall'ombra è sempre uguale alla durata della rivoluzione, cioè 42 ore, 28′, 35″, quando la terra percorre le porzioni (T, T″) della

sua orbita, normali alla retta che congiunge la Terra con Giove, cioè si trova in vicinanza della distanza minima o massima dal pianeta, perchè allora la sua distanza dal medesimo si mantiene sensibilmente costante nei detti periodi di tempo, in cui avvengono gli eclissi. Invece, quando la terra (passando da T in T′, e T″) si allontana da Giove, gli intervalli fra due emersioni successive del satellite dall'ombra del pianeta divengono alquanto maggiori di 42 ore, 28′ 35″, perchè la luce del satellite in questo caso deve percorrere il ragguardevole spazio percorso in 42 ore e $^1/_2$ dalla Terra che si muove colla velocità di circa 30 km. per secondo. E quando la Terra (passando da T″ in T‴ e T), si avvicina a Giove, gli intervalli fra due immersioni successive del satellite nell'ombra del pianeta divengono sempre alquanto minori di 42 ore, 28′ 35″, perchè allora la Terra va incontro alla luce, e perciò la riceve più presto. La somma di tutti i ritardi che hanno luogo in mezzo anno, nella metà dell'orbita terrestre compresa fra la distanza minima e massima da Giove, importa 16′, 26″,4, ed altrettanto importa la somma di tutte le anticipazioni che avvengono nel passaggio della Terra dalla distanza massima alla minima. Ma nel 1° passaggio la Terra si è allontanata da Giove di una quantità eguale al diametro dell'orbita terrestre, e nel 2° passaggio si è avvicinata a Giove della stessa quantità. Dunque la luce impiega 16′, 26″ = 986″ a percorrere il diametro dell'orbita terrestre; onde dividendo la lunghezza conosciuta di codesto diametro (due volte la distanza media della terra dal sole che è 148,450,000 km.) pel numero 986,4 dei secondi impiegati dalla luce a percorrerlo, si ebbe la velocità di circa 301 000 000 m. al secondo.

Di più, siccome il ritardo o l'avanzamento nell'apparizione del fenomeno luminoso cresce col crescere o diminuire della distanza della terra da Giove, è da concludere che la velocità della luce è uniforme.

4. Bradley e poscia Struve determinarono la velocità della luce per mezzo di un altro fenomeno astronomico chiamato *aberrazione delle stelle fisse*, il quale consiste in ciò, che le stelle fisse appaiono spostate dalla loro vera posizione per effetto del movimento della terra e della velocità della luce. Il risultato di Bradley e Struve non differisce che di $^1/_{100}$ in meno da quello trovato da Roemer.

5. In seguito la velocità della luce venne determinata anche con esperienze dirette.

Così Fizeau, nel 1849, ha misurato direttamente questa velocità ricercando con ingegnoso artifizio il tempo impiegato dalla luce per propagarsi da un luogo ad un altro della su-

perfice terrestre e ritornare da questo a quello. Il suo apparecchio era composto da due canocchiali ed una ruota dentata. Egli trovò la velocità della luce di 313,330,000 m. al secondo. Ma, nel 1875, Cornu avendo ripetuto tale determinazione collo stesso metodo, ma con apparecchi più perfetti, ha trovato, siccome media di 504 esperienze, la velocità di 300 330 000 metri nell'aria e 300 400 000 m. nel vuoto, con un errore probabile di $^1/_{1000}$.

6. Foucault (nel 1862) mediante uno specchio rotante e un microscopio stimò la velocità di 298,187,000 m. Di più le sue esperienze hanno dimostrato un altro importantissimo fatto, cioè che la velocità della luce è maggiore nell'aria che nell'acqua.

Il che essendo richiesto dalla teoria delle ondulazioni, mentre quella dell'emanazione richiede il contrario, divenne un valido argomento sperimentale in favore della verità della prima, e una smentita decisiva per la seconda.

7. Gli astronomi, mediante l'osservazione di un angolo detto *parallasse annua* (l'angolo formato da due visuali dirette ad una medesima stella dai due estremi di un diametro dell'orbita terrestre) calcolano che la stella più vicina (α del Centauro) dista da noi 3 anni e $^1/_2$ di luce, cioè che questa impiega detto tempo per giungere fino a noi.

Così pure calcolano 22 anni di distanza per la stella *Sirio*, 31 anni per la stella *Polare*, e 73 anni per la stella *Capella*.

Le stelle telescopiche poi distano da noi centinaia e migliaia d'anni di luce. Cosicchè potrebbero essere spente da secoli, e nondimeno noi continueremmo a contemplare la luce che esse emisero nei secoli precedenti. Perciò noi vediamo nel cielo, non già il presente, ma un passato più o meno remoto. Le ultime notizie che la luce delle stelle ci reca sono in ritardo di più di 3 anni.

§ 36. Riflessione della luce. — 1. Quando le onde eteree giungono alla superfice di un nuovo mezzo possono provare tre cangiamenti: 1° esse possono ritornare addietro nel mezzo primitivo, cioè essere *riflesse;* 2° possono penetrare nel nuovo mezzo e propagarsi nel medesimo; allora esse sono *trasmesse;* 3° possono infine cessare di esistere come onde luminose, perchè comunicano il loro movimento alle molecole del corpo e lo riscaldano, cioè vengono trasformate in colore oscuro, con che il numero delle vibrazioni viene abbassato; si dice allora che i raggi luminosi sono *assorbiti*.

Sovente i tre fenomeni avvengono insieme; il più spesso ne avvengono due; raramente uno solo; ma conviene studiarli separatamente, incominciando dal fenomeno della riflessione.

2. La riflessione della luce si distingue in *regolare* ed *irregolare*.

La riflessione *regolare* o *speculare* avviene quando la luce si riflette su di una superfice levigata, come quella dell'acqua, del vetro e dei metalli levigati, ecc., che perciò diconsi *specchi*.

La riflessione *irregolare* o *diffusione* avviene quando la luce incontra una superfice non levigata, come quella della maggior parte dei corpi.

Dappertutto ove la continuità ottica è interrotta vi è riflessione della luce incidente. La moltitudine delle riflessioni sulle superfici delle particelle rende opachi i mezzi costituiti di frammenti trasparenti. Perciò i corpi trasparenti come il vetro, i cristalli, il ghiaccio, ridotti in polvere, divengono opachi. Così pure l'acqua ridotta in minute goccie, come nelle nubi, diviene opaca.

3. *Leggi della riflessione regolare.* Chiamando, come nel caso del suono (§ 26), *angoli d'incidenza e di riflessione, quelli che i raggi incidente e riflesso formano colla perpendicolare alla superfice riflettente condotta pel punto d'incidenza*, la riflessione regolare della luce avviene secondo le seguenti leggi generali della riflessione dei movimenti ondulatorii.

1° *Il raggio riflesso giace nel piano del raggio incidente e della perpendicolare alla superfice riflettente condotta pel punto d'incidenza.*

2° *Il raggio riflesso e il raggio incidente trovansi dalla stessa parte della superfice riflettente, ma dall'opposta parte della perpendicolare, e l'angolo di riflessione è eguale all'angolo di incidenza* (*).

4. *Dimostrazione sperimentale.* — Si possono dimostrare sperimentalmente queste leggi con diversi apparecchi. Uno dei più usati consiste in un cerchio verticale graduato nel cui centro si dispone uno specchietto metallico orizzontale (A, (fig. 61) su cui mediante un altro specchietto girevole (B) si fa cadere, in una camera oscura, un sottile fascio di luce solare nella direzione di un raggio (BA) del cerchio. Allora me-

---

(*) Dante (*Purgatorio*, canto XV) esprime poeticamente le dette leggi, nelle seguenti due terzine:

Come quando dall'acqua o dallo specchio
Salta lo raggio all'opposita parte,
Salendo su, per lo modo parecchio

A quel che scende, e tanto si diparte
Dal cader della pietra in egual tratta
Sì come mostra esperienza ed arte.

diante la graduazione, si osserva che il fascio viene riflesso secondo un altro raggio (A C) del cerchio, il quale fa col raggio verticale (A D) di questo, cioè colla normale alla superfice dello specchio, un angolo di riflessione (D A C) eguale all' angolo d' incidenza (D A B) formato dal fascio incidente (B A) colla stessa normale. Il che dimostra la 2ª legge. La 1ª è dimostrata dall'essere il fascio riflesso parallelo alla superfice del cerchio come il fascio incidente.

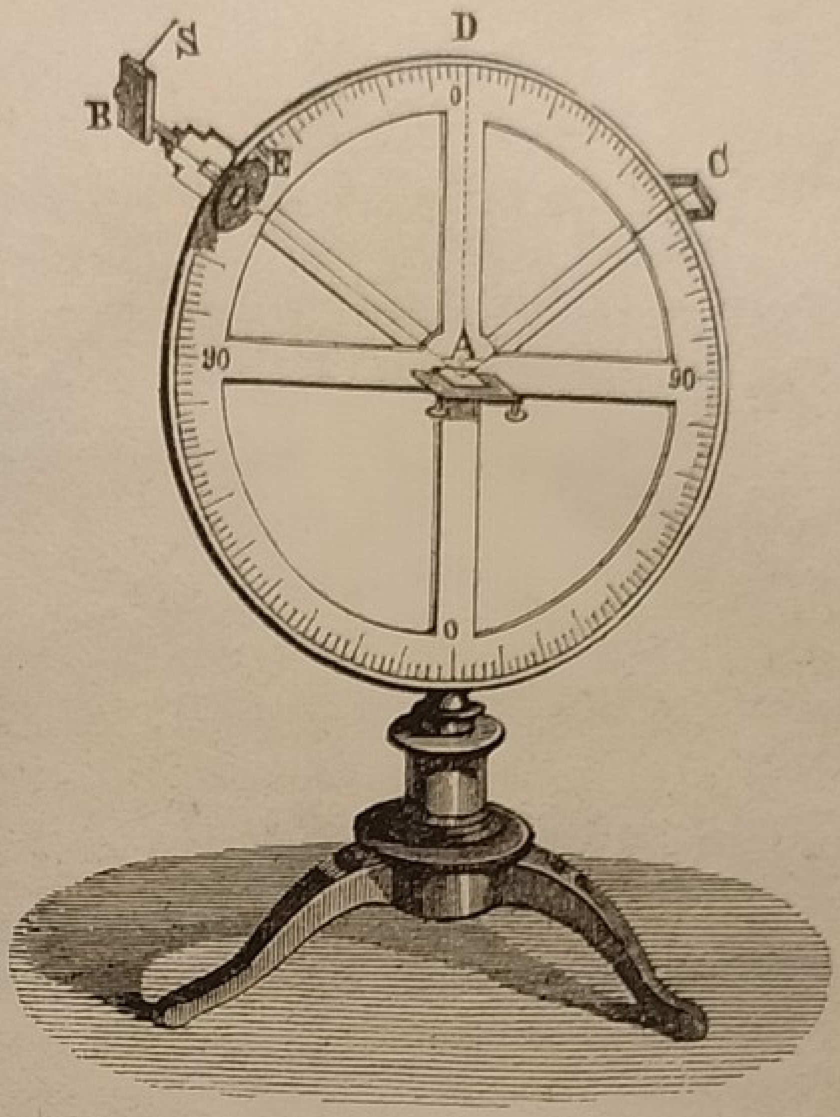


Fig. 61.

5. Si ottiene un fascio luminoso più sottile mediante l' apparecchio rappresentato dalla fig. 62, che consiste in una mezza scatola cilindrica, graduata nel suo interno e munita di una fenditura F per la quale si fa cadere un sottile fascio luminoso su di uno specchietto piano verticale S collocato nel suo centro, e sovrapposto ad un dischetto circolare che si può fare girare assieme collo specchio attorno al centro del cerchio assieme con un indice I perpendicolare al piano dello specchio. Disposto l' indice, per es., nella direzione del nº 20, in modo che l'angolo di incidenza, che fanno i raggi passanti per la fenditura col detto indice, sia di 20°, si vede la luce riflessa illuminare la riga 40. E così via per altri angoli d'incidenza.

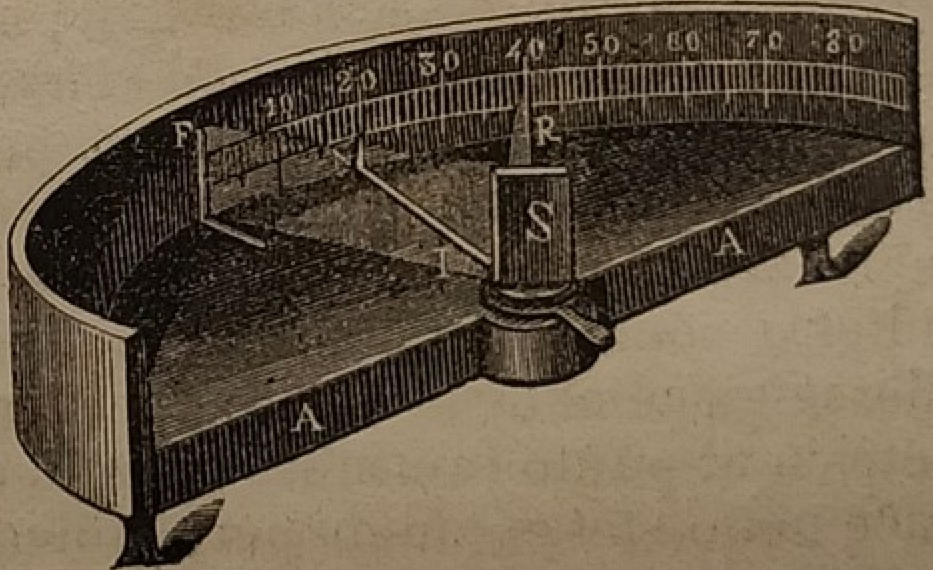


Fig. 62.

6. Infine, siccome gli apparecchi precedenti non permettono una dimostrazione sperimentale matematicamente precisa, perchè non si può isolare un raggio luminoso unico, cosicchè si potrebbe dubitare che la legge sia solo approssimativa, si ottiene una dimostrazione matematicamente esatta, mediante la luce di una stella che si può veramente considerare come un punto luminoso.

Con un cannocchiale A B (fig. 63) mobile attorno al centro del cerchio graduato verticale L si mira una stella nella direzione A B S′; quindi volgendo il cannocchiale in basso nella direzione C D si osserva l'immagine della stella per riflessione sulla superfice del mercurio contenuto in un vaso Q Q′, il che dimostra già che il raggio incidente S K (parallelo ad S′B A, poichè il punto luminoso si può considerare a distanza infinita) è nello stesso piano verticale del raggio riflesso K D. Di più, per vedere la stella per riflessione bisogna che il cannocchiale prenda la posizione C D nella quale il suo asse fa colla verticale lo stesso angolo che con questa fa la direzione A B. Ora l'angolo di A B colla verticale è eguale a S K N, perchè tali angoli hanno i lati paralleli; per la stessa ragione l'angolo di C D colla verticale è eguale a D K N; dunque S K N = D K N, il che dimostra la 2ª legge.

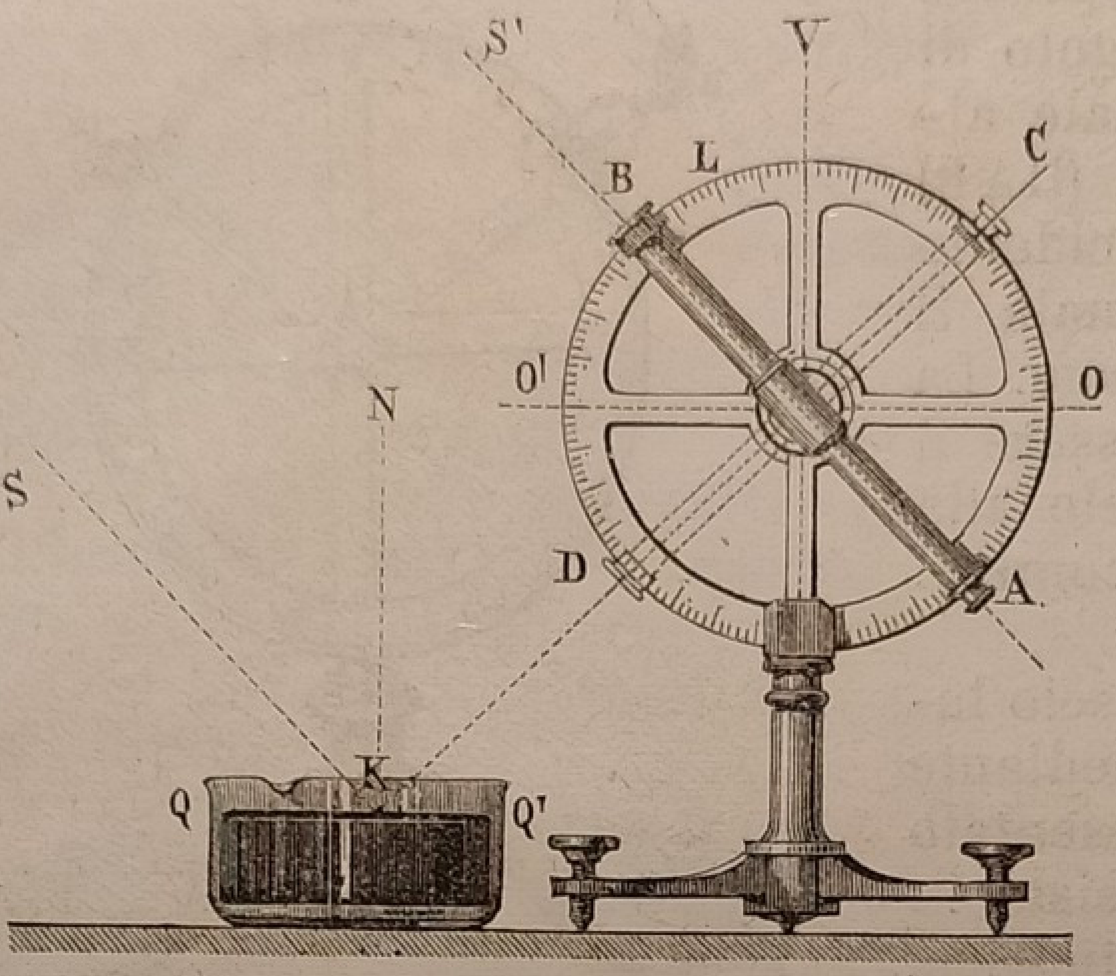


Fig. 63.

7. *La causa meccanica della riflessione della luce* è quella stessa che venne ampiamente esposta per le onde sonore (§ 26). Le onde luminose che si propagano nell'etere libero, incontrando un mezzo più resistente di questo, ritornano simmetricamente addietro come quelle sull'acqua, cosicchè il centro delle onde riflesse giace al di là della superfice riflettente in un punto simmetrico al punto luminoso; perciò ogni raggio dell'onda riflessa giace nello stesso piano perpendicolare allo specchio che contiene il raggio incidente, e fa colla perpendicolare angolo eguale.

8. Nel caso di un fascio di luce solare, le onde luminose hanno il loro centro alla distanza di 24000 raggi terrestri (distanza della terra dal sole); perciò la porzione di ciascuna onda compresa nella superfice di un fascio cilindrico è sensibilmente piana. Il centro di ciascuna onda riflessa trovasi al di là della superfice riflettente, in un punto simmetrico a quello d'onde emana l'onda incidente, e perciò anche le onde riflesse comprese nel fascio cilindrico riflesso sono sensibilmente piane.

§ 37. **Immagini date dagli specchi piani.** — 1. Chiamansi *specchi* le superfici levigate di metallo o di vetro, che hanno la proprietà di riprodurre le forme più o meno precise degli oggetti collocati dinanzi, le quali forme diconsi *immagini.*

Si distinguono gli specchi dapprima in *piani* e *curvi*, secondochè la loro superfice riflettente è piana o curva.

Gli specchi curvi poi si distinguono in *concavi* e *convessi*, secondochè la superfice riflettente è dalla parte interna o esterna della curvatura; inoltre, secondo la natura di questa essi si distinguono in *sferici, cilindrici, parabolici, iperbolici* ecc.

2. Gli specchi di vetro sono costituiti da una lastra di vetro la cui superfice posteriore è coperta o da un amalgama di mercurio e stagno, come negli antichi specchi, o da uno strato di argento, come negli specchi moderni.

L'amalgama si fa aderire al vetro ponendo la lastra orizzontalmente su di una foglia di stagno bagnata di mercurio.

L'argentatura si ottiene ponendo sulla lastra ben pulita una soluzione di tartarato di argento nell'acqua distillata. Per promuovere la soluzione si aggiunge un poco di ammoniaca.

Così si ottiene, per es., l'argentatura interna dei globi di vetro che si tengono come ornamento nelle case e giardini.

3. Se la lastra di vetro non è ricoperta dall'amalgama degli specchi rimanda indietro colla sua prima superfice una parte minore del fascio incidente, mentre la maggiore l'attraversa e passa oltre, cosicchè il fascio viene diviso in due; uno riflesso, l'altro trasmesso. Così opera pure l'acqua ed in generale i mezzi trasparenti; una parte minore del fascio incidente viene riflessa dalla loro superfice, la parte maggiore li attraversa.

Ma se trovasi il metallo sulla seconda faccia della lastra di vetro, esso rimanda addietro la parte maggiore del fascio che vi è penetrata e costituisce la vera superfice riflettente.

Perciò, ricevendo su una parete la luce riflessa obliquamente da uno specchio di vetro, si veggono due distinte superfici illuminate; una più debolmente, dovuta alla riflessione sulla superfice del vetro; l'altra più intensamente, dovuta alla riflessione sulla superfice metallica.

Invece, uno specchio di metallo avendo una sola superfice riflettente presenta un solo fascio luminoso riflesso.

4. *Immagine di un punto luminoso. — L'immagine di un punto luminoso in uno specchio piano giace dietro lo specchio ad eguale distanza da questo, cioè in un punto simmetrico.*

5. *Dimostrazione geometrica.* — Il raggio luminoso L A (fig. 64) incidente sullo specchio S S′, si riflette secondo la direzione A D che fa colla normale A E l'angolo di riflessione D A E

eguale all'angolo d'incidenza L A E. Ora se si prolunga punteggiata (*) la direzione D A dietro lo specchio, essa va ad

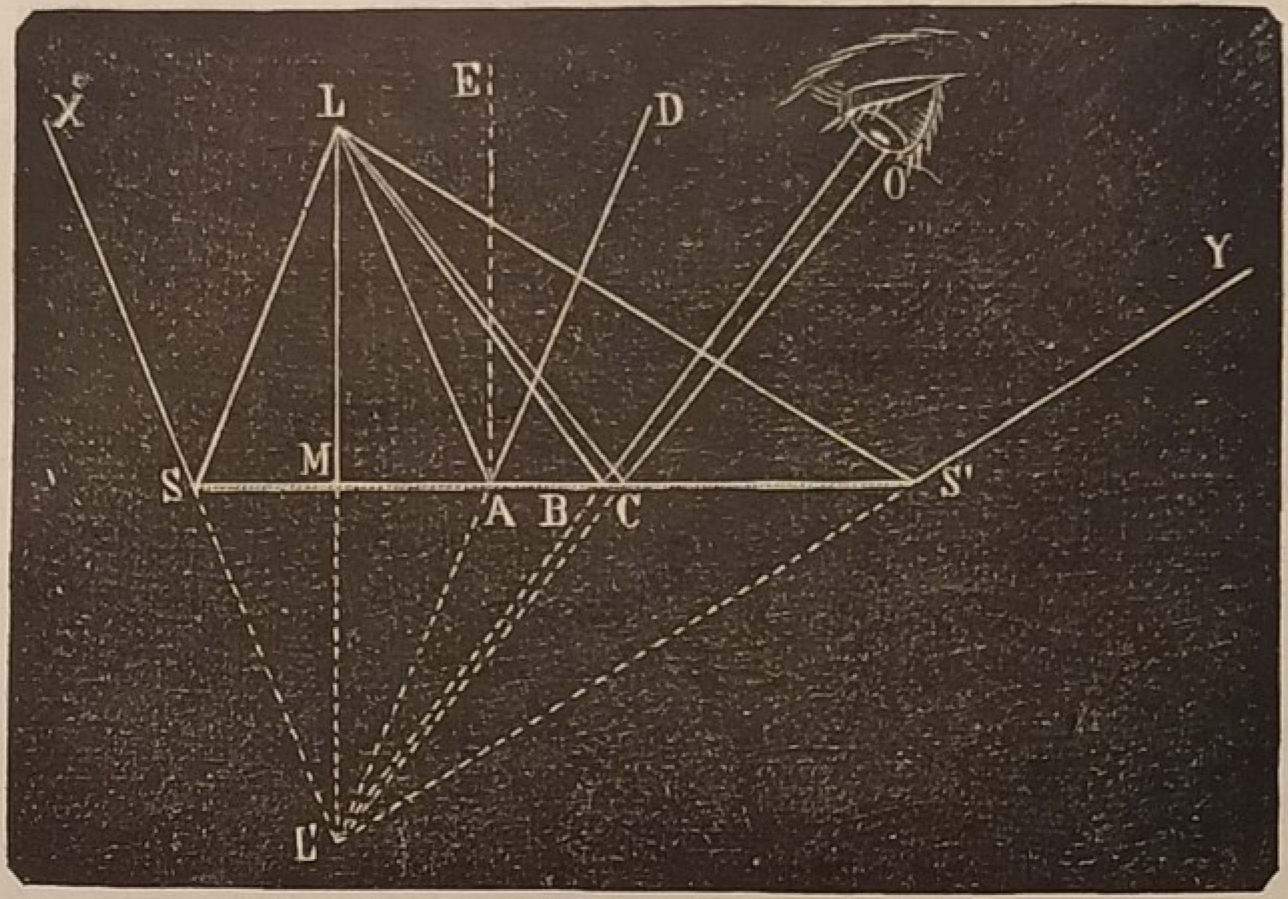


Fig. 64.

incontrare il prolungamento della perpendicolare L M in un punto L', che è simmetrico col punto L, perchè risultano due triangoli rettangoli L M A, L' M A, eguali, per avere il cateto comune M A compreso fra angoli eguali (gli angoli in M sono retti, e M A L = M A L' perchè ambidue eguali a D A S'), perciò L' M = L M.

Lo stesso vale per qualunque altro raggio L B, L C ecc. incidente sullo specchio da L.

6. Pertanto, se un occhio si trova sopra lo specchio nello spazio L' X Y limitato dalle rette condotte pel punto L' tangenzialmente al contorno del medesimo, entrerà in quello per la sua pupilla, un piccolo fascio conico, L B C O come se provenisse dal punto simmetrico L', e perciò esso vedrà ivi il punto luminoso L, il quale *non varierà di posizione comunque l'occhio si muova nel detto spazio.*

7. *Invece, movendo lo specchio l'immagine muta posto*. Se quello *si muove solo parallelamente a se stesso*, avvicinandosi o allontanandosi dal punto luminoso, la distanza dell'immagine dal punto luminoso varia del doppio, perchè di quanto cresce o diminuisce la distanza del punto luminoso dallo specchio, di altrettanto cresce o diminuisce quella dell'immagine dal medesimo.

(*) In generale nelle figure ottiche le linee continue rappresentano raggi luminosi reali, e quelle punteggiate rappresentano solo direzioni.

8. *Se poi lo specchio gira e il raggio incidente resta fisso, il raggio riflesso gira di un angolo doppio di quello dello specchio.*

Infatti sia α l'angolo di cui gira lo specchio; A l'angolo primitivo del raggio incidente colla normale allo specchio, e quindi 2A l'angolo formato dal raggio incidente col riflesso.

Dopo la rotazione dello specchio la normale avrà pure girato di un angolo α e perciò l'angolo del raggio incidente colla normale è divenuto $A + \alpha$, e quello del raggio incidente fisso colla nuova direzione del raggio riflesso è: $2(A + \alpha) = 2A + 2\alpha$, mentre prima era $2A$; dunque quell'angolo è cresciuto di 2α, cioè il raggio riflesso ha girato di 2α.

9. *Dimostrazione sperimentale.* — Applicando al foro circolare di una camera oscura una lente che fa convergere i raggi in un punto e facendo cadere su di uno specchio il fascio conico che parte da quello, si vede che esso si converte dopo la riflessione in un fascio conico che ha il suo vertice nel punto simmetrico col punto luminoso rispetto allo specchio, e muovendo questo parallelamente a se stesso od angolarmente, si possono verificare le enunciate proposizioni.

10. *Immagine di un oggetto.* — Se invece di un sol punto luminoso esiste avanti ad uno specchio piano un complesso di punti luminosi, cioè un oggetto, risulta un'immagine di questo, la quale ha i seguenti caratteri: 1° *è collocata dietro lo specchio e simmetrica coll'oggetto*; 2° *ha la stessa grandezza di questo;* 3° *è virtuale, cioè esiste solo apparentemente e non realmente nel luogo in cui si vede.*

11. *Dimostrazione geometrica.* — Sia A B (fig. 65) un oggetto, per es. una freccia, collocato avanti ad uno specchio piano. Poichè i raggi riflessi vengono da punti simmetrici ai punti luminosi rispetto allo specchio (n° 4), per costruire l'immagine si determina dapprima il punto simmetrico di A abbassando da questo una perpendicolare sulla superfice riflettente e prolungandola di eguale lunghezza. Quindi dal punto simmetrico *a* si tirano due rette alle estremità di un diametro della pupilla dell'occhio riguardante nello specchio. Le porzioni di tali rette sovrastanti allo specchio rappresentano il fascio conico riflesso che entra nell'occhio, e gli porta l'immagine del punto A. Per rappresentare il fascio conico incidente corrispondente a questo fascio conico riflesso pene-

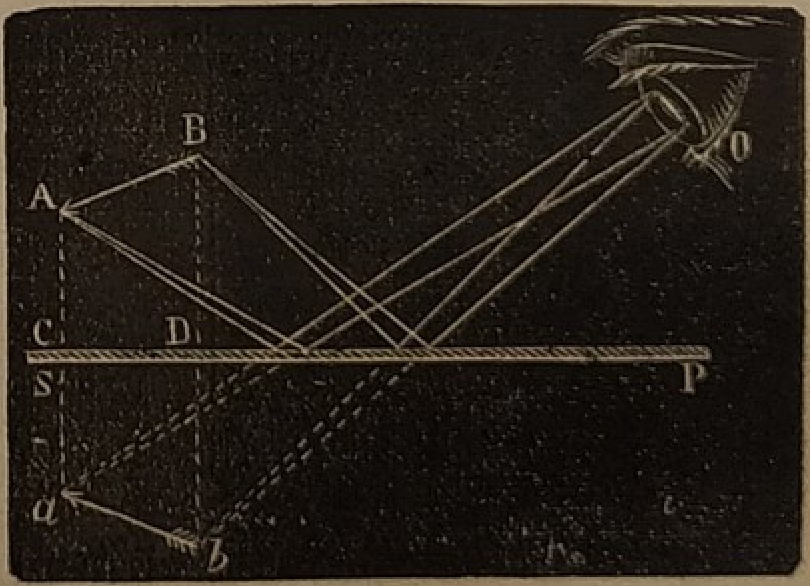


Fig. 65

trante nell'occhio, non si ha allora che da congiungere col punto luminoso A i punti d'intersezione dei raggi riflessi collo specchio.

Parimente, si ha l'immagine dell' estremo B dell' oggetto determinando il punto simmetrico *b*, poi tirando da questo le rette che limitano il fascio conico riflesso penetrante nell'occhio, ed infine tirando quelle che segnano il fascio incidente.

L'occhio riceve pertanto un fascio conico di raggi partiti da A come se venissero da *a*, vede perciò il punto A in *a*. Così pure vede il punto B in *b*, ed i punti intermedii tra A e B gli appaiono tra *a* e *b*. Risulta così in *a b* un'immagine simmetrica all' oggetto A B, perchè tutti i suoi punti sono simmetrici con quelli corrispondenti dell' oggetto.

Codesta immagine ha la stessa grandezza dell'oggetto, perchè se si rivolge di 180° il trapezio *a b* D C attorno alla D C, esso viene a combaciare perfettamente col trapezio A B D C.

Inoltre l'immagine *a b* è virtuale, perchè non è costituita da un reale, ma solo da un apparente incontro dei raggi luminosi, nel luogo in cui essa appare; perciò non si può ricevere su un diaframma, mentre, come vedremo, gli specchi sferici concavi possono dare immagini reali costituite da un reale incontro dei raggi luminosi riflessi, e le quali si possono accogliere su un diaframma collocato nel luogo in cui si formano.

12. *Le enunciate proposizioni si verificano sperimentalmente* osservando l'immagine di un oggetto qualunque in uno specchio piano.

13. Però l'*immagine non è perfettamente identica all'oggetto in posizione rispetto all'occhio*, perchè essa è invertita nel senso trasversale, cioè la parte che nell'oggetto si trova alla destra dell'osservatore, collocato di fronte a quello, è a sinistra nell'immagine, e viceversa. Per es., nella fig. precedente, se l'osservatore si mettesse tra la freccia e lo specchio, colla faccia rivolta a quella, vedrebbe la punta a sinistra e la barba a destra; invece nell' immagine vede a destra la punta e a sinistra la barba. Perciò i caratteri da stampa riescono inversi come lo sono nella composizione o come si vedrebbero per trasparenza guardando a tergo del foglio.

14. L'immagine di un oggetto in uno specchio è un fenomeno analogo ma non identico a quello dell'eco.

15. *Immagini multiple negli specchi piani di vetro. Mentre gli specchi metallici danno una sola immagine, quelli di vetro ne danno parecchie collocate l'una dietro l'altra; la 1ª meno intensa, la 2ª più di tutte, e le altre successivamente meno intense.*

16. *Dimostrazione sperimentale.* — Si osserva questo feno-

meno guardando assai obliquamente l'immagine di una fiamma in uno specchio piano di vetro.

Così pure, ricevendo assai obliquamente su di uno specchio piano di vetro, un fascio di raggi solari, in modo che i raggi riflessi arrivino sulla parete di una camera, si vede su quella una successione di immagini solari collocate l'una dietro l'altra, e sempre meno splendide.

17. *Il quale fatto si spiega* facilmente, osservando che, mentre gli specchi metallici hanno una sola superfice riflettente, quelli di vetro ne hanno due, cioè la superfice del vetro e la superfice metallica applicata sull'altra faccia. Pertanto, allorchè la luce che parte da un corpo luminoso, arriva sulla superfice del vetro, una piccola parte ne è riflessa e dà la prima immagine poco intensa, mentre la massima parte penetra nello specchio e arriva sulla superfice riflettente metallica, ove subisce una seconda riflessione assai più completa della prima, epperò dà la seconda immagine più intensa. Ma la luce riflessa dalla superfice metallica, quando si presenta sulla faccia interna del vetro per uscire nell' aria, non esce totalmente; una piccola parte si riflette sulla detta faccia interna del vetro e viene a riflettersi una seconda volta sulla faccia metallica; il che dà luogo ad una terza immagine più debole della seconda. E siccome questa luce due volte riflessa, non esce totalmente dalla lastra, ma si riflette di nuovo parzialmente sulla faccia interna di quella, così essa viene a riflettersi una terza volta sulla superfice metallica, il che dà una quarta immagine più sbiadita della terza, e così di seguito.

Siccome codeste immagini sono collocate l'una dietro l'altra sulla medesima perpendicolare allo specchio, perciò per vederle bisogna guardare l'immagine di un oggetto obliquamente e non perpendicolarmente allo specchio.

18. *Immagini multiple fra due specchi piani. — Quando un oggetto è collocato fra due specchi piani inclinati fra loro, si veggono più immagini disposte su una circonferenza, il cui numero cresce col diminuire dell'angolo, e diviene teoricamente infinito quando questo è nullo, cioè gli specchi sono paralleli.*

19. *Dimostrazione sperimentale.* — Collocando una fiamma fra due specchi piani ad angolo si veggono per riflessione:

3 immagini, quando l'angolo è di 90°,
5 » » 60°,
7 » » 45°,

e fra due specchi piani paralleli si vede un'infinità di immagini collocate l'una dietro l'altra, il che si osserva sovente nei caffè.

20. *Dimostrazione geometrica.* — Consideriamo dapprima il caso in cui l'angolo dei due specchi è di 90°, cioè retto, nel

quale si veggono tre immagini per riflessione, due dietro ciascuno specchio, e la 3ª verso l'angolo dei medesimi.

Supponiamo per semplicità un solo punto luminoso L (fig. 66) collocato dinanzi ai due specchi AD e CB inclinati fra loro di 90°, e un occhio collocato in O.

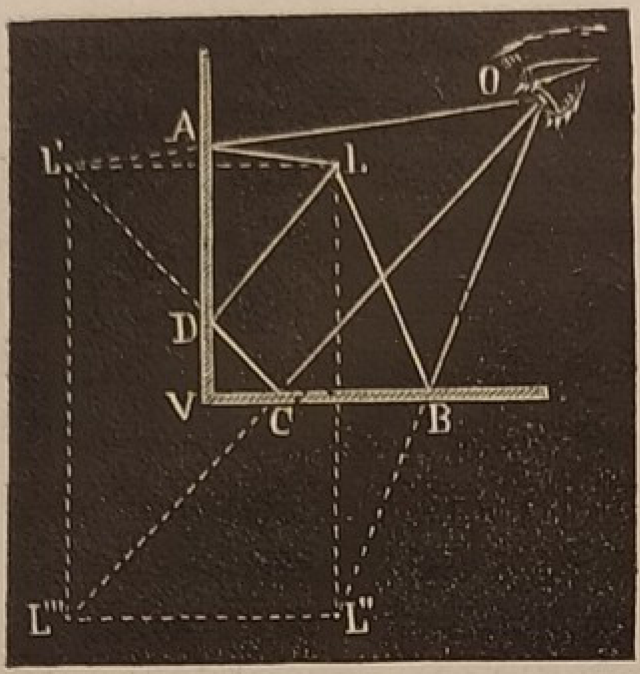


Fig. 66.

Se si determina il punto L' simmetrico di L rispetto allo specchio AD, indi si congiunge quel punto coll'occhio, ed in fine si tira la retta LA, questa rappresenta l'asse di un fascio luminoso incidente, che dopo la riflessione in A entra nell'occhio secondo AO e dà luogo ad una prima immagine in L'.

Analogamente si ottiene l'immagine L'', determinando codesto punto simmetrico ad L rispetto allo specchio CB, tirando L''BO e infine LB che rappresenta l'asse di un fascio incidente, il quale riflettendosi in B secondo BO, genera l'immagine L''.

Per ottenere la 3ª immagine si determina il punto L''' in modo che sia simmetrico di L' rispetto allo specchio CB, ovvero di L'' rispetto allo specchio AD. Quindi si tira L''' CO, L'DC, ed infine LD, che rappresenta l'asse di un fascio incidente, il quale riflettendosi una prima volta in D secondo DC, e poi una seconda volta in C secondo CO entra nell'occhio e gli porta la 3ª immagine L'''.

È questa la costruzione geometrica da farsi sul bigliardo per determinare il punto D in cui deve battere una palla perchè essa venga da L in O per riflessione sulle due sponde AD, CB.

21. Con una costruzione analoga si trovano 5 immagini per l'angolo di 60°, 7 per 45°, cioè il numero delle immagini va crescendo col diminuire dell' angolo. Quando questo è nullo, cioè quando gli specchi sono paralleli, il numero delle immagini diviene teoricamente infinito, perchè le onde luminose sono successivamente rimandate da uno specchio all' altro e da questo al primo. Si dice teoricamente, perchè in realtà il moto vibratorio che costituisce le onde luminose non si riflette totalmente sulla superfice di ciascuno specchio, ma solo parzialmente; una parte del moto si comunica alla sostanza dello specchio; epperciò le immagini, mentre vanno crescendo di distanza, vanno diminuendo di intensità, e quindi finiscono per non essere più sensibili.

Il fenomeno è analogo a quello dell'eco multipla che si ha tra due superfici riflettenti parallele.

22. In generale rappresentando con α l'angolo degli specchi, il numero n delle immagini è dato dalla formola

$$n = \frac{360}{\alpha} - 1.$$

Così se $\alpha = 90$ si ha $n = \frac{360}{90} - 1 = 4 - 1 = 3$

» $\alpha = 60$ » $n = \frac{360}{60} - 1 = 6 - 1 = 5$

» $\alpha = 45$ » $n = \frac{360}{45} - 1 = 8 - 1 = 7$

; ; ; ;

» $\alpha = 0$ » $n = \frac{360}{0} - 1 = \infty - 1 = \infty.$

Se poi si considera ancora l'immagine che l'occhio percepisce direttamente stando avanti all'oggetto, il numero n delle immagini è semplicemente espresso dalla formola

$$n = \frac{360}{\alpha}.$$

23. Di più, queste immagini, assieme col punto luminoso, sono disposte su una circonferenza il cui centro è nel vertice dell'angolo degli specchi, e il cui raggio è uguale alla distanza fra quel vertice e il punto luminoso L, perchè, per es., i 4 punti, L, L', L'', L''' (fig. 66), sono equidistanti del detto vertice.

Lo stesso avviene quando il numero delle immagini è maggiore. E quando gli specchi sono paralleli, il raggio della circonferenza è infinito, ossia essa diviene una linea retta.

24. *Un'applicazione degli specchi ad angolo è il caleidoscopio*, che è un tubo di metallo o cartone contenente due lastre di vetro parallele al suo asse, inclinate fra loro di 60°, o 45°, chiuso ad un'estremità da una lastra di metallo o cartone con un foro centrale, cui si applica l'occhio, mentre all' altra è chiuso da due dischi di vetro, uno interno trasparente e vicino agli specchi e l'altro esterno smerigliato, tra i quali due dischi che col tubo formano una specie di scatola, si pongono pezzetti colorati di vetro, carta, stoffa, barbe di penna ecc. Guardando nel tubo si veggono per riflessione sugli specchi, simmetrici e stellati gruppi degli oggetti collocati fra i due dischi di vetro, e facendo girare il tubo si veggono sempre nuovi gruppi, perchè varia sempre la posizione rispettiva degli

oggetti. Questo apparecchio può servire per comporre i disegni delle tappezzerie e delle stoffe.

25. *Usi degli specchi piani.* — Oltre all'uso comune, gli specchi piani tornano utili in molti apparecchi scientifici. Abbiamo veduto nell'acustica (§ 19) un'applicazione degli specchi rotanti per osservare le oscillazioni delle fiamme manometriche. Essi servono pure a misurare la durata di fenomeni luminosi fugacissimi, come la durata della scintilla elettrica (vol. II, § 30, n. 5).

Ma l'applicazione più frequente consiste nel rendere visibili e misurabili spostamenti piccolissimi di un oggetto. Perciò si munisce questo di uno specchio (come nel galvanometro di Thomson, vol. II, pag. 272) su cui si fa cadere un piccolo fascio luminoso fisso, mentre il raggio riflesso si muove su di una graduazione che misura la deviazione; dividendo questa per due (n. 8) si ha la deviazione dell'oggetto cui è applicato lo specchio.

26. Il *portaluce*, che serve a mandare i raggi solari in una direzione determinata, consta di uno specchio piano girevole a mano intorno a due assi fra loro perpendicolari.

Se poi si vuole mantenere fissa la direzione del fascio riflesso, malgrado lo spostamento del sole, si fa muovere opportunamente lo specchio mediante un movimento d'orologeria e si ha così l'apparecchio detto *eliostato*.

27. Sulla riflessione della luce sulle facce piane dei cristalli è pure fondato il *goniometro*, mediante il quale si misurano gli angoli di quelle facce.

28. Si usa uno specchietto piano per osservare l'altezza barometrica, e in ogni altro caso in cui, facendo una lettura, si può commettere un *errore di parallasse*, il quale nasce dal riferire un dato punto obliquamente su una graduazione. Infatti, se si guarda in modo che il punto osservato copra la propria immagine in uno specchio parallelo alla scala, si è sicuri che la linea di mira è perpendicolare alla graduazione.

29. Dalla posizione simmetrica dell'immagine rispetto all'oggetto, consegue che uno specchio piano divide per metà l'angolo formato da un piano passante per l'oggetto con un piano passante simmetricamente per l'immagine.

Per es. nella fig. 65 (pag. 145) lo specchio SP biseca l'angolo formato dalla direzione BA dell'oggetto colla direzione *ba* dell'immagine.

Perciò, in uno specchio inclinato di 45° un oggetto orizzontale appare verticale, ed inversamente. Il quale fatto riceve anche applicazioni.

§ 38. Fochi degli specchi sferici concavi. — 1. Gli specchi sferici, come si è già detto (§ 37, n° 1) possono essere concavi o convessi. Quelli concavi sono ordinariamente formati da un segmento sferico di vetro, che ha la faccia anteriore piana e quella posteriore sferica coperta dall'amalgama, ovvero argentata, e costituisce la superfice riflettente sferica che solo si considera nello studio di tali specchi. Quelli convessi più comuni consistono in globi cavi di vetro argentato internamente, che si tengono per ornamento nelle case e nei giardini. Si usano pure piccoli specchi convessi nei pettini per la barba.

2. In uno specchio sferico (fig. 67) si distingue:

1° Il *centro di curvatura* o geometrico, che è il centro (C) della superfice sferica dello specchio.

2° Il *raggio di curvatura*, cioè il raggio (CO) della superfice sferica.

3° Il *centro di figura* o *centro ottico*, cioè il vertice (O) della calotta sferica costituente lo specchio.

4° L'*asse ottico* o *asse principale*, che è la retta indefinita (ECO) passante pel centro di curvatura (C) e pel centro di figura (O).

5° Gli *assi secondarii*, costituiti da qualunque retta (come CA, CB, CD, prolungata indefinitamente) passante pel centro di curvatura (C) ma non pel centro di figura (O).

6° L'*apertura dello specchio*, cioè l'angolo (DCD′) fatto da due raggi di curvatura condotti agli estremi di un diametro dello specchio.

7° La *sezione principale* o *meridiana* che è la sezione fatta nello specchio da un piano passante per l'asse principale.

8° Infine la *base dello specchio* è il cerchio che ha per diametro la corda dell'arco (DD′) che misura l'apertura dello specchio.

3. Le leggi della riflessione (esposte nel § 36) si applicano agli specchi sferici rammentando che la normale ad una superfice curva in un punto qualunque (A) è la perpendicolare al piano tangente alla detta superfice condotto per quel punto, la quale perpendicolare, nel caso della superfice sferica, passa pel centro (C) di questo, ossia è un raggio (CA) di curvatura.

4. *Foco principale.* — Dicesi *foco principale, il punto* (F) *in cui concorrono i raggi luminosi paralleli all'asse principale. Esso è collocato sulla metà del raggio di curvatura* (CO).

5. *Dimostrazione geometrica.* — Sieno HB, GA, ecc. (fig. 67) raggi luminosi paralleli fra loro, ed all'asse principale EO dello specchio, il quale rappresenta esso pure un raggio luminoso, passante pel centro di curvatura C e pel centro di figura O. Codesti raggi si possono considerare come provenienti da un

punto raggiante collocato a distanza infinita, o almeno grandissima, come sono i raggi che partono da un medesimo punto del sole.

Dapprima, il raggio che si trova sull'asse principale EO cadendo perpendicolarmente sullo specchio, ritorna indietro nella direzione stessa. Per avere poi la direzione del raggio HB dopo la riflessione, basta condurre pel punto di incidenza B, la normale, cioè il raggio di curvatura CB, il quale determina l'angolo d'incidenza HBC, e poi tirare dall'altra parte della normale una retta BF che faccia con CB un angolo CBF = CBH; BF sarà la direzione del raggio riflesso.

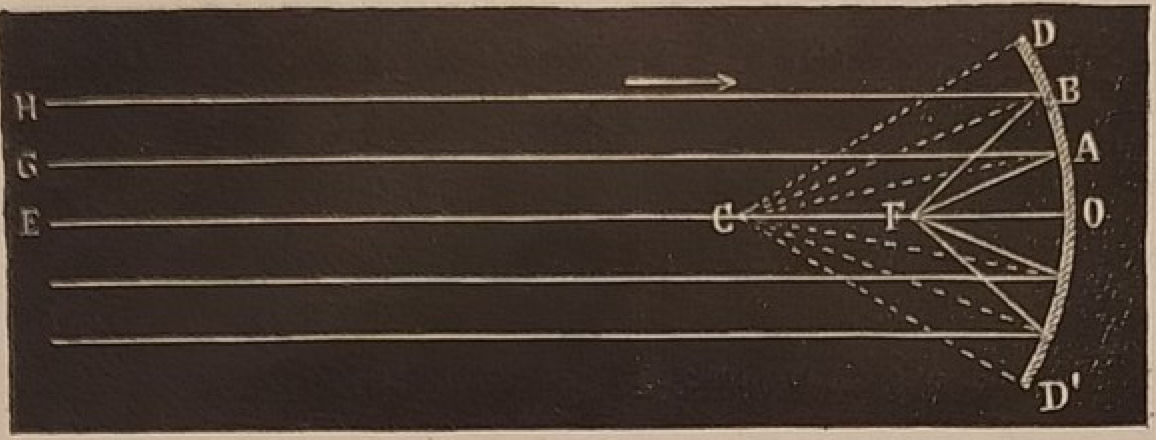


Fig. 67.

Ora il triangolo CFB è isoscele, perchè gli angoli FCB, FBC sono eguali fra loro essendo ambidue eguali all'angolo CBH, il primo come alterno interno, il secondo per la legge di riflessione. Ma se B è vicino ad O, FB è pochissimo differente da FO, e perciò CF = FB differisce anch'esso pochissimo da FO; ossia il punto F in cui il raggio riflesso incontra l'asse principale, si trova tanto più vicino alla metà del raggio di curvatura CO, quanto più il punto d'incidenza B è vicino al centro O dello specchio.

Concorrono esattamente nello stesso punto i raggi luminosi che cadono sullo specchio tutto intorno al centro O ad eguale distanza. Quelli che cadono a distanza minore, convergono in punti più vicini alla metà di CO, per la ragione ora detta, e quelli che cadono più lontani, concorrono in punti più vicini allo specchio, come vedremo meglio in seguito. Ma se lo specchio ha piccola apertura, di 10 a 12°, i detti punti, in cui concorrono i raggi riflessi, coincidono sensibilmente col punto medio F del raggio di curvatura CO. Ivi si ha perciò una concentrazione di luce e di calore, d'onde il suo nome di *foco*, che si dice *principale* per distinguerlo da altri fochi che diconsi *coniugati e virtuali*, come vedremo in seguito.

I raggi che sono abbastanza vicini all'asse principale di uno specchio sferico concavo, per concorrere, dopo la riflessione, sensibilmente sulla metà del raggio di curvatura, si dicono *centrali*.

6. *Dimostrazione sperimentale.* — Se in oscura stanza si fa cadere su di uno specchio sferico concavo un fascio cilindrico di raggi solari paralleli all'asse ottico, si vede, col mezzo del

polviscolo atmosferico, che i raggi solari riflessi convergono verso un medesimo punto F, che è il foco principale.

7. *Specchi ustorii.* — Se poi si dirige lo specchio verso il sole, cosicchè i suoi raggi cadano sull' intera superfice di quello, e mediante un sostegno si fissa stabilmente nel foco un corpo combustibile, p. es. un fuscello di canapa, lo si vede accendersi.

Dicesi che Archimede abbia utilizzato tale proprietà degli specchi concavi (perciò detti anche *ustorii*) per incendiare col calore del sole le navi dei Romani all' assedio di Siracusa; tuttavia Buffon, Tschirnhausen e altri, nel secolo scorso, tentarono inutilmente, con giganteschi specchi, di produrre un effetto simile alla distanza di alcune centinaia di piedi. Buffon riuscì bensì ad accendere una tavola di legno incatramato, alla distanza di 68 metri, facendo riflettere sulla medesima i raggi di un cocente sole estivo da 128 specchi piani cui si poteva dare l'opportuna inclinazione.

Con uno specchio di ottone di 1 m. di diametro e un raggio di curvatura di 2 m. si ottiene nel foco un calore così intenso da fondere in pochi minuti la silice, il rame, l'argento.

Gli Accademici di Firenze, nel 1694, bruciarono un diamante collocandolo nel foco di uno specchio sferico concavo; d'onde nacque la congettura, confermata dipoi, essere il diamante carbonio cristallizzato.

8. La distanza del foco principale dallo specchio dicesi *distanza focale principale*. Essa, come si è dimostrato, è eguale alla metà del raggio di curvatura. Perciò si ottiene il raggio di curvatura di uno specchio sferico, misurando la sua distanza focale principale e raddoppiandola.

9. *Inversamente*, se un punto luminoso trovasi nel foco principale, i raggi incidenti sullo specchio, dopo la riflessione divengono paralleli all' asse principale, e danno un foco a distanza infinita, perchè gli angoli di riflessione divengono angoli di incidenza, ed inversamente.

10. *Foco coniugato. È il punto in cui concorrono dopo la riflessione i raggi partiti da un punto* (L, fig. 68) *compreso fra la distanza infinita e il centro* (C) *di curvatura. Esso è collocato fra il centro* (C) *e il foco principale* (F), *ed è tanto più vicino a questo quanto più lontano è il punto luminoso.*

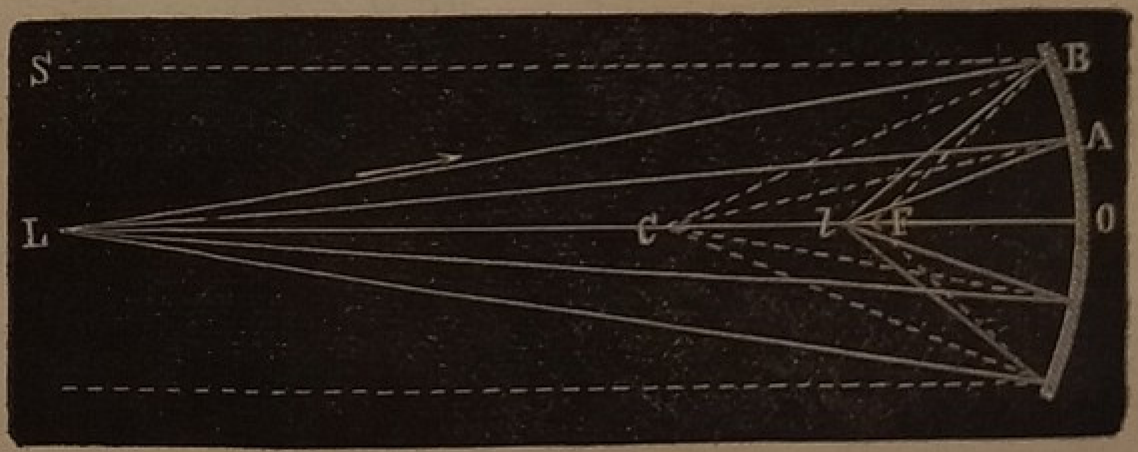


Fig. 68.

11. *Dimostrazione geometrica.* — In questo caso un raggio

luminoso qualunque LB fa colla normale CB un angolo d'incidenza LBC minore dell'angolo SBC che farebbe il raggio SB parallelo all'asse principale; perciò il raggio riflesso B*l* deve pure fare colla normale CB un angolo di riflessione CB*l* minore di quello CBF che farebbe il raggio parallelo all'asse, ed incontrare perciò questo in un punto *l* collocato fra il centro C ed il foco principale F.

Se l'apertura dello specchio è piccola, tutti i raggi partiti da L, dopo la riflessione concorrono sensibilmente nello stesso punto *l*, che si dice *foco coniugato*, conciosiachè, se il punto luminoso viene al posto *l* di tale foco, questo va al posto L del punto luminoso, perchè allora l'angolo *l*BC che prima era di riflessione diviene angolo d'incidenza, e inversamente l'angolo CBL che prima era d'incidenza diviene angolo di riflessione.

Di più, se il punto luminoso L si allontana dal centro di curvatura C, l'angolo d'incidenza LBC aumenta, perciò aumenta pure l'angolo di riflessione CB*l*, ed il foco coniugato si allontana dal centro C per avvicinarsi al foco principale F e cadere in questo quando il punto luminoso sia a distanza infinita.

Inversamente, se il punto luminoso L si avvicina al centro di curvatura C l'angolo d'incidenza diminuisce, perciò deve pure diminuire l'angolo di riflessione, e quindi, il foco coniugato *l* avvicinarsi al centro di curvatura C, finchè, quando il punto luminoso si trova in questo punto, il suo foco coniugato coincide col medesimo, perchè allora gli angoli d'incidenza e di riflessione sono nulli, cioè i raggi incidenti e riflessi sono perpendicolari allo specchio.

Infine, se il punto luminoso oltrepassa il centro C di curvatura e viene, per es., in *l*, il suo foco si porta in L, come è già stato esposto, finchè, quando il punto luminoso viene nel foco principale F, il suo foco coniugato va a distanza infinita, perchè allora i raggi riflessi divengono paralleli all'asse principale.

Quindi si vede che il foco principale si può considerare come il foco coniugato di un punto luminoso a distanza infinita, perchè anch'essi sono reciproci nella posizione.

12. *Dimostrazione sperimentale.* — Per realizzare sperimentalmente questi diversi casi, si può applicare all'apertura circolare di una camera oscura una lente convergente in modo che produca un fascio conico di raggi solari avente il vertice in un punto L (fig. 68) dell'asse principale di uno specchio sferico concavo, su cui si accolgono i raggi luminosi partiti da quel punto L. Se si colloca dapprima lo specchio ad una distanza dal punto luminoso L maggiore del suo raggio di curvatura, si vede, mediante la polvere, il fascio conico incidente

convertirsi dopo la riflessione in un altro fascio conico avente il vertice l in un punto compreso fra il foco principale F ed il centro geometrico C, dello specchio, ad una distanza Ol da questo, maggiore della distanza focale principale OF. Questa distanza del vertice del cono luminoso riflesso cresce, se lo specchio si avvicina al punto luminoso, diminuisce invece, se lo specchio si allontana.

Se poi lo specchio viene collocato a distanza dal punto luminoso eguale alla lunghezza del suo raggio CO di curvatura, allora il foco dei raggi riflessi si trova a questa stessa distanza dallo specchio, cioè il punto luminoso e il suo foco coincidono, se si trovano ambidue sull'asse principale.

E se si avvicina ancora di più lo specchio al punto luminoso, in modo che questo venga a trovarsi in un punto l compreso tra il centro di curvatura ed il foco principale, allora si vede il foco dei raggi riflessi passare al di là del centro di curvatura, nel punto L ove prima trovavasi il punto luminoso.

Infine, quando il punto luminoso viene ad essere esattamente nel foco principale, il foco coniugato formasi a distanza infinita, cioè i raggi dopo la riflessione divengono paralleli all'asse principale.

13. Adunque, i raggi che cadono su di uno specchio sferico concavo dal suo foco principale, vengono sensibilmente riflessi in direzione parallela all'asse; epperò in tal caso l'intensità della luce riflessa non prova più diminuzione per l'aumento della distanza, ma solo per l'assorbimento dei raggi da parte dell'atmosfera. Sul quale fatto è fondato l'impiego degli specchi concavi per mandare la luce in lontananza, come si fa per le lanterne e fanali.

14. *Foco virtuale. — Quando i raggi luminosi partono da un punto* (L, fig. 69) *compreso fra il foco principale* (F) *e lo specchio dopo la riflessione risultano divergenti, come se provenissero da un punto* (l) *collocato dietro lo specchio, nel quale si incontrano i loro prolungamenti, e che si dice foco virtuale.*

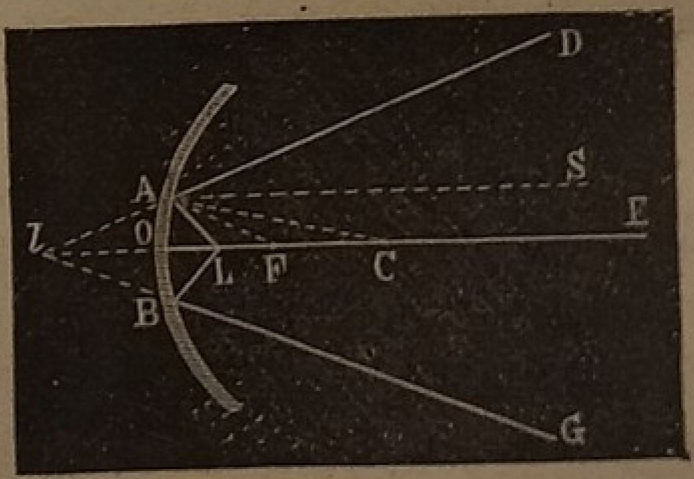


Fig. 69.

15. *Dimostrazione geometrica.* — Sia L un punto luminoso collocato tra il foco principale e lo specchio. Un raggio incidente qualunque LA, fa colla normale CA un angolo LAC maggiore dell'angolo FAC del raggio che parte dal foco principale. Ma questo raggio dopo la riflessione prenderebbe la

direzione AS parallela all'asse OE, perciò il raggio LA dopo la riflessione deve prendere la direzione AD divergente rispetto all'asse. E siccome altrettanto avviene per tutti gli altri raggi che dal punto luminoso L arrivano sullo specchio, ne risulta che essi, dopo la riflessione, più non si incontrano, e non formano perciò alcun foco reale. Ma prolungati dietro lo specchio si incontrano sensibilmente in un medesimo punto *l* situato sull'asse principale. Perciò l'occhio li riceve come se il punto luminoso fosse in *l*, cioè vede ivi un'immagine del punto luminoso L, come avviene negli specchi piani. Il punto *l* è pertanto il *foco virtuale* corrispondente al punto luminoso L.

Facilmente poi si scorge che, se il punto raggiante L si avvicina allo specchio, il foco virtuale *l* si avvicina pure, fino a venir a coincidere col punto luminoso, quando questo trovasi nel centro di figura O; e che inversamente, se L si allontana dallo specchio, anche il foco *l* se ne allontana, fino alla distanza infinita, quando L giunge nel foco principale F.

16. *Dimostrazione sperimentale.* Se nella precedente esperienza si fa in modo che il punto luminoso sia collocato tra il foco principale e lo specchio, si veggono i raggi dopo la riflessione divergere fra loro e non più incontrarsi dinnanzi a quello. Però, i loro prolungamenti si incontrano dietro lo specchio nel punto che chiamasi *foco virtuale*, e l'occhio riceve i raggi riflessi come se venissero da tale foco.

17. *Fochi sugli assi secondarii. Se il punto luminoso* L, (fig. 70) *trovasi fuori dell'asse principale, da una parte di questo, il suo foco coniugato* (*l*) *si forma pure al di fuori di tale asse, dalla parte opposta del medesimo, e precisamente sull'asse secondario* (LCO) *che passa pel punto luminoso.*

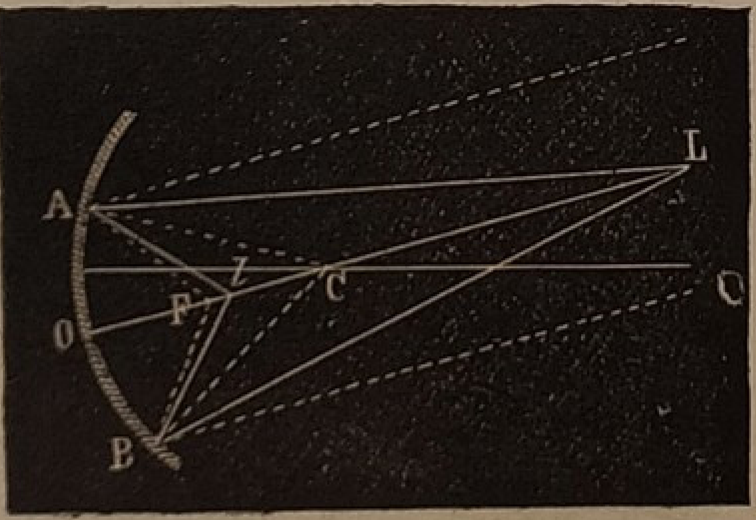


Fig. 70.

18. *Dimostrazione geometrica.* — Sia L un punto luminoso, collocato fuori dell'asse principale; per determinarne il foco, basta condurre l'asse secondario LCO, che rappresenta un raggio luminoso, il quale, passando pel centro di curvatura, cade sullo specchio normalmente e quindi ritorna indietro nella stessa direzione, e poi, fare su quest'asse le stesse costruzioni geometriche fatte sull'asse principale. Così risulta che, secondo la distanza del punto luminoso dallo specchio, il suo foco si forma sul rispettivo asse secondario LO, sulla metà del raggio di curvatura, o fra questo punto e la distanza infinita, ovvero dietro lo specchio come pei fochi che si formano sull'asse

principale, perchè ciò che avviene attorno a quest'asse, avviene pure attorno ad un asse secondario LCO, per i punti dello specchio simmetricamente situati rispetto al medesimo, perchè lo si può considerare come asse principale di quella porzione AB dello specchio che ha per centro di figura il punto O in cui esso è incontrato dall'asse secondario.

19. Il che si può anche *dimostrare sperimentalmente* collocando un punto luminoso fuori dell'asse principale.

20. E siccome le costruzioni precedenti valgono anche per il piccolo fascio di raggi luminosi che partiti da uno stesso punto, entrano nell'occhio per la pupilla, consegue che questo vede ciascun punto luminoso nel suo foco principale, coniugato o virtuale, secondo la distanza del medesimo dallo specchio.

21. *Formola degli specchi sferici concavi.* — Le diverse relazioni di posizione tra un punto luminoso e il suo foco che ne è l'immagine, in uno specchio sferico, si possono esprimere con una formola semplicissima.

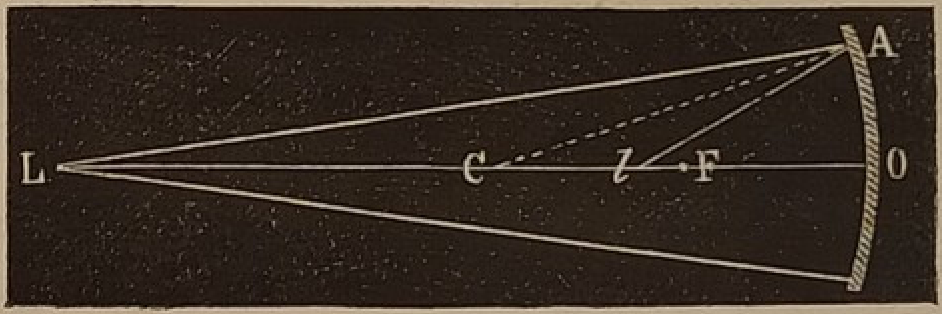


Fig. 71.

Nel caso di uno specchio concavo (fig. 71), dalla geometria si ha che la bisettrice CA dell'angolo LAl, formato dal raggio incidente LA col riflesso lA, divide il lato opposo Ll in parti CL, Cl, proporzionali ai lati adiacenti LA, lA, cioè:

$$LA : lA = LC : lC.$$

Ora siccome il punto A si suppone assai vicino ad O, LA si può considerare come eguale ad LO, e $lA = lO$ (*). Quindi si può anche scrivere

$$LO : lO = LC : lC;$$

ma $$LC = LO - CO; \quad lC = CO - lO,$$

quindi sostituendo risulta:

$$LO : lO = LO - CO : CO - lO.$$

E ponendo per brevità:

LO (distanza del punto luminoso dallo specchio) $= d$,

(*) Propriamente, solo i raggi di curvatura CA, CO sono fra loro esattamente eguali.

$l\,O$ (distanza dell'immagine dallo specchio) . . $= d'$,

$C\,O$ (raggio di curvatura dello specchio) . . . $= r$,

risulta: $$d : d' = d - r : r - d',$$

dalla quale si ricava:

$$d\,(r - d') = d'\,(d - r),$$

ovvero: $$d\,r - d\,d' = d\,d' - d'\,r,$$

come pure $$d\,r + d'\,r = 2\,dd',$$

ed infine, dividendo ambi i membri per $dd'\,r$, risulta:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{2}{r} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

che è la forma sotto la quale si considera ordinariamente la formola degli specchi sferici, perchè, per la sua simmetria, è assai facile a ritenere. Essa esprime che *la somma dei valori reciproci delle distanze del punto raggiante e della sua immagine è eguale al doppio del valore reciproco del raggio.*

22. Se si indica con f la distanza focale principale, cioè si pone $f = r/2$, ovvero $r = 2f$, sostituendo questo valore nella formola (1) essa diviene

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

formola identica ad un'altra che si usa nella teoria delle lenti.

23. Risolvendo l'equazione (1), ovvero la sua precedente $d\,r + d'\,r = 2dd'$ rispetto a d' si ottiene:

$$d' = \frac{d\,r}{2d - r} = \frac{r}{2 - \frac{r}{d}} \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

che è la forma più conveniente per analizzare i diversi valori che assume la distanza d' dell' immagine col variare della distanza d del punto raggiante.

24. *Discussione della formola.* — 1° *Se il punto raggiante è a distanza infinita*, si ha $d = \infty$, e quindi $r : d = 0$, e perciò $d' = r : 2$, cioè *l'immagine cade nel foco principale, sulla metà del raggio di curvatura.*

2° *Se il punto raggiante si trova fra la distanza infinita e il centro di curvatura, l'immagine è compresa fra questo centro e il foco principale*, perchè, essendo $d > r$, $r : d$ è una frazione propria, e quindi si ha

$$\frac{r}{2 - \frac{r}{d}} > \frac{r}{2},\ < r\,.$$

3° Se *il punto raggiante è nel centro di curvatura, ivi è pure a sua immagine*, perchè se $d = r$, si ha $d' = r:1 = r$.

4° *Se il punto raggiante è tra il centro di curvatura e il foco principale, la sua immagine è tra il centro di curvatura e la distanza infinita*, perchè in tale caso essendo $d < r$, si ha $r:d > 1$ e quindi nella formola (3) il denominatore diviene < 1, ossia $d' > r$.

5° *Se il punto raggiante viene nel foco principale, la sua immagine va a distanza infinita.* Infatti, allora $d = r:2$, e quindi

$$d' = \frac{r}{2-2} = \frac{r}{0} = \infty.$$

6° Infine *se il punto raggiante viene tra il foco principale e lo specchio, l'immagine si forma dietro questo, cioè diviene virtuale*, perchè se $d < r/2$, r/d diviene > 2, e quindi il denominatore della (3) diviene negativo, e così pure d'. Il che significa che la distanza dell'immagine si deve contare in senso contrario a quella del punto luminoso, cioè dall'altra parte dello specchio.

Di più, questo valore negativo è tanto maggiore quanto più d è prossimo a $r/2$ cioè quanto più l'oggetto è vicino al foco principale, perchè tanto più la frazione $r:d$ è prossima a 2, e quindi il denominatore della (3) diviene prossimo a 0.

§ 39. Fochi degli specchi sferici convessi. — 1. *Foco virtuale principale. Gli specchi sferici convessi rendono sempre divergenti fra loro, dopo la riflessione, i raggi luminosi partiti da uno stesso punto, e quindi non danno che fochi virtuali.*

Il foco virtuale principale, cioè il foco dei raggi che partono da un punto a distanza infinita, è dietro lo specchio sulla metà del raggio di curvatura.

2. *Dimostrazione geometrica.* — Sia A B (fig. 72) un raggio incidente parallelo all' asse principale S O di uno specchio

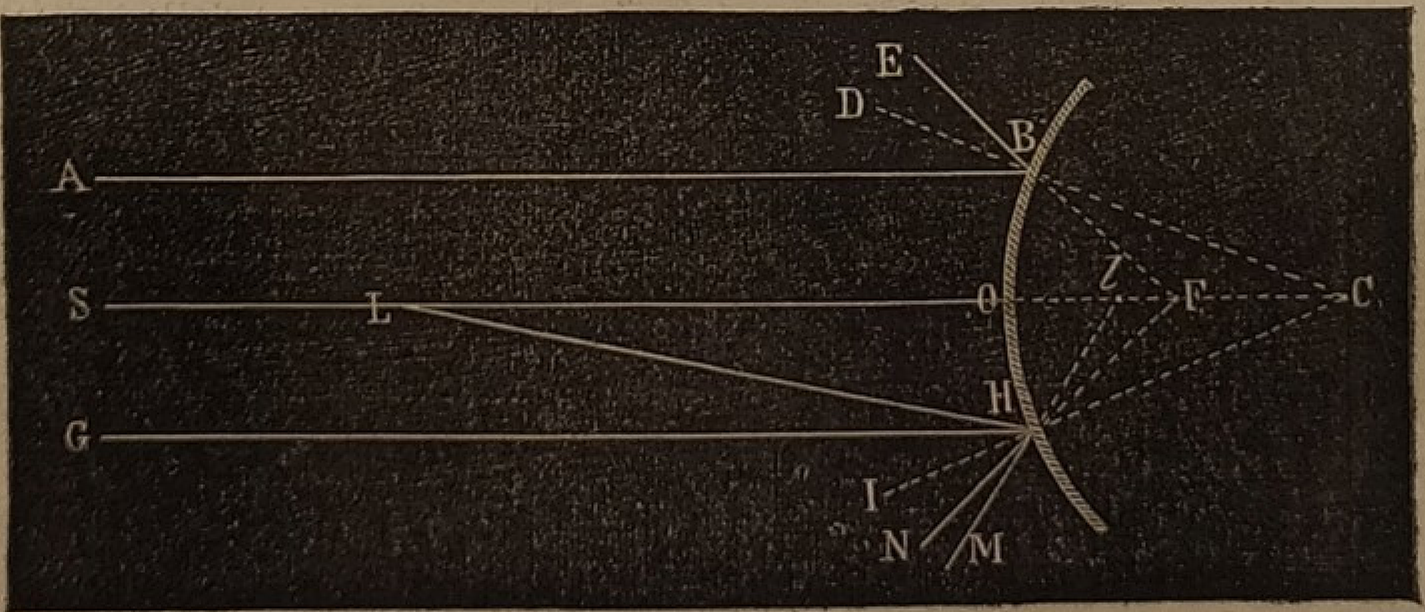


Fig. 72.

sferico convesso. Per avere la direzione del raggio riflesso, si conduce la normale C B D che determina l'angolo d'incidenza

A B D, quindi si costruisce dall'altra parte della medesima un'angolo DBE = ABD; e così si ottiene la direzione EB del raggio riflesso. Ora se si prolunga questo raggio dietro lo specchio, esso viene ad incontrare il prolungamento dell'asse principale in un punto F, tanto più prossimo alla metà del raggio di curvatura CO, quanto più il raggio incidente AB è vicino all'asse principale; il che si dimostra come per gli specchi sferici concavi (§ 38, n° 5).

Similmente avviene pel raggio simmetrico GH, e per tutti gli altri poco distanti dall'asse principale.

Quindi si vede come un fascio di raggi paralleli, cioè partiti da un punto a distanza infinita dallo specchio, dopo la riflessione si converte in un fascio conico divergente che ha il suo vertice sulla metà F del raggio di curvatura.

3. *Dimostrazione sperimentale.* — Se in una camera oscura, si fa arrivare su di uno specchio convesso, un fascio di raggi solari paralleli all'asse principale, si vede che dopo la riflessione essi formano un fascio conico divergente, il quale ha il suo vertice sulla metà del raggio di curvatura dello specchio.

4. *Foco coniugato virtuale. — Quando i raggi luminosi partono da un punto* L (fig. 72) *a distanza finita da uno specchio sferico convesso, cosicchè arrivino su questo divergenti, risulta un foco coniugato virtuale, il quale è tanto più vicino allo specchio, quanto più vicino a questo è il punto luminoso.*

5. *Dimostrazione geometrica.* — Il raggio luminoso L H fa colla normale C H I un angolo d'incidenza L H I maggiore di quello che fa colla stessa normale il raggio parallelo G H, perciò dovrà fare un angolo di riflessione I H M maggiore di quello del raggio parallelo; ma questo prolungato va ad incontrare l'asse principale nel foco F, dunque il raggio divergente prolungato deve incontrare l'asse principale in un punto *l* collocato tra il foco F e lo specchio, e tanto più prossimo a questo, quanto più il punto luminoso è vicino allo specchio, perchè cresce l'angolo di incidenza e quindi anche quello di riflessione. Lo stesso avviene per tutti i raggi che partono da L finchè l'apertura dello specchio è piccola.

6. *Dimostrazione sperimentale.* — Se al foro circolare di una camera oscura si applica una lente convergente che dà nel suo foco un punto luminoso, dal quale parte un fascio di raggi divergenti, facendo cadere questi su di uno specchio convesso vicino, si vede, mediante la polvere, che esso si converte in un fascio conico tanto più divergente quanto più il punto luminoso è vicino allo specchio.

7. *Formola degli specchi sferici convessi.* Per gli specchi convessi basta cangiare il segno di r nella formola (1) degli spec-

chi sferici concavi, perchè il raggio di curvatura si trova dalla parte opposta a quella del punto luminoso, e così si ha:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = -\frac{2}{r},$$

ovvero:
$$d'r + dr = -2dd',$$

come pure:
$$d'(r + 2d) = -dr$$

e quindi:
$$d' = -\frac{dr}{r + 2d} = -\frac{r}{2 + \frac{r}{d}},$$

la quale ci dimostra che d' è sempre negativo (perchè d è sempre positivo e il segno di r è già compreso) e che il suo valore può solo variare fra $d' = o$ che corrisponde al caso in cui $d = o$, perchè allora si ha:

$$d' = -\frac{r}{2 + \frac{r}{o}} = -\frac{r}{2 + \infty} = -o$$

e $d' = -r/2$ che corrisponde al caso in cui $d = \infty$, cioè i raggi sono paralleli all'asse principale.

Quindi anche negli specchi convessi il foco virtuale principale è sulla metà del raggio di curvatura.

§ 40. Immagini degli oggetti negli specchi concavi. — 1. Dalla riunione dei fochi o delle immagini dei diversi punti luminosi di un oggetto risulta l'immagine di questo, la quale negli specchi concavi può essere reale o virtuale, secondochè sono reali o virtuali i detti fochi.

2. *Immagini reali. — Le immagini reali date dagli specchi sferici concavi hanno i seguenti caratteri:* 1° *sono rovesciate;* 2° *possono essere più piccole, eguali o più grandi dell'oggetto secondochè la distanza di questo dallo specchio, è maggiore, eguale o minore del raggio di curvatura.*

3. *Dimostrazione geometrica.* — Sia AB (fig. 73) un oggetto collocato dinnanzi uno specchio sferico concavo a distanza maggiore del suo raggio di curvatura. Per determinarne l'immagine si conducono dapprima i due assi secondarii ACD, BCE che rappresentano raggi luminosi i quali cadendo sullo specchio normalmente ritornano indietro nella stessa direzione. Si potrebbe ottenere il foco coniugato od immagine di A conducendo un raggio incidente qualunque, po ila normale, e infine

il raggio riflesso, in modo che faccia con essa angolo eguale a quello del raggio incidente.

Ma riesce più semplice condurre i raggi AG, BH paralleli all'asse principale, i quali dopo la riflessione passano pel foco

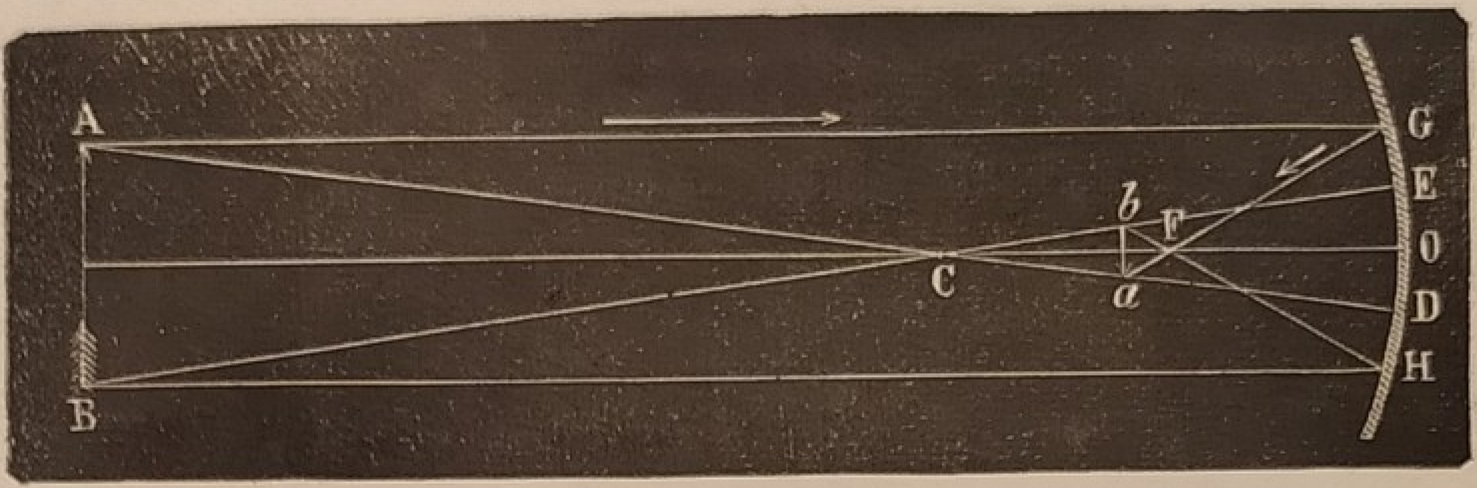


Fig. 73.

principale F, e prolungati vanno ad incontrare gli assi secondarii AD, BE nei punti *a*, *b*, collocati tra il foco principale e il centro di curvatura C, i quali sono fochi coniugati o immagini reali dei punti luminosi A, B, perchè tutti i raggi partiti da tali punti, dopo la riflessione concorrono sensibilmente in *a*, *b*.

E siccome i raggi emessi dai punti luminosi intermedii tra A e B hanno evidentemente i loro fochi nei punti intermedii tra *a* e *b*, così risulta, che l'immagine di un oggetto collocato avanti uno specchio sferico concavo a distanza maggiore del suo centro di curvatura, è reale, rovesciata e si trova fra il foco principale e il centro di curvatura.

Di più, quest'immagine sarà evidentemente tanto più vicina al foco principale e quindi tanto più piccola, quanto più l'oggetto è lontano dallo specchio, e cadrebbe precisamente nel detto foco, e sarebbe infinitamente piccola, quando l'oggetto fosse a distanza infinitamente grande.

Il foco principale di uno specchio sferico concavo su cui cadono i raggi solari, non è altro appunto che un'immagine reale, rovesciata e piccolissima del disco solare, collocato a distanza grandissima.

4. Inversamente, se l'oggetto si avvicina allo specchio, i fochi dei suoi punti luminosi se ne allontanano (§ 38, n° 11) e così pure l'immagine, la quale diviene ad un tempo più grande, perchè cresce l'angolo ACB formato dagli assi secondari, finchè, quando l'oggetto si trova nel centro di curvatura C, la sua immagine, sempre rovesciata, si trova pure ivi e ha la stessa grandezza dell'oggetto, perchè in tale caso la distanza dei fochi coniugati dallo specchio è eguale a quella dei rispettivi punti luminosi.

Se poi l'oggetto viene in *a b* al posto dell'immagine, ossia, se *a b* rappresenta l'oggetto, AB ne rappresenta l'immagine, perchè gli angoli di riflessione divengono angoli di incidenza e inversamente; cioè, in tal caso, l'immagine è sempre reale e rovesciata, ma tanto più grande dell'oggetto, quanto più questo è vicino al foco principale dello specchio, perchè così più lontano convergono i raggi riflessi.

Se poi l'oggetto è nel foco principale, non si produce veruna immagine, perchè i fochi coniugati dei raggi luminosi si formano a distanza infinita dello specchio.

5. Infine nel caso in cui l'oggetto avesse tutti i suoi punti fuori dell'asse principale, i suoi fochi coniugati e quindi l'immagine si formerebbero parimente fuori dell'asse e dell'opposta parte, ma conserverebbe gli stessi caratteri.

6. *Dimostrazione sperimentale.* — Si verificano sperimentalmente le enunciate proposizioni ponendo, per es., una fiamma a varie distanze avanti ad uno specchio concavo, e poi collocando nel luogo in cui si produce l'immagine, un diaframma di carta, piccolo o grande, secondo la grandezza dell'immagine (*).

La stessa esperienza si può eseguire mediante la luce solare, facendola entrare in una camera oscura a traverso una fessura, avente per es. la forma di freccia, la quale diviene così il corpo luminoso, e facendo giungere i raggi su di uno specchio concavo.

Così si verifica, che in grande lontananza dell'oggetto dallo specchio, risulta un'immagine rovesciata assai piccola, e assai vicina al foco principale. Se si avvicina l'oggetto allo specchio, l'immagine sempre rovesciata se ne allontana e si ingrandisce, finchè, quando l'oggetto si trova nel centro di curvatura dello specchio, l'immagine coincide in grandezza coll'oggetto. Se l'oggetto viene tra il centro di curvatura ed il foco principale, allora l'immagine sempre rovesciata va al di là del centro di curvatura, e diviene più grande dell'oggetto. Infine se l'oggetto viene nel foco principale, l'immagine si forma a distanza infinita, cioè scompare.

Quanto più l'immagine è impicciolita, tanto è più fulgida, perchè i raggi che partono dall'oggetto sono raccolti in piccolo spazio; e per contro quanto più s'ingrandisce, tanto minore è il suo splendore.

(*) Si deve usare un piccolo diaframma, quando l'immagine è più piccola dell'oggetto e collocata tra il centro di curvatura e il foco principale, perchè un diaframma grande impedirebbe ai raggi luminosi che partono dall'oggetto, di giungere sullo specchio

7. Infine le immagini reali date dagli specchi concavi, non solo si lasciano vedere per proiezione su un diaframma, ma appaiono anche sospese nell'aria a chi ponga l'occhio nella direzione dei raggi riflessi.

8. *Immagine virtuale.* — *Quando l'oggetto è collocato tra il foco principale e lo specchio, risulta un'immagine virtuale, diritta, e tanto più grande dell'oggetto, quanto più questo è vicino al foco principale.*

9. *Dimostrazione geometrica.* — Sia A B (fig. 74) l'oggetto collocato tra il foco principale e lo specchio. Si conducano pel centro C gli assi secondarii o raggi luminosi CA, CB fino allo specchio e si prolunghino punteggiati al di dietro di quello. Per segnare il foco coniugato virtuale di A nel modo più semplice, si tira da A un raggio A D la cui direzione passi pel foco principale F, il quale raggio, dopo la riflessione, prende la direzione D E parallela all'asse principale, e prolungato dietro lo specchio va ad incontrare l'asse secondario C A in un punto *a* che è il foco virtuale od immagine di A.

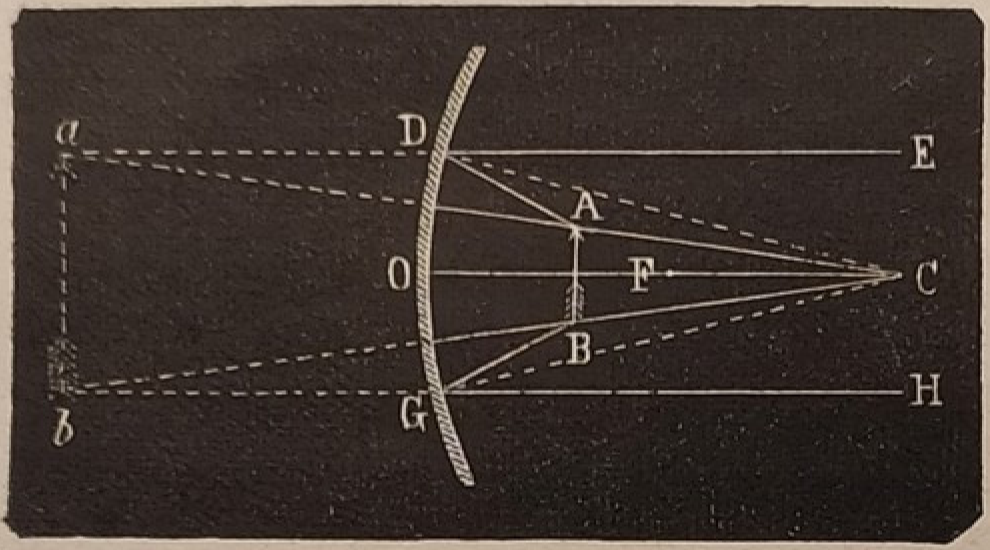


Fig. 74.

Parimente si determina il foco virtuale *b* di B.

E siccome i fochi dei punti luminosi intermedii si formano fra quelli *a*, *b* degli estremi, risulta in *a b* un'immagine *virtuale, diritta, ingrandita.*

10. Si ottiene lo stesso risultato conducendo un raggio incidente A D (fig. 75) parallelo all'asse principale, il quale raggio dopo la riflessione passa pel foco F e prolungato dietro lo specchio incontra l'asse secondario C A in un punto *a* che è il foco virtuale di A.

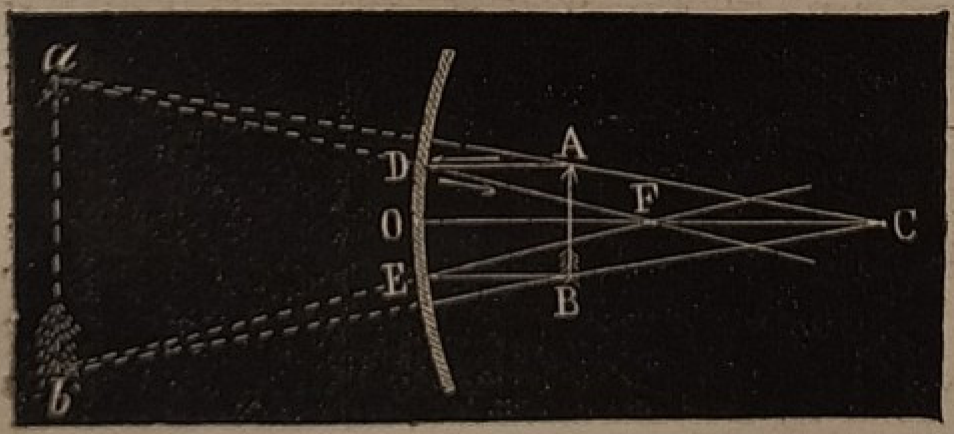


Fig. 75.

Analogamente si ha il foco virtuale *b* di B.

11. Questa immagine è tanto più lontana dallo specchio, e più grande, quanto più l'oggetto è vicino al foco principale, perchè i raggi riflessi risultano meno divergenti rispetto ai loro assi secondarii e quindi i loro prolungamenti incontrano questi in punti più lontani.

12. Inversamente, se l'oggetto si avvicina allo specchio, la sua immagine si avvicina pure, e diviene più piccola, perchè i raggi riflessi risultano più divergenti rispetto ai loro assi secondarii, e quindi i loro prolungamenti incontrano questi in punti più vicini allo specchio. Quando l'oggetto è in contatto di questo, l' immagine è pure a contatto ed ha la stessa grandezza di quello.

13. *Dimostrazione sperimentale.* — Osservando l'immagine di un oggetto, per es. di una fiamma collocata tra il foco principale e uno specchio sferico concavo, si vede che essa possiede gli indicati caratteri, cioè: 1° è diritta; 2° tanto più grande dell'oggetto quanto più questo è vicino al foco principale; 3° è virtuale, perchè essendo collocata dietro lo specchio non si può ricevere su un diaframma, ma solo si vede ponendo l'occhio nella direzione dei raggi riflessi, come negli specchi piani.

È questa l'immagine che si osserva da chi usa uno specchio concavo per radersi la barba.

14. *Formole dell'ingrandimento.* — Dalla fig. 73, p. 162, e dalla formola degli specchi sferici si può facilmente dedurre l'espressione matematica dell'ingrandimento I, cioè del *rapporto fra la grandezza dell'immagine e quella dell'oggetto.*

Infatti, dai triangoli simili A B C, abC si ricava che il rapporto fra ab e A C è eguale a quello delle distanze rispettive di queste due linee dal centro C di curvatura. Ora rappresentando come precedentemente (§ 38, n° 21).

con d la distanza dell'oggetto A B dallo specchio,
» d' » dell'immagine ab »
» r il raggio di curvatura C O,

si ha
$$I = \frac{ab}{AB} = \frac{r - d'}{d - r}.$$

E sostituendo a d' il suo valore
$$d' = \frac{dr}{2d - r} \quad \text{(p. 158, n° 23)}$$

si ottiene:
$$I = \frac{r - d'}{d - r} = \frac{r - \dfrac{dr}{2d - r}}{d - r} = \frac{2dr - r^2 - dr}{(d - r)(2d - r)} =$$
$$\frac{dr - r^2}{(d - r)(2d - r)} = \frac{r(d - r)}{(d - r)(2d - r)} = \frac{r}{2d - r}.$$

15. *Discussione della formola dell'ingrandimento.*

1° Se $d > r$, risulta $2d - r > r$, e quindi $I < 1$ cioè l'immagine è più piccola dell'oggetto.

2° Se $d = r$, risulta $I = 1$, cioè l'immagine ha la stessa grandezza dell'oggetto.

3° Se $d < r$, ma $> \frac{r}{2}$, risulta $2d - r < r$, e quindi $I > 1$ cioè l'immagine è più grande dell'oggetto.

4° Se $d = \frac{r}{2}$, risulta $I = \frac{r}{o} = \infty$.

5° Se $d < \frac{r}{2}$, risulta I negativo e > 1 in valore assoluto, il che significa che l'immagine è virtuale e più grande dell'oggetto.

6° Se $d = o$ risulta $I = \frac{r}{-r} = -1$ cioè l'immagine è virtuale ed eguale all'oggetto.

16. Nel *caso dell'immagine virtuale* il valore assoluto dell'ingrandimento si può anche ottenere direttamente osservando che i triangoli simili abC ABC, (fig. 74, pag. 164) danno

$$I = \frac{ab}{AB} = \frac{d' + r}{r - d} .$$

Ora siccome in questo caso il denominatore di $d' = \frac{dr}{2d - r}$ diviene negativo, perchè $d < \frac{r}{2}$ e quindi $2d < r$, conviene cangiare il segno nel denominatore per avere il valore assoluto di d' che è:

$$d' = \frac{dr}{r - 2d} .$$

Quindi sostituendo nella precedente eguaglianza risulta:

$$I = \frac{ab}{AB} = \frac{\frac{dr}{r - 2d} + r}{r - d} = \frac{dr + r^2 - 2dr}{(r - d)\ (r - 2d)} = \frac{r^2 - dr}{(r - d)\ (r - 2d)}$$

$$= \frac{r(r - d)}{(r - d)\ (r - 2d)} = \frac{r}{r - 2d} .$$

Ciò dimostra che l'immagine virtuale è sempre maggiore dell'oggetto, perchè essendo $d < \frac{r}{2}$ e positivo, si ha $r - 2d < r$, cioè il denominatore è sempre minore del numeratore, e quindi il rapporto precedente è > 1.

Solo nel caso in cui $d = o$ risulta $I = \frac{r}{r} = 1$.

Infine se $d = \frac{r}{2}$, si ha $I = \frac{r}{o} = \infty$.

§ 41. Immagini degli specchi convessi. — 1. *Le immagini date dagli specchi convessi sono sempre virtuali, diritte, e tanto più piccole dell'oggetto, quanto più questo è lontano dallo specchio.*

2. *Dimostrazione geometrica.* — Sia A B (fig. 76) un oggetto collocato avanti uno specchio convesso ad una distanza qualsiasi. Si conducano gli assi secondarii AC, BC, e dai punti A e B i raggi incidenti AD, BE paralleli all'asse principale; si segnino i raggi riflessi DG, EH, sì che le loro direzioni passino pel foco virtuale principale F, o punto di mezzo del raggio di curvatura CO; essi incontrano gli assi secondari AC, BC nei punti *a*, *b*, che sono i fochi virtuali coniugati dei punti luminosi AB. Siccome i fochi dei punti luminosi intermedi fra A e B si formano nei punti intermedi tra *a* e *b*, così risulta in *ab* un'immagine virtuale, diritta, e tanto più piccola quanto più è vicina al foco principale F, ossia quanto più l'oggetto è lontano dallo specchio.

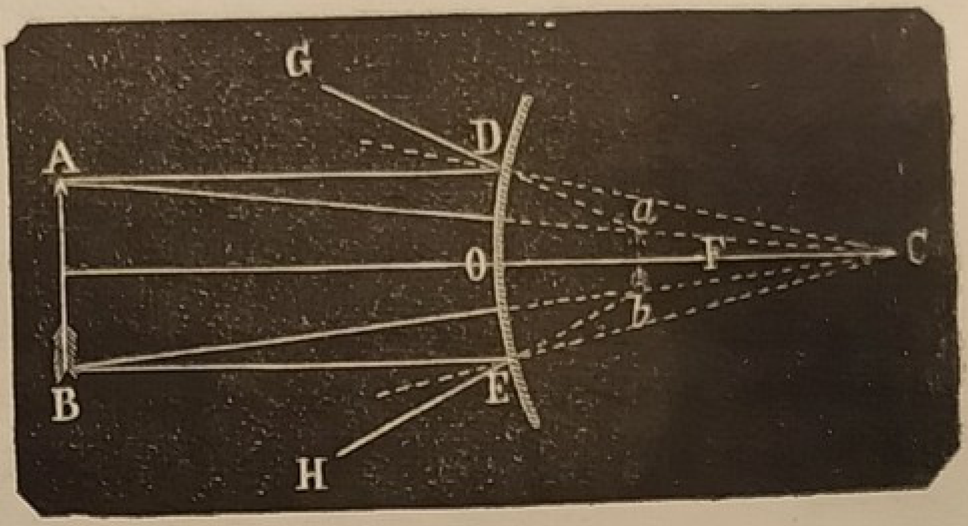


Fig. 76.

3. *Dimostrazione sperimentale.* — Guardando in uno specchio sferico convesso, per es. in un globo di vetro argentato internamente, come quelli che si tengono per ornamento nelle case e giardini, appare dentro lo specchio la nostra immagine diritta e tanto più piccola quanto più si sta lontano. Però essa riesce alquanto deformata, perchè le diverse parti del nostro corpo appaiono più o meno impicciolite secondochè sono più o meno lontane dallo specchio.

Questa deformazione è tanto più sensibile quanto più si avvicina il viso allo specchio.

4. Così pure, guardando da vicino negli occhi altrui, vediamo la nostra immagine piccola e diritta, perchè la così detta *cornea trasparente*, che riveste l'occhio nella sua parte anteriore, riflette alquanta luce e fa da piccolo specchio convesso.

5. Infine, anche i riflessi di luce che si vedono sulle campane ed altri oggetti di vetro o di forbito metallo, altro non sono che immagini virtuali più o meno contraffatte, delle finestre o del sole, provenienti dalle svariate curvature di quelle superfici.

6. Per esprimere *l'ingrandimento negli specchi convessi*, basta cangiare il segno di r, nella formola dell'ingrandimento dell'immagine virtuale negli specchi concavi (p. 166, nº 16) e così si ha:

$$= \frac{-r}{-r-2d} = \frac{r}{2d+r},$$

la quale dimostra che l'immagine è sempre minore dell'oggetto perchè il denominatore della precedente espressione è sempre maggiore del numeratore.

Di più, per $d = \infty$ si ha $I = 0$
» $d = 0$ $I = 1$.

7. *Specchi convessi cilindrici. Anamorfosi catottriche.* — Uno specchio cilindrico convesso fa vedere le immagini impicciolite secondo il suo diametro ed inalterate secondo la sua lunghezza.

Somiglianti deformazioni risultano dagli specchi conici, piramidali.

Si può dietro le leggi della riflessione costruire geometricamente la forma di una tale immagine deformata.

Viceversa, le immagini deformate si ricompongono colla stessa regola, cosicchè vengono da tali specchi ricostituite giuste, e risultano così i fenomeni detti *anamorfosi catottriche.*

§ 42. Aberrazione di sfericità per riflessione. Catacaustiche. — 1. *Negli specchi sferici, fra i raggi che partono da uno stesso punto, più o meno lontano dallo specchio, solo quelli equidistanti dall'asse hanno il loro foco esattamente nello stesso punto; e quelli sempre più lontani hanno il loro foco in punti sempre più vicini allo specchio.* Tale fenomeno dicesi *aberrazione di sfericità per riflessione.*

2. *Dimostrazione geometrica.* — Nella fig. 77 si scorge come *nel caso dei raggi che partono da un punto* (180) *a distanza finita* da uno specchio emisferico, rappresentato dalla semicirconferenza 90-0-270, mentre il raggio che cade nel punto 15 dopo la riflessione incontra l'asse in un punto compreso tra il foco principale F e il centro di curvatura C, quello che cade nel punto 90, dopo la riflessione incontra l'asse nel centro di figura O dello specchio.

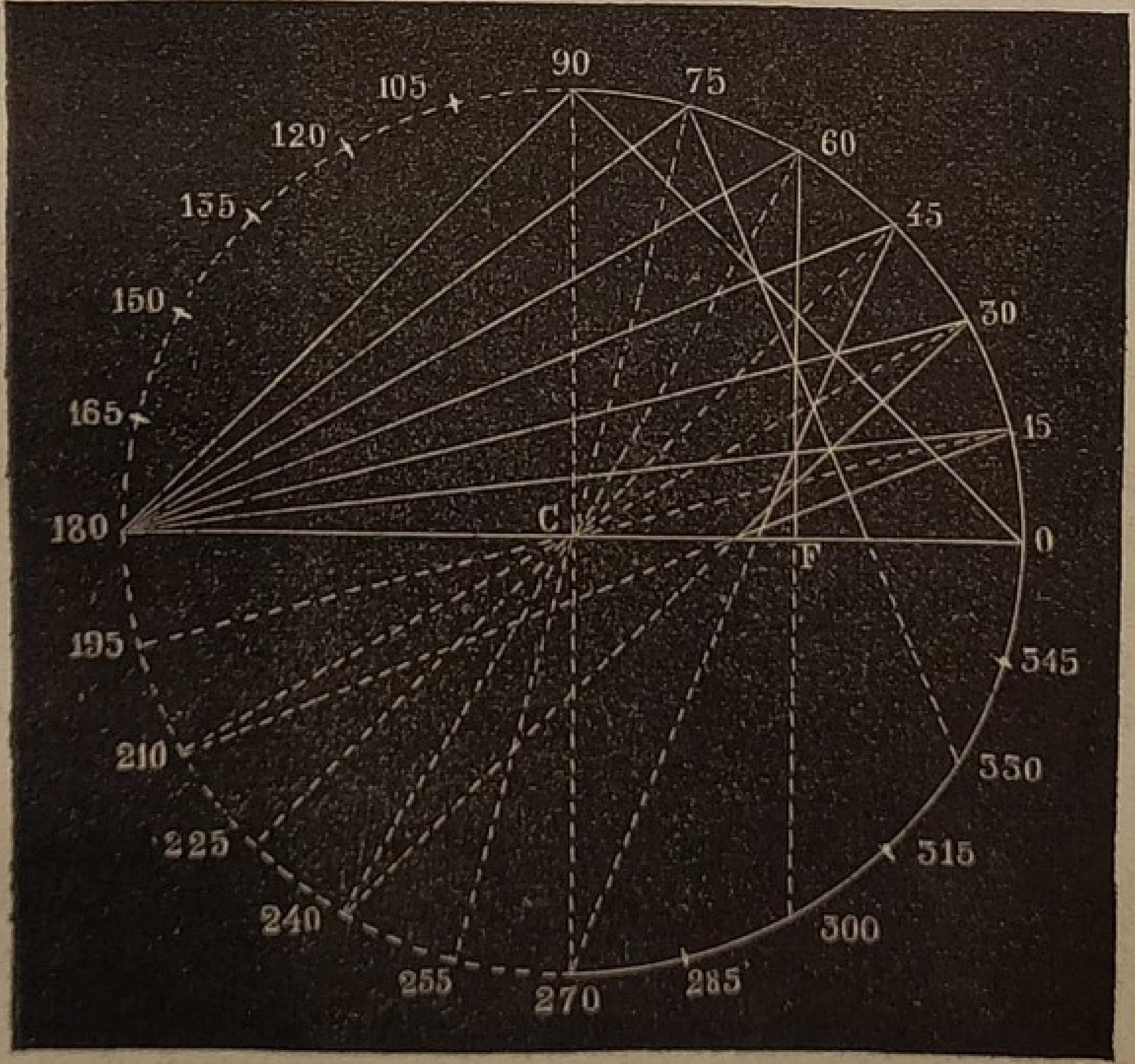


Fig. 77.

Nel caso poi dei raggi paralleli all'asse principale, la fig. 78 mostra che, mentre il raggio incidente in 15 dopo la riflessione

incontra l'asse nel punto 1 presso a poco sulla metà del raggio di curvatura, già il raggio che cade in 60, dopo la riflessione incontra l'asse nel centro O di figura dello specchio.

3. *Catacaustiche*. Di più nella fig. 78 si vede che mentre il raggio riflesso in 15 incontra l'asse nel punto 1, quello riflesso in 30 interseca il raggio riflesso in 15 nel punto 2 fuori dell'asse; quello riflesso in 45 incontra il raggio riflesso in 30 nel punto 3 più lontano dall'asse, e così di seguito; per modochè, immaginando tutti i raggi intermedii, si fa manifesto come dalle intersezioni successive dei raggi riflessi (fig. 79),

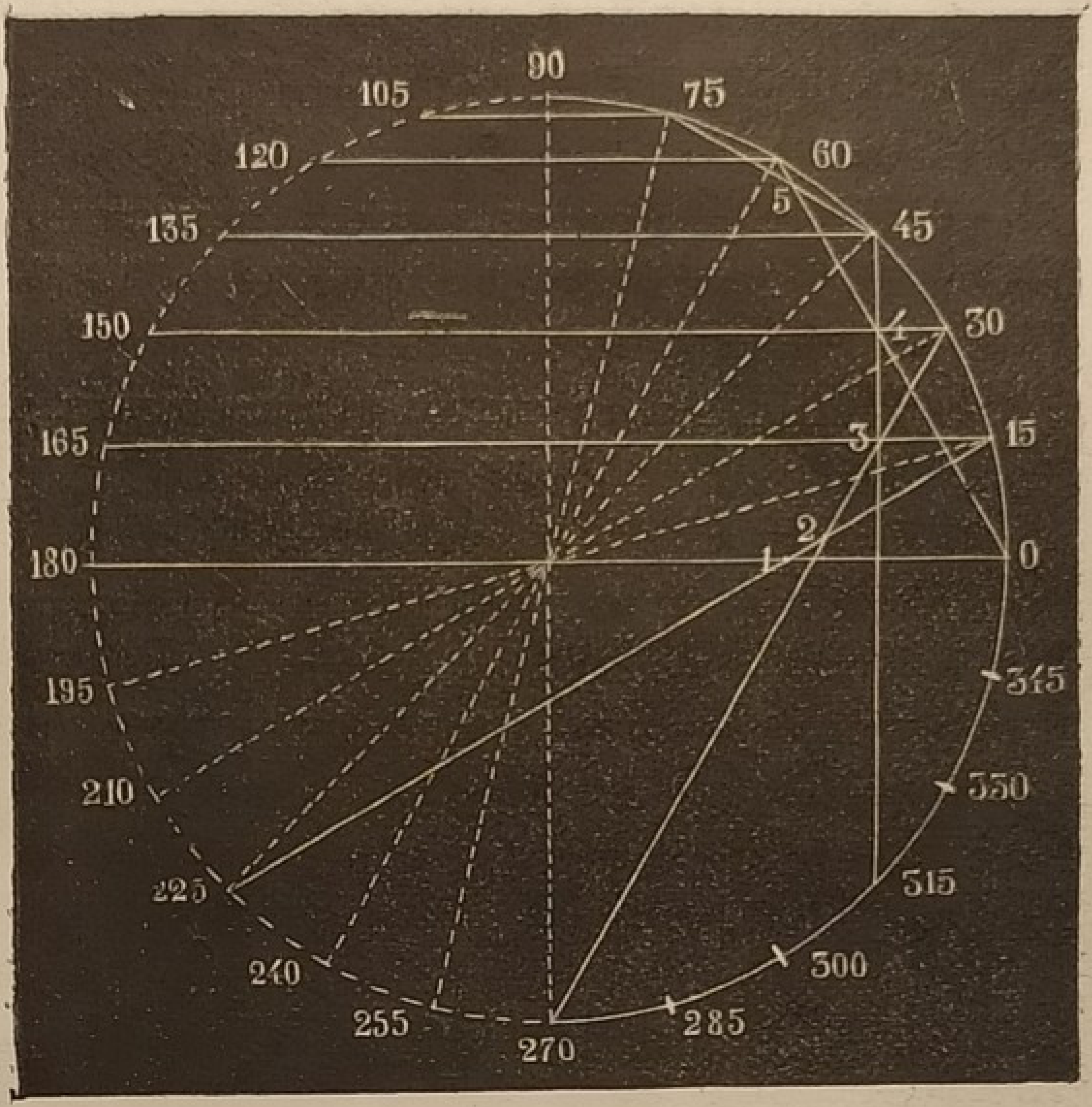


Fig. 78.

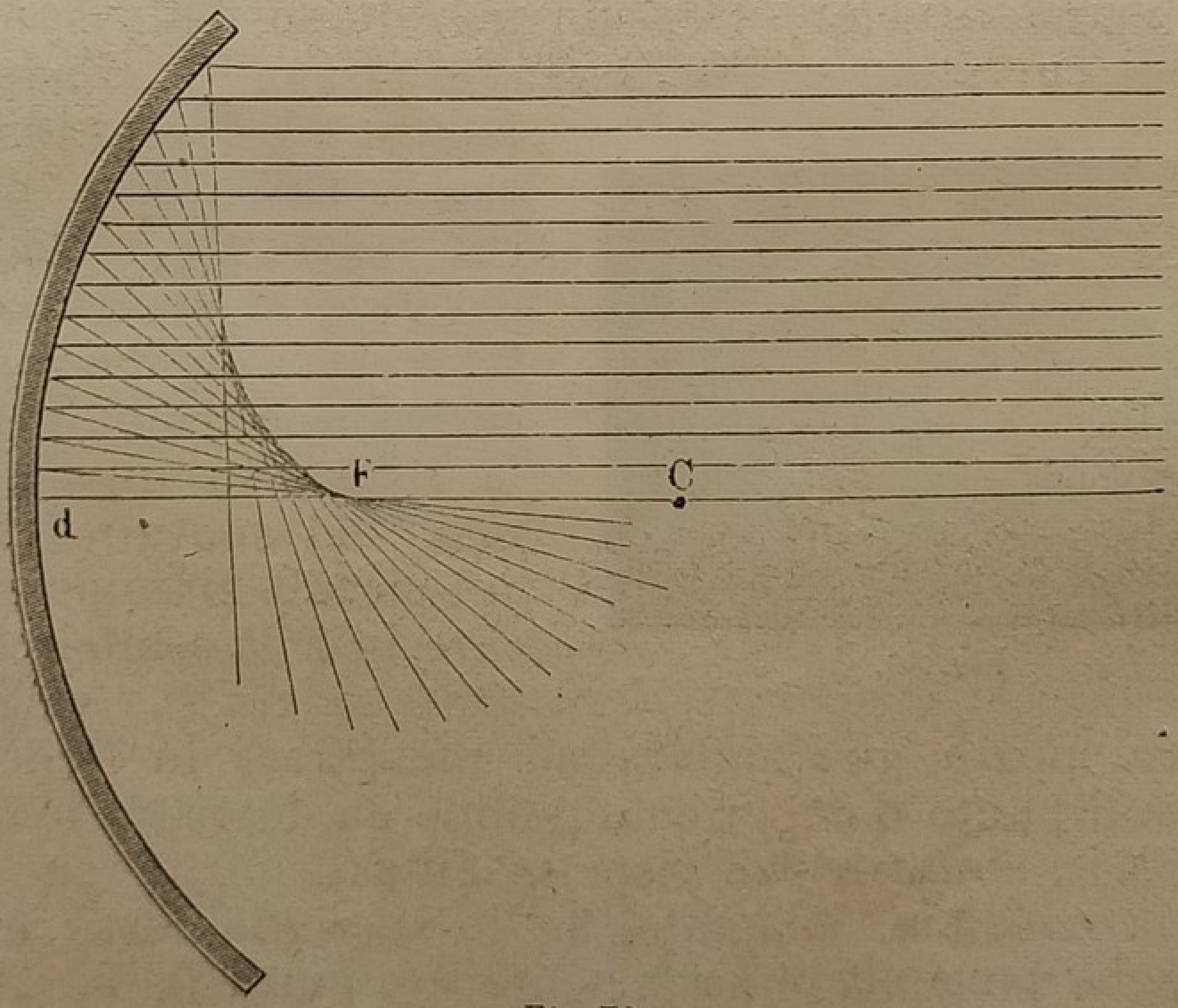


Fig. 79

nasce per ogni sezione meridiana dello specchio una curva luminosa a due rami, l'uno da una parte e l'altro dall'altra

dell'asse, e da tutta la superfice del medesimo risulta una superfice luminosa di rivoluzione. Tali curve e superfici diconsi *caustiche per riflessione*, o *catacaustiche*.

4. *Dimostrazione sperimentale*. — Si può osservare la forma della caustica prodotta dalla riflessione della luce su di una superfice semicilindrica, collocando un bicchiere rovesciato sopra un foglio di carta bianca in modo che riceva la luce da una finestra; appare così sulla carta, nell'interno del bicchiere, una curva luminosa a due rami DMF, FNE (fig. 80) aventi la convessità verso la parete interna di quello, dovuta alla riflessione dei raggi sulla stessa.

Se si immagina che detta curva si muova parallelamente all'asse del bicchiere, si intende come essa determini una superfice caustica di eguale forma, per la riflessione della luce nelle diverse sezioni parallele alla base.

E nel caso di uno specchio emisferico si deve immaginare che la curva DMFNE giri attorno all'asse CO dello specchio, e così essa descrive una superfice caustica di quella forma.

5. *Costruzione della catacaustica di uno specchio sferico*. — La forma della caustica varia secondo la natura della curva geometrica dello specchio e secondo la direzione dei raggi incidenti. Nel caso dei raggi paralleli all'asse principale di uno specchio sferico, la matematica dà la seguente regola per costrurre la *caustica*.

Sia l'arco circolare AOB un meridiano dello specchio, C il centro di curvatura e CO l'asse. Pel punto C si conduce il diametro DE perpendicolare al raggio CO, e fatto centro in C col raggio CF, metà di CO, si descrive la semicirconferenza GFH. Indi su HE = HC si descrive il circolo HIE e lo si fa rotare su quella. Dopo la metà del suo giro il punto E del piccolo circolo verrà a toccare in F la semicirconferenza HFG su cui si rivolge, e dopo un altro mezzo giro, andrà ad incontrare in D il diametro DE. Così il punto E del circolo mobile ha descritto le due curve ENF, FMD, simmetriche rispetto all'asse CO, e che costituiscono la caustica, la quale, se lo specchio fosse emisferico gli sarebbe tangente internamente nei punti D, E.

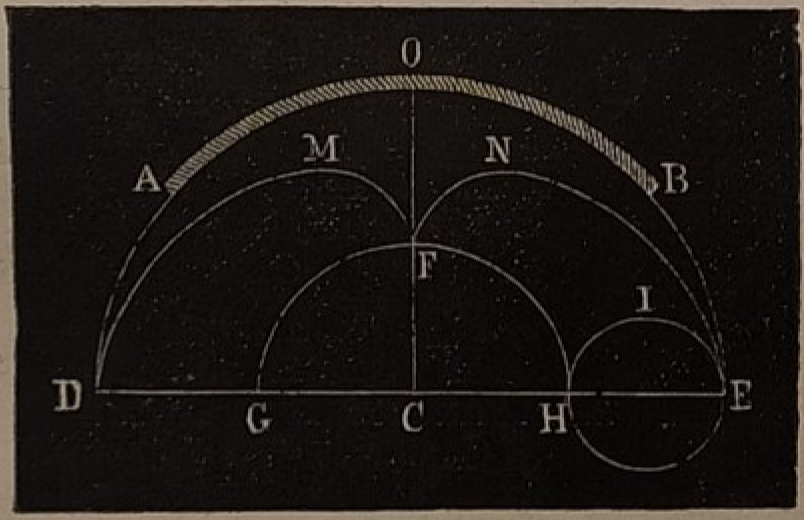


Fig. 80.

La curva intiera ENFMD, descritta da un punto di una circonferenza che rotola su di un'altra, senza strisciare, si chiama dai geometri *epicicloide*.

6. L'aberrazione di sfericità degli specchi nuoce alla chiarezza delle immagini, e tanto più quanto maggiore è l'apertura dello specchio. Pertanto, affinchè l'aberrazione non sia sensibile, l'apertura dello specchio non dev'essere superiore a 10 o 12°.

7. *Specchi parabolici.* — Invece, uno specchio o superfice parabolica, come si è già detto pei raggi sonori (§ 26), ha la proprietà di riflettere esattamente nel foco della parabola i raggi paralleli all'asse.

Ed inversamente, se nel foco di un tale specchio vi è un punto raggiante, i raggi incidenti dal medesimo sullo specchio, dopo la riflessione divengono paralleli all'asse principale. Perciò l'intensità della luce così riflessa non decresce colla distanza; come quando i raggi sono divergenti, ma decresce solo per l'assorbimento del mezzo in cui si propagano.

Quindi, gli specchi parabolici servono meglio di quelli sferici per mandare la luce a grandi distanze. Però essi sono di assai più difficile costruzione, per modo che non convengono nei casi comuni, e torna meglio adoperare specchi sferici di piccola apertura.

§ 43. Riflessione della luce sulle superfici scabre o Diffusione. — 1. Mentre le superfici levigate degli specchi riflettono la luce regolarmente, cioè in una sola direzione, secondo le leggi enunciate, le superfici scabre la riflettono irregolarmente cioè in tutte le direzioni, il quale fenomeno dicesi *diffusione*.

2. Infatti, se in una camera oscura si fa cadere un fascio di raggi solari su di un foglio di carta bianca, si vede tutta la camera rischiarata, perchè la luce non è rimandata in una sola direzione, come farebbe uno specchio, ma in tutte le direzioni.

3. Il che avviene perchè essendo le superfici scabre costituite da prominenze o depressioni, gli elementi superficiali più vicini hanno diverse direzioni, e per conseguenza i raggi anche paralleli e molto vicini, quando cadono su di una superfice scabra, vengono rimandati in diverse direzioni, cioè diffusi.

4. *Di più, mentre la luce riflessa regolarmente ha il colore di quella incidente, la luce riflessa irregolarmente, cioè diffusa, ha il colore della superfice del corpo.*

Infatti, se nella camera oscura si fa cadere il fascio di raggi solari su di un foglio di carta bianca, rossa, verde, ecc., si vede tutta la camera illuminata da luce bianca, rossa, verde, ecc., mentre la luce riflessa da uno specchio ha sempre il colore di quella incidente.

5. Perciò, mentre la riflessione regolare o specolare corri-

sponde all'eco, la diffusione corrisponde probabilmente al fenomeno della risonanza (§ 18), perchè il corpo modifica in generale la luce incidente che esso diffonde e probabilmente le sue molecole entrano in vibrazione con una particolare velocità alla quale corrisponde una luce di particolare colore.

6. Mediante la luce diffusa noi vediamo i corpi che non hanno luce propria, e per la luce riflessa vediamo nei corpi, ossia abbiamo i fenomeni degli specchi. Laonde, se un fascio di luce cadesse sopra una superfice perfettamente specolare, noi non vedremmo punto detta superfice; ed infatti, la vediamo tanto meno quanto più essa è forbita e specolare, talchè si può dire che noi non vediamo lo specchio, ma vediamo nello specchio, e se più si vede lo specchio, meno si vede nello specchio; perocchè, quanto più la luce viene diffusa, tanto meno viene riflessa, ed inversamente. Di qui è che guardando una superfice levigatissima per modo che i raggi riflessi dalla medesima non entrino nei nostri occhi, essa ci sembrerà nera; onde i metalli si dicono *bruniti*, quando sono molto levigati.

7. La luce riflessa regolarmente cresce coll'angolo d'incidenza ed inversamente; per cui la carta, il legno levigato, ecc., riescono specolari quando sono colpiti obliquamente dalla luce.

8. Per mezzo della luce diffusa dal polviscolo atmosferico riesce pure visibile il fascio di raggi solari che penetra in oscura stanza, per l'occhio collocato lateralmente e fuori del medesimo. Senza la presenza di quello, il quale illuminato dai raggi solari rimanda la luce in ogni direzione, il fascio sarebbe invisibile per un occhio collocato fuori di esso. Infatti, dove minore è il polviscolo, minore è la visibilità del fascio. Ed un occhio collocato nel fascio stesso non vedrebbe questo, ma il corpo luminoso, cioè il sole, se non restasse abbagliato dalla troppo viva luce.

9. Dalla proprietà dell'aria di diffondere la luce in tutte le direzioni, nasce la luce diffusa dell'atmosfera. Così pure, i superiori strati aerei diffondono in quelli inferiori la luce che essi già ricevono prima del levar del sole, o che ancora ricevono dopo il tramonto, e generano così il *crepuscolo mattutino* e *vespertino*.

§ **44. Rifrazione della luce**. (Snellius 1620). — 1. *Quando i raggi luminosi passano obliquamente da un mezzo in un altro, cangiano direzione, cioè si avvicinano o si allontanano dalla perpendicolare alla superfice di separazione dei due mezzi.* Il fenomeno si dice *rifrazione della luce.*

2. Così se A B (fig. 81) rappresenta la superfice di separazione di due mezzi, per es. aria e acqua, C D la direzione di un raggio

incidente obliquamente su quella superfice, EF la perpendicolare alla medesima condotta pel punto d'incidenza D, il raggio nell'acqua si piega e prende una direzione DR più vicina alla perpendicolare.

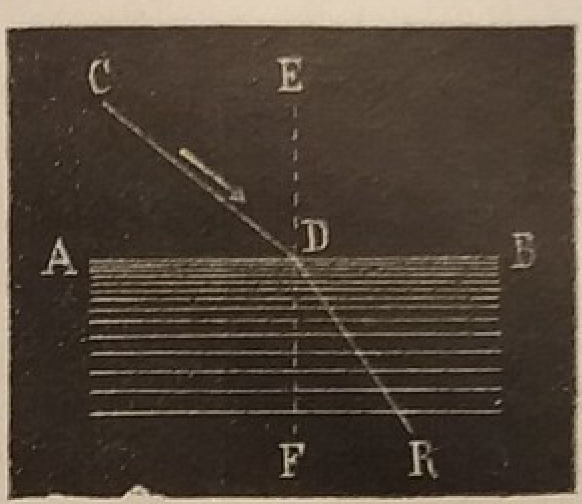


Fig. 81.

Inversamente, il raggio RD passando dall'acqua nell'aria si allontana dalla perpendicolare secondo la direzione DC.

Perchè avvenga la deviazione o rifrazione bisogna che il raggio sia obliquo alla superfice di separazione dei due mezzi. Se esso avesse la direzione della perpendicolare EF non sarebbe deviato.

3. *Se i raggi si avvicinano alla perpendicolare*, si dice che il secondo mezzo è *più rifrangente* del primo; *se si allontanano*, si dice che è *meno rifrangente.* Così l'acqua, il vetro, ecc. sono più rifrangenti che l'aria.

4. In generale, i corpi più densi sono più rifrangenti. Ma vi sono eccezioni. Così l'alcool meno denso che l'acqua è più rifrangente, invece l'acido solforico più denso che l'acqua è meno rifrangente di questa.

5. *Angolo d'incidenza e di rifrazione.* — Sia AB (fig. 82) la superfice di separazione di due mezzi, CD la direzione di un raggio incidente, EF la perpendicolare o normale alla detta superfice, DR la direzione del raggio rifratto; l'*angolo* CDE *che il raggio incidente fa colla perpendicolare*, si dice *angolo d'incidenza*, *e l'angolo* RDF *che il raggio rifratto fa colla stessa perpendicolare*, dicesi *angolo di rifrazione*.

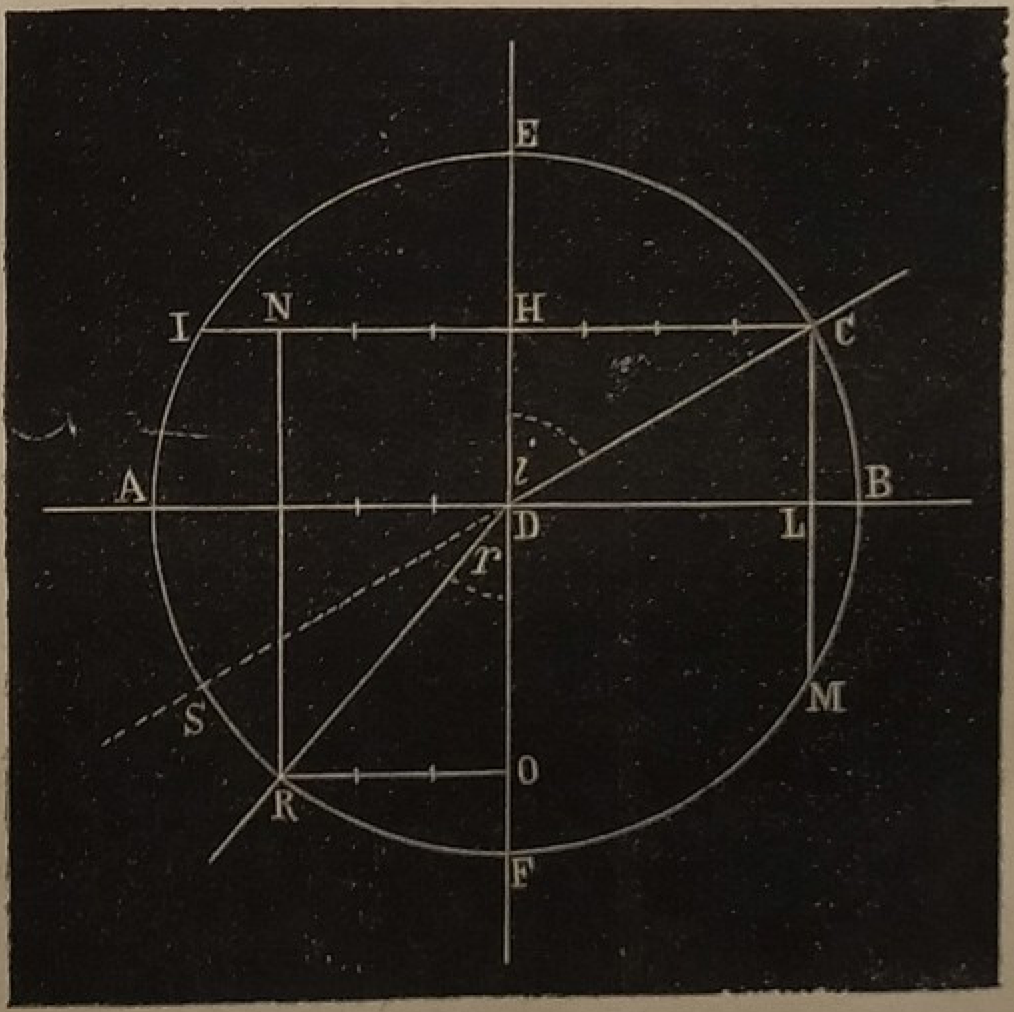


Fig. 82.

6. *Seno di un angolo.* Per intendere le leggi della rifrazione si deve conoscere che cosa sia il *seno di un angolo*.

Perciò si descrive un circolo con un raggio qualunque e poi si tirano nel medesimo due diametri perpendicolari AB, EF (fig. 82), ed infine un raggio CD che fa un angolo qualunque coi detti diametri.

Nella trigonometria si chiama *seno* di un angolo (CDB) il

numero che esprime *il rapporto* (CL : DB) *fra la lunghezza della perpendicolare* (CL) *abbassata da un'estremità* (C) *dell'arco* (BC) *che misura l'angolo, sul raggio* (DB) *che passa per l'altra estremità* (B) *dell'arco, e il raggio stesso* (DB).

Se DB = 1, cioè se si prende il raggio per unità, *il seno di un angolo è il numero che esprime la lunghezza della perpendicolare* (CL) *abbassata dall'estremità* (C) *dell'arco che misura l'angolo sul raggio* (DB) *che passa per l'altra estremità dell'arco stesso.*

Parimente il seno dell'angolo CDE che il raggio CD fa colla perpendicolare EF è CH : DE, ovvero semplicemente il numero che esprime la lunghezza della perpendicolare CH misurata colla lunghezza DE = 1.

Come si vede nella figura, il seno (CL) di un angolo (CDB) non è altro che la metà della corda (CM) dell'arco doppio (CBM) di quello che misura l'angolo.

Per es., se l'angolo CDB che il raggio CD fa col raggio orizzontale DB è di 30°, il suo seno CL è $= \frac{1}{2}$ del raggio DB, perchè la corda CM dell'arco CBM doppio di CB, e perciò di 60°, è precisamente eguale al raggio, come insegna la geometria. Quindi si scrive sen $30° = \frac{1}{2}$.

Parimente si ha sen $45° = \frac{1}{2}\sqrt{2}$, perchè, come insegna la geometria elementare, la corda di 90° (lato del quadrato inscritto) è espressa da $\sqrt{2}$. E così pure sen $60° = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, perchè la corda dell'arco di 120° (lato del triangolo equilatero inscritto) è $\sqrt{3}$.

Il seno è = 0 quando l'angolo è nullo, e cresce col crescere di questo, finchè diventa eguale al raggio, cioè all'unità, quando l'angolo è 90°. In seguito continuando l'angolo a crescere, il seno di nuovo diminuisce ripigliando i valori primitivi, finchè ritorna 0, quando l'angolo è di 180°.

Quindi raccogliendo il detto, si ha la seguente tabella di alcuni seni, dati dalla geometria elementare:

$$
\begin{aligned}
&\text{sen } 0° \ldots = \ldots\ldots 0\\
&\text{sen } 30° \ldots = \ldots\ldots \tfrac{1}{2}\\
&\text{sen } 45° \ldots = \ldots\ldots \tfrac{1}{2}\sqrt{2}\\
&\text{sen } 60° \ldots = \ldots\ldots \tfrac{1}{2}\sqrt{3}\\
&\text{sen } 90° \ldots = \ldots\ldots 1\\
&\text{sen } (180° - 60) = \text{sen } 120° = \tfrac{1}{2}\sqrt{3}\\
&\text{sen } (180° - 45) = \text{sen } 135° = \tfrac{1}{2}\sqrt{2}\\
&\text{sen } (180° - 30) = \text{sen } 150° = \tfrac{1}{2}\\
&\text{sen } 180° \ldots\ldots\ldots = 0.
\end{aligned}
$$

Si sono costrutte tavole, dette *tavole dei seni*, le quali fanno conoscere la lunghezza del seno di un angolo quando è data la grandezza di questo in gradi, e viceversa.

Il seno di un angolo serve ad esprimerne la grandezza mediante una linea retta che è una quantità omogenea coi lati di un triangolo, mentre l'angolo è quantità eterogenea con quelli.

7. *Leggi della rifrazione.* — Il fenomeno della rifrazione obbedisce alle seguenti leggi.

1° *Il raggio rifratto* (DR, fig. 82) *giace nel piano* (CDE) *determinato dal raggio incidente* (CD) *e dalla perpendicolare* (EF) *alla superfice* (AB) *di separazione dei due mezzi.*

2° *Il raggio rifratto* (DR) *e il raggio incidente* (CD) *stanno l'uno da una parte e l'altro dall'altra della superfice* (AB) *di separazione dei due mezzi e della perpendicolare* (EF) *a questa.*

3° *Qualunque sia l'obliquità del raggio incidente* (CD) *il rapporto fra il seno dell'angolo di incidenza e il seno dell'angolo di rifrazione è costante per due mezzi, e varia solo col mutare di questi.*

Alla dimostrazione sperimentale e teorica di queste leggi, conviene premettere le seguenti notizie.

8. *Indice relativo di rifrazione. Il rapporto costante fra il seno dell'angolo d'incidenza e il seno dell'angolo di rifrazione di un raggio che passa da un mezzo in un altro* si dice *indice di rifrazione relativo* alle due sostanze; e rappresentando con i l'angolo d'incidenza (CDE), con r l'angolo di rifrazione (RDF), con n il rapporto dei seni o indice, si scrive:

$$\frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r} = n \ldots\ldots\ldots (1).$$

Quando il secondo mezzo è più rifrangente del primo, l'angolo di rifrazione essendo minore di quello d'incidenza (n° 3), ha pure un seno minore e perciò il detto rapporto è maggiore dell'unità.

Così per l'aria e l'acqua .... si ha $\frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r} = n = \frac{4}{3}$,

» l'aria e il vetro ordinario (*) » $\frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r} = n = \frac{3}{2}$.

Quindi dalla (1) si ricava:

$$\text{sen}\, i = n\, \text{sen}\, r, \qquad \text{sen}\, r = \frac{1}{n}\, \text{sen}\, i.$$

Per es., per l'aria e l'acqua essendo $\frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r} = \frac{4}{3}$, si ha:

(*) Il vetro da finestre è formato di silice, soda e calce; quello delle bottiglie di silice, soda, calce, allumina e ferro. Il vetro di Boemia e il *crown-glass* sono composti di silice, potassa e calce; il cristallo ordinario di silice, potassa e piombo. Il *flint-glass* è formato di silice, potassa e piombo, ma è più ricco di piombo che il cristallo. Finalmente si fa ancora un cristallo più ricco di piombo che il flint e chiamasi *strass*.

$$\text{sen}\, i = \frac{4}{3}\,\text{sen}\, r;\quad \text{sen}\, r = \frac{3}{4}\,\text{sen}\, i.$$

Per l'aria e il vetro ordinario si ha: $\frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r} = \frac{3}{2}$;

e perciò: $\text{sen}\, i = \frac{3}{2}\,\text{sen}\, r$; $\text{sen}\, r = \frac{2}{3}\,\text{sen}\, i$.

Se varia l'angolo di incidenza, varia pure l'angolo di rifrazione, in modo però che il rapporto $\frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r}$ sia sempre $\frac{4}{3}$, per l'aria e l'acqua; $\frac{3}{2}$ per l'aria e il vetro ordinario.

9. Vedremo più innanzi un cenno intorno al *modo di determinare l'indice di rifrazione*. Intanto, nella seguente tabella sono indicati gli indici di rifrazione di parecchie sostanze relativamente all'aria.

TABELLA

DELL'INDICE DI RIFRAZIONE DI ALCUNE SOSTANZE

Etere	1,36
Alcool	1,37
Essenza d'anice	1,57
Balsamo del Canadà	1,53
Benzole	1,50
Cristallo di rocca	1,56
Essenza di cassia	1,64
Vetro crown	da 1,53 a 1,63
Diamante	2,47
Cristallo flint (contenente piombo)	da 1,62 a 1,79
Vetro comune	1,53
Solfuro di carbonio	1,67
Essenza di trementina	1,48
Acqua	1,34

10. *Determinazione grafica della direzione del raggio rifratto.* — Quando si conosce l'indice di rifrazione e l'angolo di incidenza si può *determinare graficamente la direzione del raggio rifratto* colla seguente costruzione. Fatto centro nel punto d'incidenza D (fig. 82, pag. 173) si descrive una circonferenza con un raggio qualunque, e si conduce la perpendicolare CH che rappresenta il seno dell'angolo d'incidenza CDE.

Quindi, per avere il seno dell'angolo di rifrazione, che è $\text{sen}\, r = {}^1/_n\,\text{sen}\, i$, si prende una frazione di sen i che sia eguale al valore reciproco $^1/_n$ dell'indice di rifrazione n.

Per es. nel caso dell'aria e dell'acqua, essendo sen $r = {}^{3}/_{4}$ sen i, per avere sen r si prendono i $^{3}/_{4}$ di sen i. Perciò si divide HC in 4 parti eguali, se ne prendono 3, e si portano da H in N; poscia si tira NR parallela ad EF, ed infine DR che sarà la direzione del raggio rifratto, perchè l'angolo RDF ha per seno RO = NH = $^{3}/_{4}$ HC. Così risulta

$$\frac{HC}{RO} = \frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r} = \frac{4}{3}.$$

Nel caso dell'aria e del vetro avente per indice di rifrazione $^{3}/_{2}$, per determinare graficamente il raggio rifratto si dovrebbe dividere il seno CH in 3 parti eguali e portarne 2 da H verso I: ecc.

11. *Indice inverso o indice di ritorno.* — Se il raggio passa dal mezzo più rifrangente in quello meno rifrangente, per es. dall'acqua nell'aria, per modochè RD sia il raggio incidente e quindi RDF l'angolo i d'incidenza, DC sarà il corrispondente raggio rifratto, cioè CDE l'angolo r di rifrazione. Allora nella eguaglianza

$$\text{sen}\, r = {}^{1}/_{n}\, \text{sen}\, i \quad (\text{n}^{o}\ 8)$$

si deve sostituire   ad r, ed inversamente, e così essa diviene

$$\text{sen}\, i = {}^{1}/_{n}\, \text{sen}\, r.$$

Per es. per l'acqua e l'aria si ha:

$$\text{sen}\, i = {}^{3}/_{4}\, \text{sen}\, r.$$

L'indice $^{1}/_{n}$ relativo al passaggio della luce dal mezzo più rifrangente in quello meno rifrangente si dice *indice inverso* o *indice di ritorno.*

In questo caso, per determinare il raggio rifratto, si deve prendere una lunghezza DL = $^{4}/_{3}$ RO, condurre la retta LC parallela alla normale EF, e infine il raggio DC.

12. *Indice relativo ed assoluto.* — Nei casi ordinarii la luce passando dall'aria in un altro mezzo, l'indice di rifrazione è *relativo all'aria.*

Si dice poi *indice assoluto di rifrazione* quello che corrisponde al passaggio della luce dal vuoto assoluto in un mezzo qualunque. I gas essendo pochissimo rifrangenti, l'indice di rifrazione assoluto differisce pochissimo dall'indice di rifrazione relativo all'aria, e si dimostra (§ 47, n° 8) che *per ottenere l'indice assoluto* N *di un mezzo, dal suo indice* n *relativo all'aria, basta moltiplicare questo per l'indice assoluto dell'aria.*

L'indice di rifrazione relativo al passaggio della luce dall'aria in una sostanza sarebbe eguale a quello relativo al passaggio dal vuoto nella stessa sostanza, se la luce passando da vuoto nell'aria non fosse punto deviata, cioè se l'indice di ri-

frazione dell'aria rispetto al vuoto fosse $=1$. Invece l'indice dal vuoto nell'aria è 1,000294. Ma questo numero è così poco differente dall'unità, che moltiplicando pel medesimo gli indici di rifrazione dall'aria nei mezzi rifrangenti, non varia sensibilmente il loro valore; perciò solo nelle misure assai precise occorre di tener conto del cangiamento, e il più sovente si possono trascurare le differenze.

13. Si è già notato (n° 2) che, *se la direzione del raggio incidente è perpendicolare alla superfice di separazione dei due mezzi*, cioè se l'angolo d'incidenza è nullo, il raggio non è deviato, ma continua nella direzione perpendicolare, ossia l'angolo di rifrazione è pure nullo.

Ciò è anche dimostrato dalla formola $\frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r}=n$ perchè in tal caso si ha $i=0$, e perciò $\text{sen}\, i=0$, onde sostituendo

risulta. $$\frac{0}{\text{sen}\, r}=n;$$

ossia $$n\, \text{sen}\, r=0;$$

d'onde si ricava: $$\text{sen}\, r=\frac{0}{n}=0\,.$$

E siccome si tratta di angoli minori di 90°, se è nullo il seno è pure nullo l'angolo.

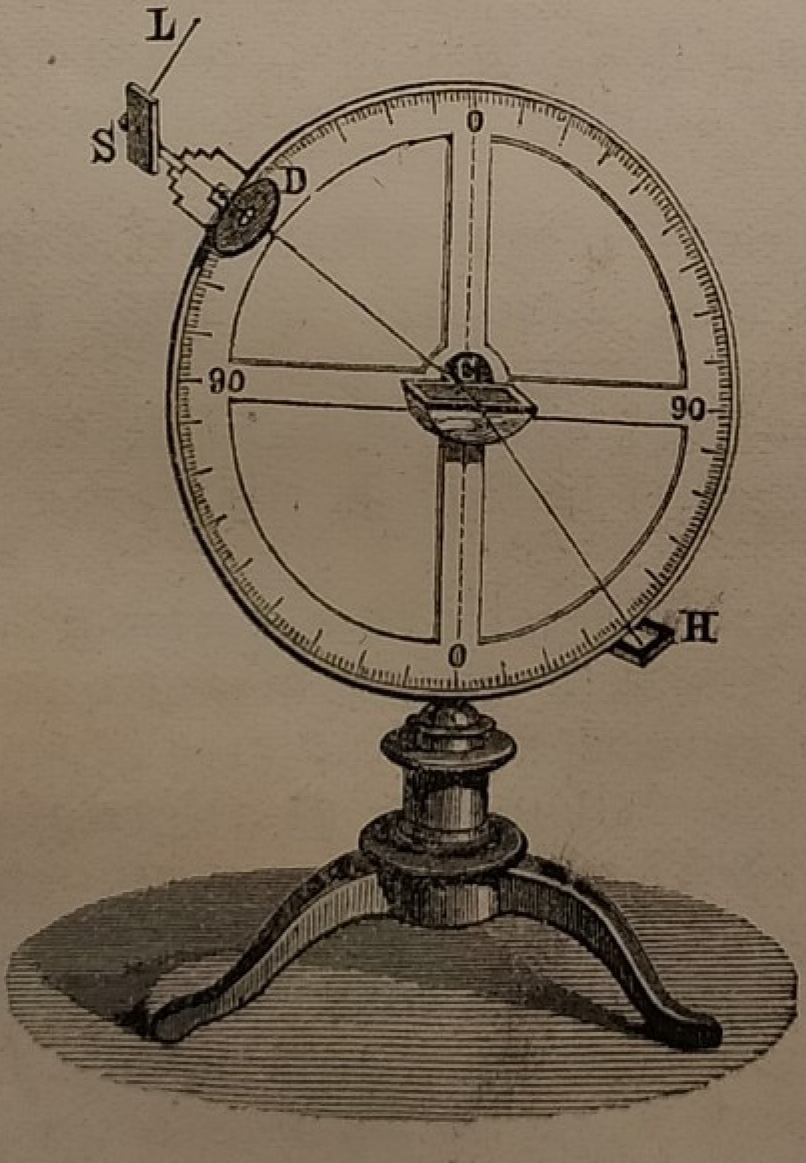


Fig. 83.

14. 1ª *Dimostrazione sperimentale delle leggi della rifrazione.* Si usa ordinariamente a questo scopo il cerchio graduato, che serve per le leggi della riflessione, al centro del quale si colloca, invece dello specchio, un recipiente semicilindrico, C, (fig. 83) in cui si versa dell'acqua. Indi si fa cadere un piccolo fascio di luce solare obliquamente sulla superfice del liquido nella direzione di un raggio del cerchio, e si riceve su di un piccolo schermaglio (H) il raggio rifratto emergente dal liquido perpendicolarmente alla sua superfice semicilindrica e perciò senza deviazione (n° 13). Osservando allora i due angoli di incidenza e di rifrazione,

e misurando i loro seni, ovvero cercandoli nelle tavole, si trova che il loro rapporto è costante, qualunque sia l'obliquità del raggio incidente.

Però, con tale apparecchio non si può dare una dimostrazione sperimentale molto precisa, perchè il fascio non si può rendere molto sottile.

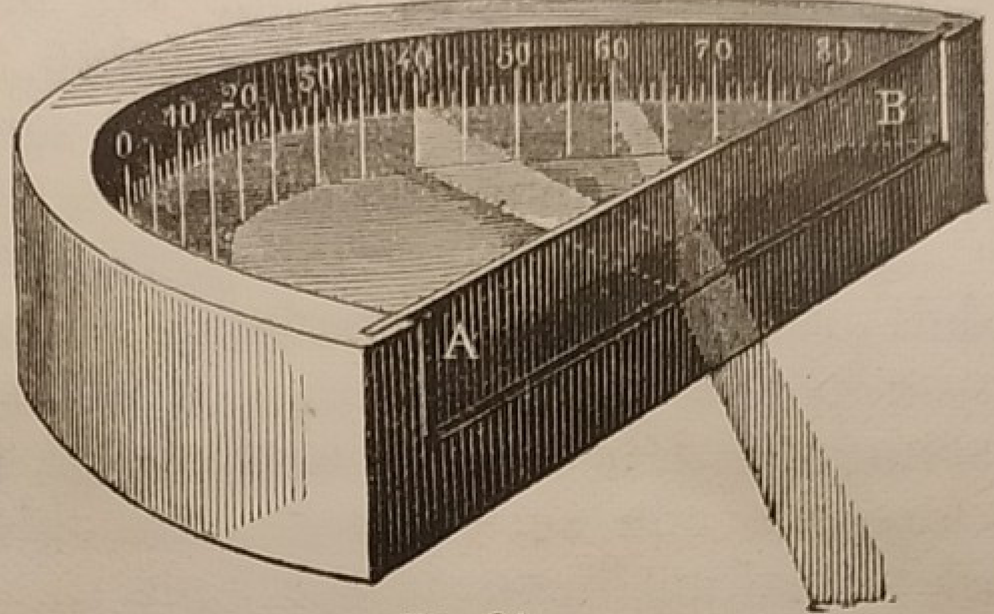


Fig. 84.

15. Si ottiene un fascio più sottile mediante l'apparecchio rappresentato dalla fig. 84, costituito da un recipiente semicilindrico graduato, chiuso diametralmente da una lastra di vetro (AB) coperta esternamente da uno strato opaco, eccettuata una sottile fenditura centrale. Si versa acqua nel recipiente fino alla metà circa della sua altezza e poi si fa entrare nel medesimo per la fenditura un sottile fascio di luce. La parte superiore del fascio che non entra nel liquido, non soffre deviazione e indica la direzione dei raggi incidenti, mentre la parte inferiore entrata nel liquido viene deviata, e per la sottigliezza del fascio, mediante la graduazione, si possono osservare più esattamente i due angoli d'incidenza e di rifrazione, e constatare (mediante le tavole dei seni) che il rapporto dei loro seni è in ogni caso $= \frac{4}{3}$.

16. Le leggi di rifrazione furono scoperte nel 1620 da Snellius, insigne matematico olandese. Esse vennero poi fatte conoscere in Francia da Descartes (1637), e perciò si dicono dai francesi *leggi di Descartes* (Cartesio).

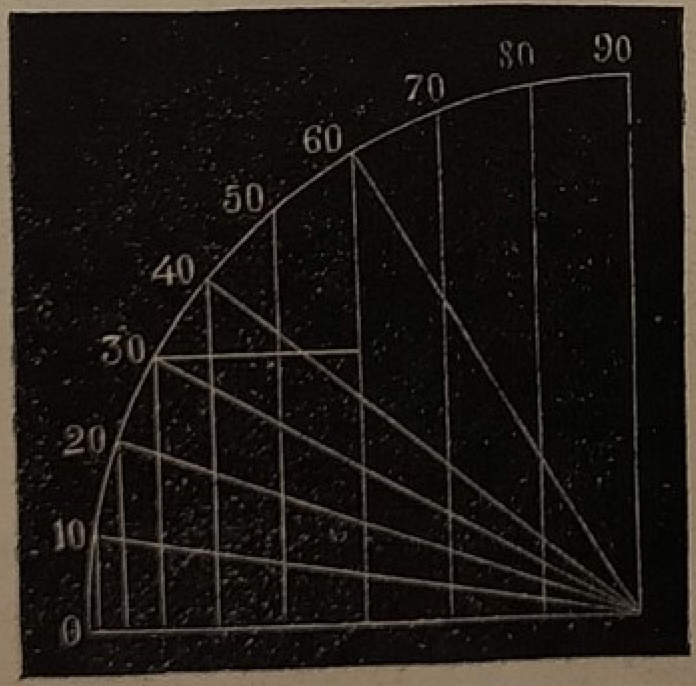


Fig. 85.

17. *La deviazione, cioè la differenza* RDS, (fig. 82, pag. 173) *fra l'angolo d'incidenza e l'angolo di rifrazione cresce col crescere dell'angolo d'incidenza.* — Infatti, finchè gli angoli sono piccoli il seno differisce poco dall'arco, e quindi, siccome ad un angolo doppio, triplo di un altro corrisponde un'arco doppio, triplo; corrisponde pure un seno presso a poco doppio, triplo, ecc. Così nella fig. 85 si scorge che i seni degli angoli di 20°, 30° sono presso a poco doppi, tripli di quello di 10.° Ma per gli angoli grandi il seno cresce meno rapidamente dell'angolo; per es. il seno dell'angolo di 60° non è doppio di quello di 30°,

ma ne è minore, siccome si scorge nella figura; e così pure il seno di 90° non è triplo di quello di 30°.

Del resto, abbiamo già veduto (n° 6), che sen $30° = 1/2$ essendo 1 il raggio; e che sen $60° = 1/2 \sqrt{3}$. Ora $\sqrt{3} = 1,732$, perciò, $1/2 \sqrt{3} = 1/2\ 1,732 = 0,866$. Dunque il seno di 60° non è $1/2 \times 2 = 1$, cioe doppio del seno $1/2$ di 30°, ma solo 0,866. Parimente il seno di 90° non è $1/2 \times 3 = 3/2$, ma solo 1.

Ora, se per gli angoli piccoli, il cui seno è poco differente dall'arco, l'accrescimento del seno è quasi proporzionale a quello dell'arco, essendo per gli angoli grandi invece l'accrescimento del seno notevolmente minore di quello dell'arco, consegue che se l'angolo d'incidenza diviene $i + \alpha$, quello r di rifrazione deve crescere di una quantità β tale che

$$\frac{\text{sen}\,(i + \alpha)}{\text{sen}\,(r + \beta)} = \frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r} = n\ .$$

Ma perchè sussista la precedente eguaglianza, se $i > r$, deve pure essere nello stesso rapporto $\alpha > \beta$, cioè l'accrescimento α dell'angolo maggiore deve essere maggiore di quello β dell'angolo minore affinchè il rapporto dei seni dei due angoli sia costante, come vuole la legge della rifrazione.

Ora, se l'angolo maggiore deve crescere più del minore, consegue che la loro differenza, cioè la deviazione, deve crescere col crescere dell'angolo d'incidenza, ed inversamente. Infatti, se l'angolo d'incidenza è $= 0$, l'angolo di rifrazione è pure $= 0$, e la deviazione è nulla.

18. Per gli archi minori di 20° potendosi al seno sostituire l'arco che misura l'angolo, l'eguaglianza

$$\frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r} = n$$

si riduce a quest'altra più semplice $i : r = n$, che si dice *formola di Keplero*.

19. *Causa della rifrazione nella teoria delle ondulazioni.* — La teoria delle ondulazioni dimostra che il *fenomeno della rifrazione dipende da una diminuzione della velocità della luce nel mezzo più rifrangente*, e che *il rapporto dei seni, o l'indice di rifrazione, è precisamente uguale al rapporto della velocità della luce nei due mezzi*. Cioè rappresentando
con V la velocità della luce nel mezzo meno rifrangente,
con v la velocità nel mezzo più rifrangente, si ha:

$$\frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r} = n = \frac{V}{v}.$$

Per es. per l'aria e l'acqua si ha:

$$\frac{V}{v}=\frac{4}{3}.$$

D'onde si ricava $v = {}^3/_4 V$, cioè la velocità della luce nell'acqua è $^3/_4$ di quella nell'aria; il che venne dimostrato sperimentalmente da Fizeau e Foucault.

E siccome nell'aria la velocità della luce è presso a poco, come nell'etere libero 300 milioni di metri per secondo, ne consegue che la velocità della luce nell'acqua è $^3/_4$ di 300 milioni, cioè 225 milioni di m. L'indice di rifrazione del vetro crown essendo $^3/_2$, la velocità della luce in questo mezzo è $^2/_3$ di 300 milioni, cioè 200 milioni.

20. *Dimostrazione geometrica.* — Sia $s\,a\,b\,s'$ (fig. 86) un fascio di raggi paralleli incidenti sulla superfice $a\,b$ di separazione di due mezzi, per es. aria e acqua, per modo che la retta $a\,c$ perpendicolare ai raggi rappresenti la superfice piana dell'onda nell'istante in cui essa incontra quella ab di separazione. Il punto a diviene allora un centro di scuotimento dal quale partono novelle onde elementari (§ 3, n° 10), e se nell'acqua la luce si propagasse colla stessa velocità che nell'aria, nel tempo in cui in questa la fronte ac dell'onda percorre lo spazio cb, lo scuotimento partito da a arriverebbe sulla superfice della sfera di raggio $ad=cb$. Così pure, quando la fronte dell' onda arriva in e, punto di mezzo di ab,

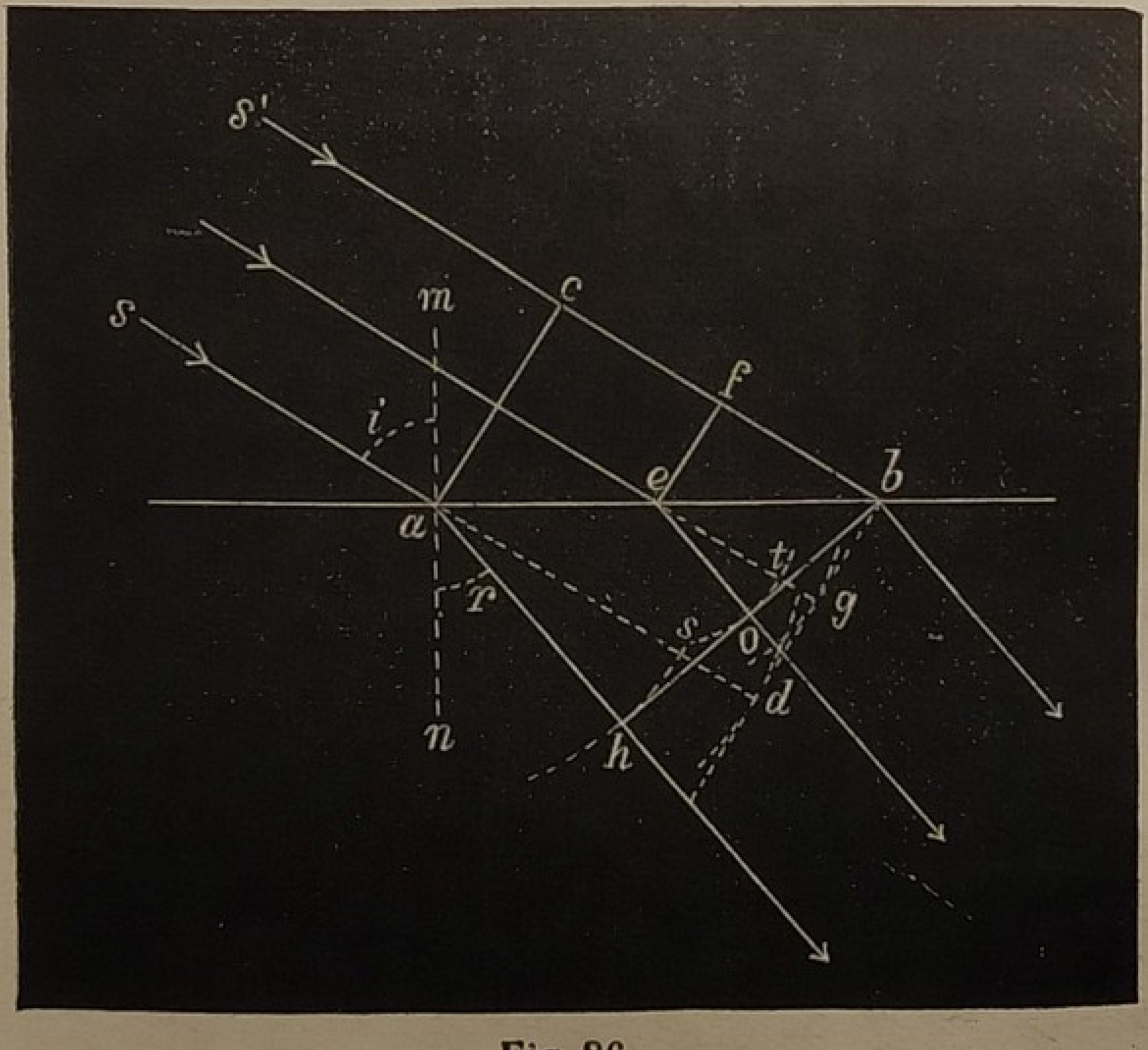


Fig. 86.

questo diventa un centro di onde elementari, e se la luce si propagasse nel 2° mezzo colla stessa velocità del 1°, nel tempo in cui la fronte dell'onda percorre fb nell'aria, lo scuotimento partito da e giungerebbe nel 2° mezzo sulla superfice di una sfera di raggio $eg=fb$, e così per gli altri punti di ab; per modo che la superfice dell'onda risultante dalle onde elementari che partono dai diversi punti di ab quando vengono scossi,

sarebbe la superfice tangente nei punti d, g, b alle onde descritte coi raggi $ad = cb, eg = fb$, ecc., cioè la superfice bd dell'onda risultante sarebbe parallela alla superfice ac dell'onda incidente, e non essendovi deviazione della superfice dell'onda nel nuovo mezzo, non vi sarebbe neppure deviazione dei raggi luminosi, che sono sempre perpendicolari alla superfice dell'onda; cioè infine non vi sarebbe rifrazione. Ma se nel 2° mezzo, cioè nell'acqua, la velocità della luce è solo $^3/_4$ d quella nell'aria, quando a diviene un centro di onde, mentre queste nell'aria acquisterebbero il raggio $ad = cb$, nell'acqua acquistano un raggio $as = {}^3/_4\,ad$. Così pure, l'onda che parte da c, nel tempo in cui nell'aria acquisterebbe il raggio $eg = fb$, nell'acqua acquista solo il raggio $et = {}^3/_4\,eg$. Analogamente per gli altri punti di ab.

Quindi la superfice dell'onda risultante da tutte le onde elementari partite dai diversi punti di ab, sarà rappresentata dalla retta boh tangente agli archi che rappresentano le superfici delle onde elementari aventi dei raggi che sono $^3/_4$ di quelli che avrebbero le stesse onde nell'aria. E siccome i raggi sono sempre perpendicolari alla superfice dell'onda, nell'acqua pigliano le direzioni ah, eo perpendicolari alla nuova superfice bh dell'onda, e le quali fanno colle direzioni primitive ad, eg un angolo eguale a quello hbd che la nuova direzione bh dell'onda fa con quella bd che essa avrebbe avuto se non vi fosse stata rifrazione, perchè i detti angoli had, hbd sono eguali per avere i lati rispettivamente perpendicolari.

Quindi sarà $sam = i$ l'angolo di incidenza e $han = r$ l'angolo di rifrazione.

Ora $sam = abd$ perchè aventi i lati rispettivamente perpendicolari, e così pure $han = abh$. Di più, se col centro b e col raggio ba si immaginano descritti due archi che chiudano gli angoli abh, abd, nel triangolo abd si ha:

$$\frac{ad}{ab} = \text{sen}\, abd = \text{sen}\, i;$$

e nel triangolo abh si ha:

$$\frac{ah}{ab} = \text{sen}\, abh = \text{sen}\, r;$$

perciò:
$$\frac{ad:ab}{ah:ab} = \frac{\text{sen}}{\text{sen}\, r},$$

ossia:
$$\frac{ad}{ah} = \frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r}.$$

Ma *ad* rappresenta la velocità V della luce nell'aria e *ah* quella *v* nell'acqua, perciò si ha ancora:

$$\frac{ad}{ah}=\frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r}=\frac{V}{v}=\frac{4}{3}.$$

E generalmente

$$\frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r}=\frac{V}{v}=n.$$

21. Ma affinchè sia $n>1$, come vuole l'esperienza, è necessario che sia $V>v$, cioè che *la luce si propaghi più rapidamente nell'aria che nell'acqua*, il che è stato verificato sperimentalmente da Foucault (§ 35 nº 6). Ora codesto fatto spiega matematicamente il fenomeno della rifrazione secondo la teoria delle ondulazioni, mentre invece la teoria delle emanazioni richiede il contrario, perciò questa è smentita dall'esperienza, mentre è confermata la prima.

22. Si scorge ancora che, se il fascio incidente *sabs'* cadesse perpendicolarmente alla superfice *ab* del nuovo mezzo, per modo che la superfice *ac* dell'onda coincidesse con *ab*, siccome la diminuzione della velocità avverrebbe contemporaneamente ed egualmente per tutti i raggi incidenti, la superfice dell'onda nel nuovo mezzo risulterebbe parallela a quella incidente, e quindi i raggi della medesima conserverebbero la direzione che avevano prima e non vi sarebbe deviazione o rifrazione.

23. Si è data la spiegazione completa della meccanica della rifrazione secondo la teoria delle onde, sia perchè il fenomeno non è stato esposto per le onde sonore, quantunque si avveri pure nelle medesime, e sia per dare un'idea generale e sufficente, nei limiti di questo libro, della teoria delle ondulazioni.

§ 45. Fenomeni dipendenti dalla rifrazione. — 1. *Sollevamento apparente del fondo di un recipiente contenente un liquido.* — Se si pone una moneta *s* (fig. 87), sul fondo di un recipiente a pareti opache, e si colloca l'occhio (*o*) per modochè il raggio che parte dal punto estremo (*s*) dell'oggetto e rasenta l'orlo del vaso non possa entrare nella pupilla perchè collocata alquanto al di sotto del detto raggio, versando poi acqua nel recipiente senza spostare la moneta, questa diviene visibile, come se venisse sollevata.

Ciò avviene perchè, dopo versata l'acqua, vi sono altri raggi, *sd*, *sc* i quali passando dal liquido nell'aria si allontanano dalle rispettive perpendicolari *de*, *ce'* condotte pei punti di

incidenza, e prendono le direzioni *do*, *co*, cosicchè possono allora entrare nell'occhio.

Di più questo vede il punto luminoso *s* nel luogo *s'* in cui s'incontrano i raggi rifratti, il quale giace al di sopra del punto *s*, sia perchè i raggi emergenti essendosi abbassati, paiono venir dal punto *s'* più elevato, sia perchè il fascio emergente *dco* è alquanto più divergente del fascio incidente *sdc* (essendo il raggio *sc*, che fa colla normale *ce'* un angolo alquanto maggiore di quello del raggio *sd* colla rispettiva normale, alquanto più deviato di questo (§ 44, n° 17), e perciò i prolungamenti dei raggi rifratti si incontrano in un punto più vicino a *d* del punto *s*.

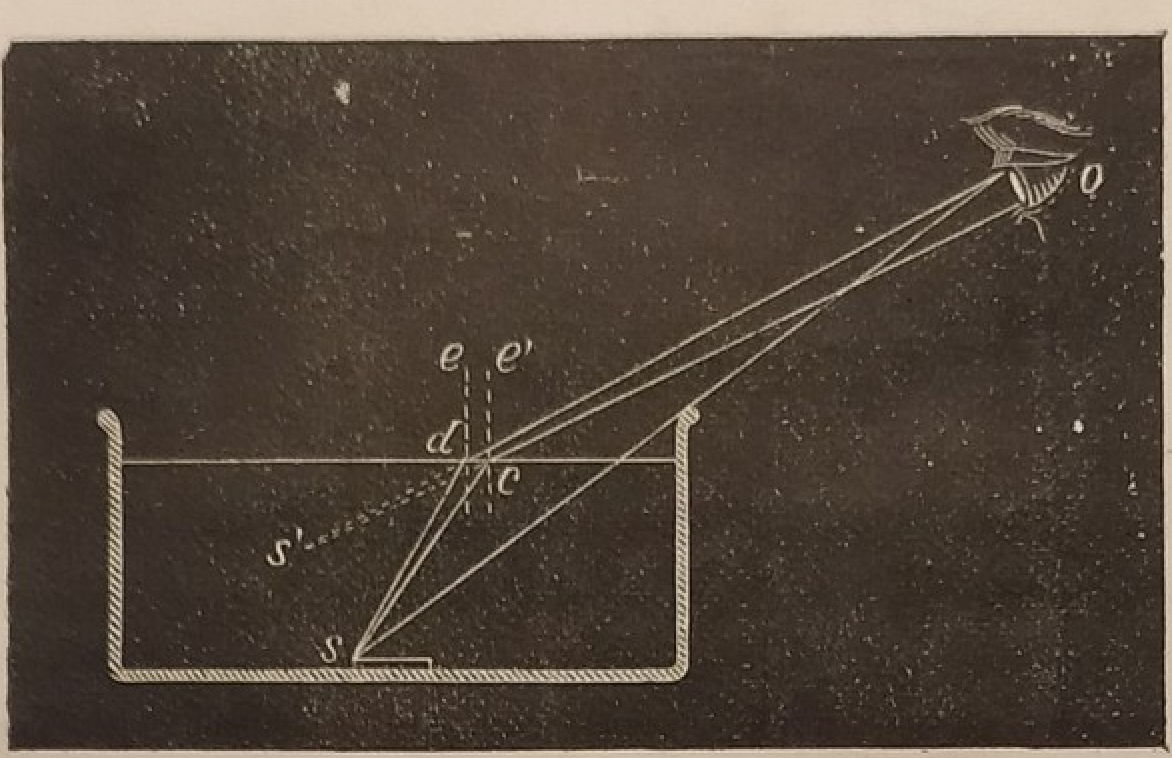


Fig. 87.

Per modochè avviene per l'occhio uno spostamento apparente del punto luminoso non solo in senso verticale, ma anche in direzione orizzontale. Il 1° per l'acqua è circa $^1/_4$ dell'altezza di questa, sul punto luminoso, e il 2° è nullo quando si osserva l'oggetto perpendicolarmente alla superfice del liquido.

Perciò il fondo di un recipiente contenente un liquido appare sollevato, ossia quello appare meno profondo di quanto è

2. Così pure, *un bastone ab* (fig. 88) *immerso obliquamente nell'acqua appare spezzato ed accorciato*, perchè l'estremità *a* appare sollevata in *a'*, e quindi i punti compresi fra *a* e *c* appaiono sulla linea *a'c*, che fa un angolo colla direzione *cb* del bastone nell'aria, e che è più corta di *ac*.

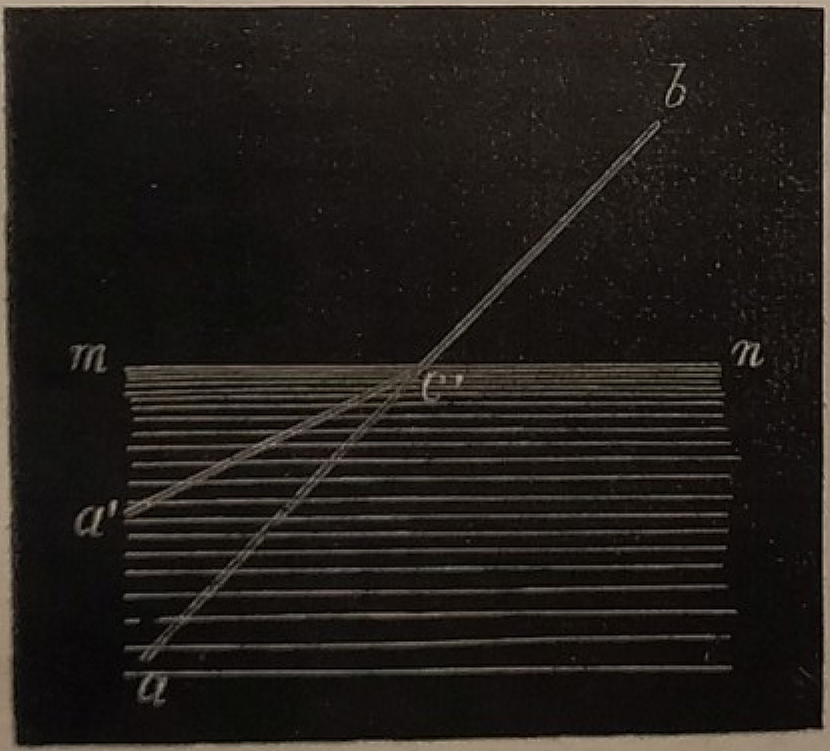


Fig. 88.

3. *Rifrazione atmosferica.* — Siccome gli strati aerei crescono di densità dall'alto in basso, e col crescere della densità di uno stesso gas cresce il suo indice di rifrazione, così, ogni raggio di luce che parte da un astro S (fig. 89) collocato all'o-

rizzonte di un luogo T, attraversando gli strati atmosferici obliquamente, devia in modo continuo, avvicinandosi alle perpendicolari alle superfici di separazione degli strati, successivamente più rifrangenti, e perciò descrive una curva concava verso il basso, come indica la figura, ed entra poi nell'occhio di un osservatore collocato in T come se provenisse da un punto S′ più elevato del punto S da cui è partito. Il sollevamento è massimo quando l'astro è all'orizzonte, e nullo quando è allo zenit di un luogo.

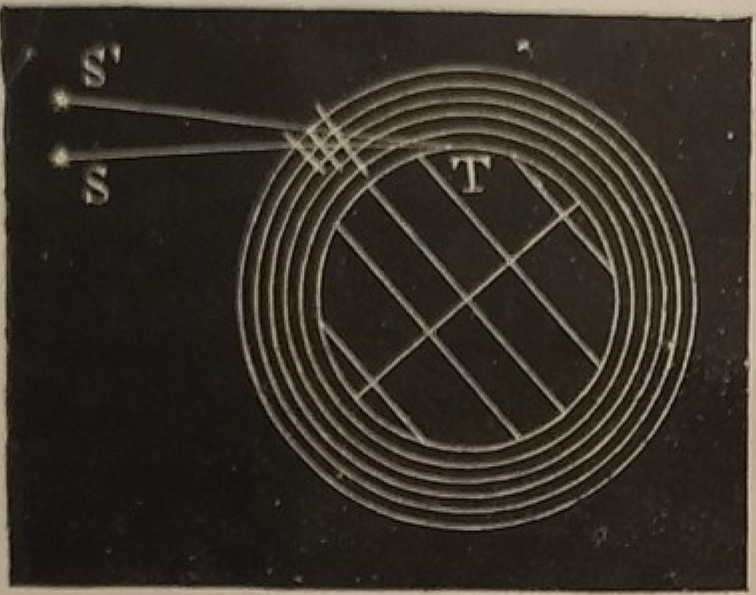


Fig. 89.

Però nei nostri paesi la rifrazione all'orizzonte è solo di circa $^1/_2$ grado o 34′. E siccome il diametro apparente del sole è solo di circa 32′, consegue che quest'astro all'orizzonte viene sollevato di un'altezza superiore al suo diametro; cosicchè lo si vede ancora tutto intiero un istante dopo che è sotto il nostro orizzonte; e così pure al mattino lo si vede un istante prima che si trovi realmente sull'orizzonte. Lo stesso avviene per la luna.

E può accadere, in un eclisse lunare, quando la terra si trova in linea retta tra il sole e la luna, che ambi questi astri sieno visibili ad un tempo, poichè anche negli eclissi totali la luna non cessa di essere visibile, non oscurandosi completamente.

4. Così pure, per effetto della rifrazione atmosferica i monti ci appaiono alquanto più alti del vero, e sui luoghi elevati si gode di un orizzonte alquanto più esteso di quello che si avrebbe senza la rifrazione.

Di tale sollevamento apparente degli oggetti prodotto dalla rifrazione atmosferica devesi tenere conto nelle misure geodetiche delle altezze.

5. Ai piccoli cangiamenti di direzione che provano i raggi luminosi nell'aria continuamente agitata si attribuisce pure lo *scintillìo delle stelle*, le quali per la loro immensa distanza si presentano a noi come punti luminosi. Invece i pianeti non scintillano, perchè per la loro vicinanza ci si presentano come dischi la cui estensione è molto maggiore degli spostamenti prodotti dalla rifrazione atmosferica.

Infine, il tremolìo di oggetti veduti a traverso l'aria riscaldata è pure dovuto ai piccoli cangiamenti di direzione dei raggi luminosi.

§ 46. Angolo limite e riflessione totale. — 1. Si è veduto

(§ 44 n. 11) che quando un raggio di luce passa da un mezzo più rifrangente in uno meno rifrangente, per es., dall'acqua nell'aria, l'angolo di rifrazione deve essere maggiore dell'angolo d'incidenza. Perciò, in tal caso, vi deve essere un angolo di incidenza minore di 90° cui corrisponde un angolo di rifrazione precisamente di 90°.

L'angolo d'incidenza cui corrisponde un angolo di rifrazione retto, si dice *angolo limite*.

2. *Per trovare il valore dell'angolo limite* per due sostanze si deve osservare che in questo caso la luce passando dal mezzo più rifrangente in quello meno rifrangente si ha la relazione:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{1}{n},$$

ossia

$$\text{sen } i = \frac{1}{n} \text{ sen } r$$

Ma l'angolo r essendo allora di 90°, siccome sen 90° = 1 (raggio), risulta.

$$\text{sen } i = \frac{1}{n},$$

il che significa che *il seno dell'angolo limite è eguale al valore reciproco dell'indice di rifrazione*.

Ovvero il seno dell'angolo limite per due sostanze è eguale all'indice di rifrazione corrispondente al passaggio dalla sostanza meno rifrangente in quella più rifrangente.

Così per l'aria e l'acqua è

$$n = \frac{4}{3} \text{ e perciò } \frac{1}{n} = \frac{3}{4} = 0{,}75 .$$

Ora l'angolo il cui seno è 0,75 del raggio è quello di 48°,47'; perciò questo è l'angolo limite per l'acqua e l'aria.

Pel vetro ordinario (crown) e l'aria si ha:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{2}{3},$$

d'onde

$$\text{sen } i = \frac{2}{3} \text{ sen } r = \frac{2}{3}\, 1 = \frac{2}{3},$$

e dalle tavole si ha $i = 41°$ circa.

L'angolo limite, pel passaggio della luce dalle seguenti sostanze nell'aria, è

Alcool	46°,52'	Benzole	41°,48'
Crown glas . . .	40°,49'	Flint glas . . .	37°,36'
Solfuro di carbonio	36°,31'	Diamante .	23°,53'

3. Quindi, per *determinare graficamente l'angolo limite* per l'acqua e l'aria, basta costrurre (nel modo indicato nel § 44, n° 11) un angolo il cui seno sia $^3/_4$ del raggio; e pel vetro e l'aria si deve costrurre un angolo che abbia per seno $^2/_3$ del raggio.

4. *La riflessione totale.* — Quando l'angolo d'incidenza dei raggi luminosi che passano da un mezzo più rifrangente in un mezzo meno rifrangente è maggiore dell'angolo limite, siccome l'angolo di rifrazione dovrebbe essere maggiore di 90°, avviene che i raggi non possono più uscire dalla superfice di separazione dei due mezzi, ma ritornano completamente indietro secondo le leggi della riflessione. Tale fenomeno dicesi *riflessione totale*, perchè tutta la luce così incidente è riflessa, mentre nella riflessione ordinaria essa non è mai riflessa totalmente.

5. *Dimostrazione sperimentale dell'angolo limite e della riflessione totale.* — Mediante lo specchio mobile sulla periferia del cerchio graduato rappresentato dalla fig. 83 (pag. 178) si manda un fascio luminoso dal basso in alto sulla superfice interna dell'acqua, in modo che l'angolo d'incidenza sia dapprima minore di 48°,47′, poi eguale a questo, poi maggiore. Nel 1° caso si veggono i raggi emergere dalla superfice del liquido, nel 2° essi emergono paralleli, e nel 3° caso ritornano completamente indietro secondo le leggi della riflessione.

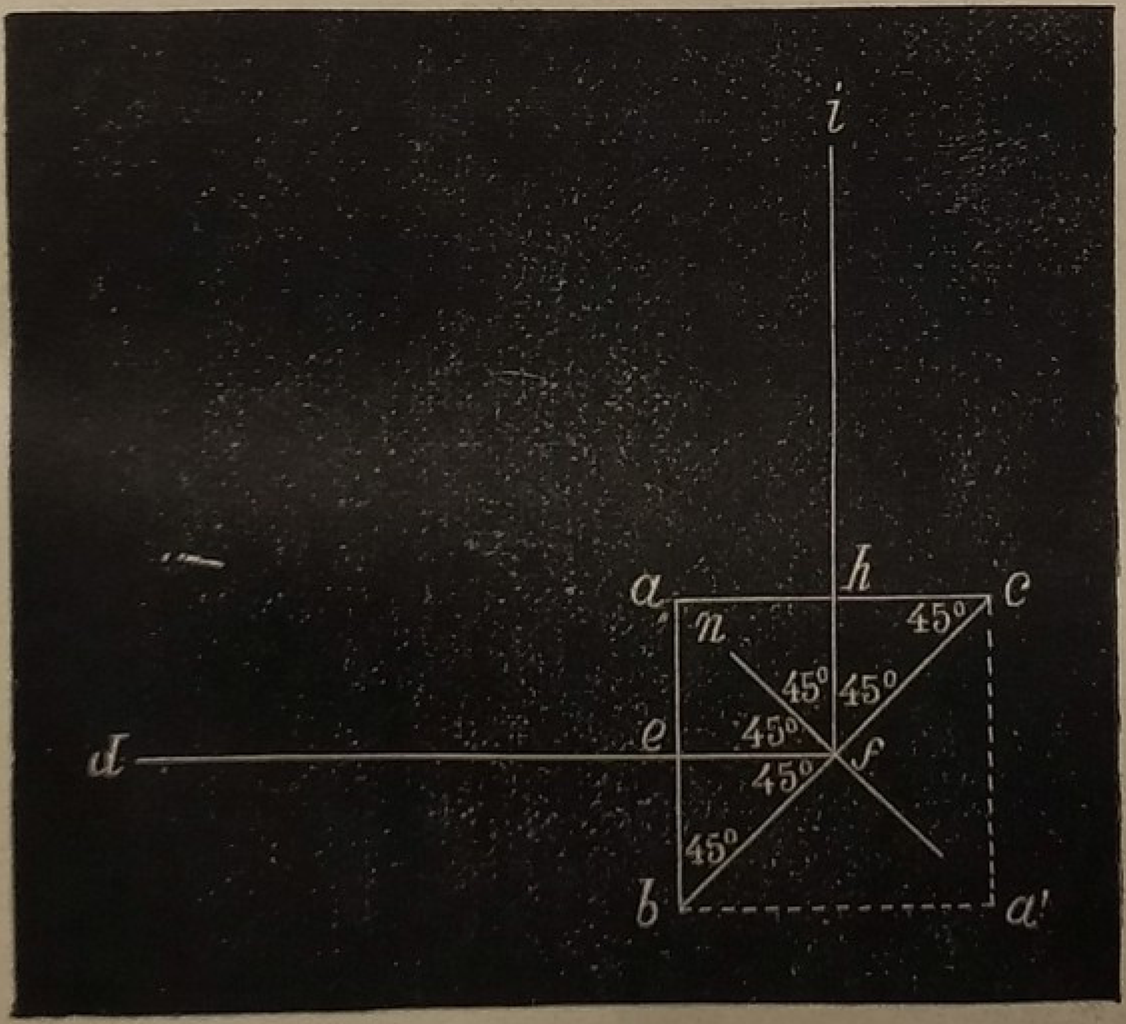


Fig. 90.

Un'esperienza analoga si può fare sostituendo al recipiente semi-cilindrico pieno di acqua una lastra semi-cilindrica di vetro.

6. Il *fenomeno della riflessione totale e la differenza fra questa e la riflessione ordinaria* si può ancora *dimostrare sperimentalmente* con un prisma rettangolare isoscele *abc* (fig. 90). Facendo cadere un fascio luminoso *de* perpendicolarmente sulla faccia verticale del cateto *ab*, esso non subisce deviazione e arriva sulla faccia ipotenusa *bc* facendo colla medesima e quindi anche colla normale *fn* un angolo di 45°, maggiore dell'angolo limite che è di 41°; perciò subisce la

riflessione totale e va a segnare verticalmente sul soffitto in *i* un cerchio assai più luminoso di quello che produce la riflessione ordinaria sulla stessa faccia *bc*, quando il prisma sia collocato nella posizione *bca'*.

Con due prismi rettangoli, disposti l'uno nella posizione *abc*, e l'altro, di fianco, nella posizione *a'bc*, si può vedere contemporaneamente la differenza fra la riflessione totale e l'ordinaria.

Quindi i prismi rettangoli vengono usati negli stromenti ottici siccome perfetti riflettori.

7. *Fenomeni dipendenti dalla riflessione totale.* — Dalla riflessione totale dipendono molti fenomeni.

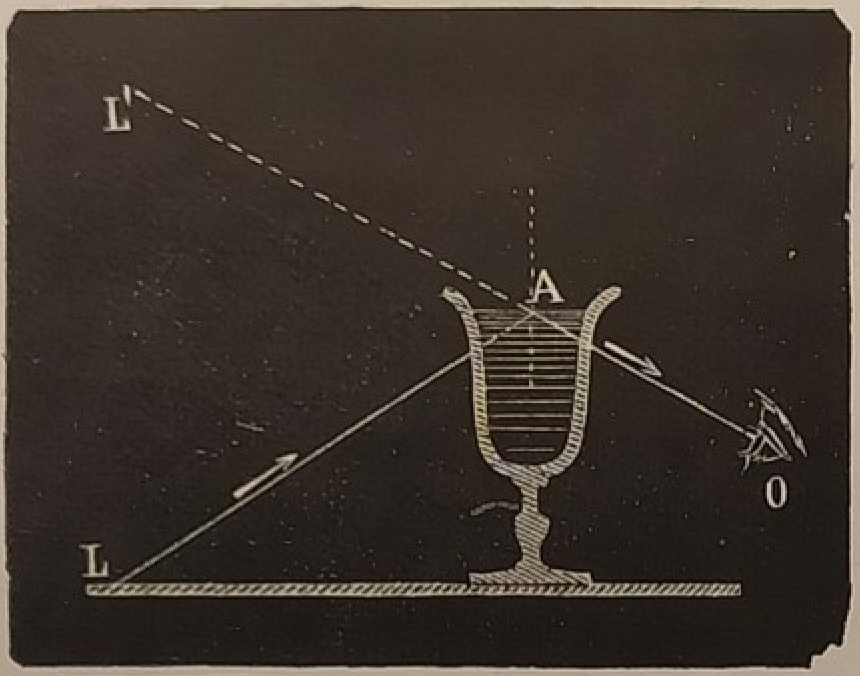


Fig. 91.

Per es., se un oggetto è collocato in L (fig. 91) accanto ad un bicchiere vuoto, un occhio collocato al di sopra di questo, in A, potrà vedere l'oggetto a traverso la parete. Ma se si versa acqua nel recipiente, quantunque il liquido sia trasparente, l'occhio non vede più l'oggetto, perchè il raggio LA, facendo colla normale un angolo di incidenza maggiore dell'angolo limite, subisce la riflessione totale e prende la direzione AO, per modochè collocando l'occhio in O si vede l'oggetto rovesciato in L'.

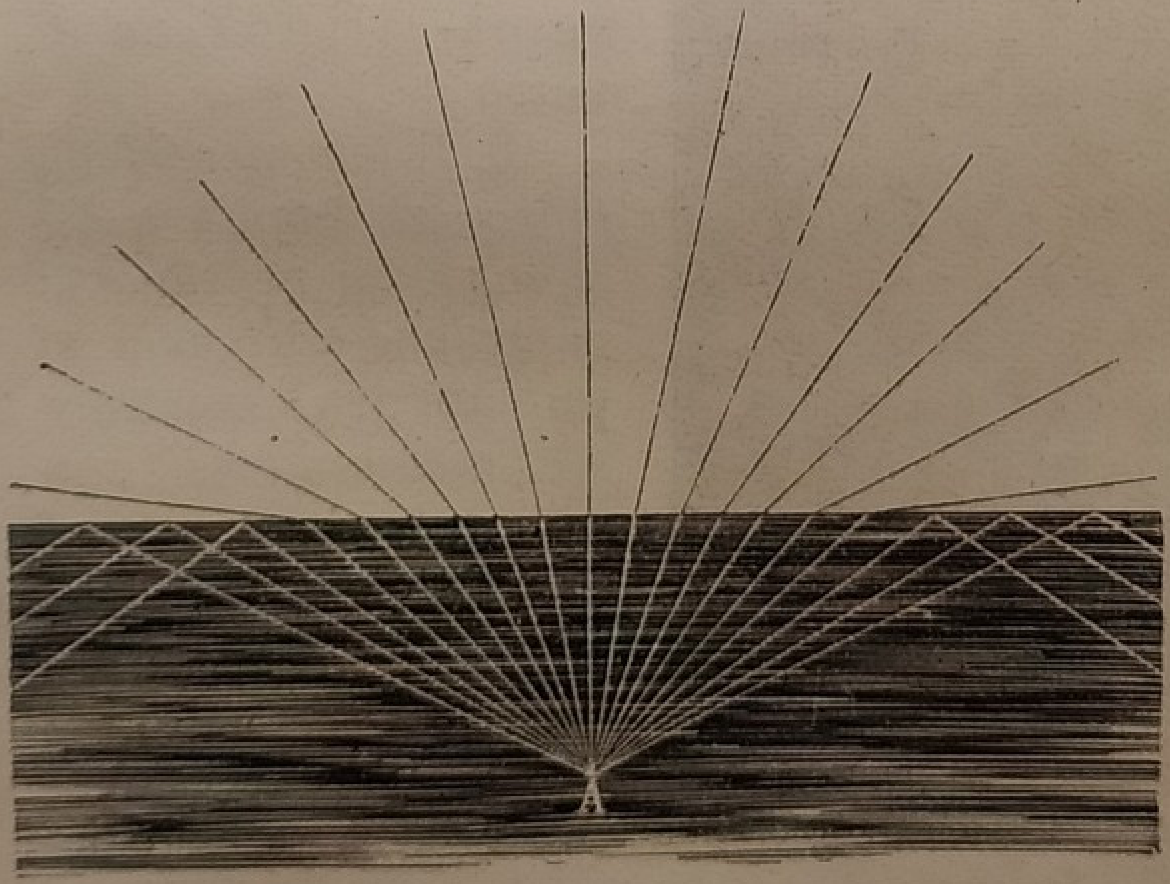


Fig. 92.

E se nell'acqua si trova un punto raggiante A (fig. 92) solo i raggi che fanno colle rispettive normali un angolo minore di 48°, 47' potranno uscir nell'aria, mentre quelli che fanno angolo maggiore saranno rimandati in basso come indica la figura.

8. Fenomeni analoghi a questi si osservano negli acquari, quando si colloca l'occhio in modo da ricevere i raggi

che partendo dagli oggetti collocati nell'acqua, subiscono la riflessione totale sulla superfice superiore del liquido, e poi si dirigono in basso verso la parete laterale di vetro dinanzi alla quale sta l'osservatore.

9. *Il miraggio.* — Sulle ardenti sabbie dei deserti avviene al viaggiatore di osservare immagini rovesciate di alberi o delle nubi e del cielo, come se avanti ai suoi passi si trovasse la specchiante superfice dell'acqua di un lago. Tale fenomeno, detto *miraggio*, si spiega, osservando che pel contatto col suolo ardente i successivi strati aerei debbono diminuire di densità dall'alto in basso e divenire meno rifrangenti. Allora un raggio di luce che parte da un punto L (fig. 93), e discende obliqua-

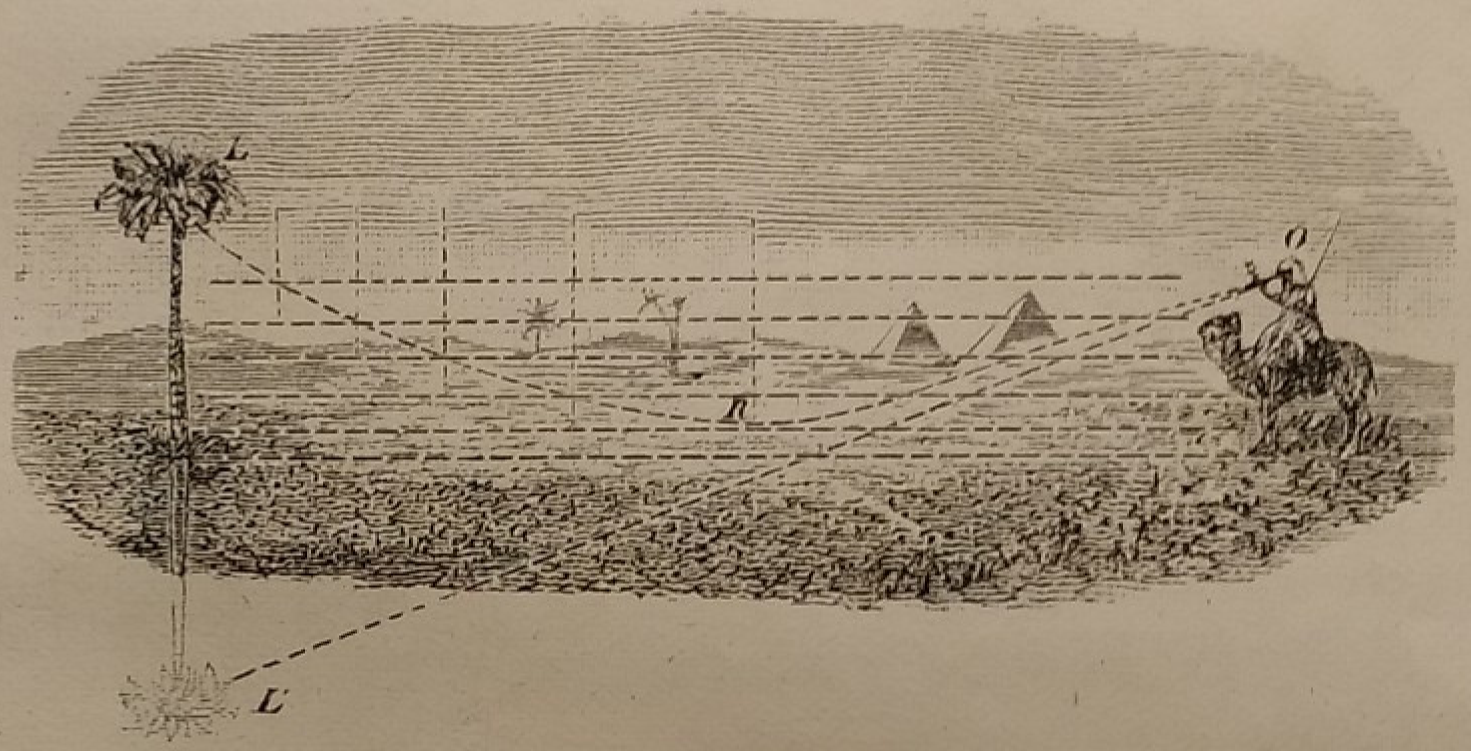


Fig. 93.

mente, passando da uno strato in un altro meno rifrangente, si allontana dalle normali alle loro superfici di separazione, e finisce per fare in R un angolo di incidenza maggiore dell'angolo limite; allora subisce la riflessione totale, e risale verso l'alto, cosicchè entra poi nell'occhio dell'osservatore O come se venisse dal basso, e perciò questo vede il punto luminoso sotto il suolo, come se avesse dinanzi uno specchio orizzontale.

10. I raggi che provengono da oggetti lontani e che sono diretti obliquamente in alto possono anche subire la riflessione totale nell'aria rarefatta delle regioni superiori dell'atmosfera, e allora discendendo possono fare vedere in alto l'immagine rovesciata di oggetti lontani.

Per es., a Reggio di Calabria, in certe mattine d'estate, si veggono in aria immagini rovesciate di edificii collocati sull'opposta spiaggia della Sicilia. Così pure, sui mari si veggono talvolta in aria le immagini rovesciate di navi lontane.

Ma siccome tali fenomeni sono fugaci, perchè nascono da condizioni atmosferiche mutevoli, così vennero dalla fantasia popolare ascritti ad una fata, onde il loro nome di *Fata morgana*.

11. Se si immerge una campanella vuota di assaggio, quale si usa in chimica, nell'acqua (fig. 94), e la si osserva dall' alto, essa appare all'occhio splendente più che se contenesse mercurio. Versando in parte di essa dell' acqua, lo splendore scompare nei punti ove arriva il liquido. E se vi si versa mercurio, questo appare meno splendente dalla parte vuota della campanella.

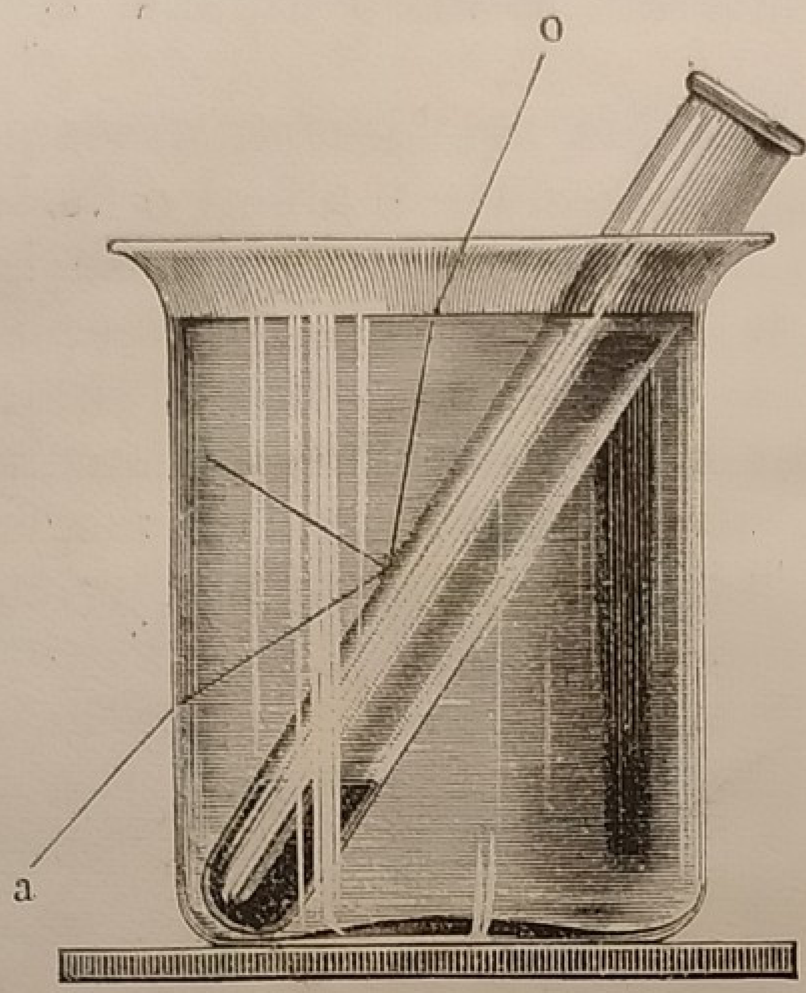


Fig. 94.

Il fenomeno si spiega mediante la riflessione totale, perchè i raggi luminosi che arrivano dal basso (*a*) sulla superfice della campanella a traverso l'acqua che la circonda fanno colle rispettive normali angoli maggiori dell'angolo limite, e perciò non entrano nella campanella, ma subiscono sulla superfice della medesima la riflessione totale.

Invece versando acqua in una parte della campanella, ivi il fenomeno scompare perchè non ha più luogo la riflessione totale.

Per la stessa ragione le bolle d'aria nell'acqua splendono come perle; le fessure nei corpi trasparenti, per es. nel vetro, splendono come una striscia di mercurio.

Anche lo splendore interno di corpi trasparenti, limitati da facce piane, come ad es., dei pezzi di vetro dei lampadarii, dipende dalla riflessione totale; questo splendore avviene tanto più facilmente e abbondantemente quanto minore è l'angolo limite, perciò il diamante è assai splendente.

12. Si attribuisce ancora alla riflessione totale la bianchezza della schiuma, della neve, del vetro pesto, ed in generale dei corpi trasparenti, che ridotti in polvere perdono la trasparenza; ma la riacquistano versandovi sopra acqua o meglio olio molto rifrangente.

§ 47. Rifrazione a traverso mezzi a faccie piane parallele. — 1. *Quando i raggi luminosi attraversano un mezzo trasparente terminato da faccie piane parallele, i raggi emergenti non sono deviati, ma escono parallelamente ai raggi incidenti; però vengono alquanto spostati lateralmente, e lo spostamento cresce col crescere della grossezza del mezzo, dell'angolo d'incidenza e dell'indice di rifrazione.*

2. *Dimostrazione sperimentale.* — In una camera oscura si fa

entrare un fascio di luce solare per una fenditura lunga tre o quattro centimetri, e si fa passare la metà circa del fascio a traverso un mezzo a facce piane parallele, mentre l'altra metà si lascia continuare nella sua via siccome indicatrice della medesima. Si vede così che il fascio emergente dal mezzo è parallelo all'incidente che gli sta di fianco, ma spostato lateralmente, tanto più quanto maggiore è la grossezza del mezzo, l'angolo d'incidenza e l'indice di rifrazione.

3. *Dimostrazione geometrica.* — Siccome i raggi nell'uscire di tanto si allontanano dalla normale di quanto si sono avvicinati nell'entrare, perciò escono con direzione parallela a quella che avevano entrando.

4. Per un'analisi geometrica più minuta del fenomeno si debbono fare le seguenti considerazioni. Rappresentando con MN, PQ (fig. 95) le superfici parallele del mezzo, con AB il

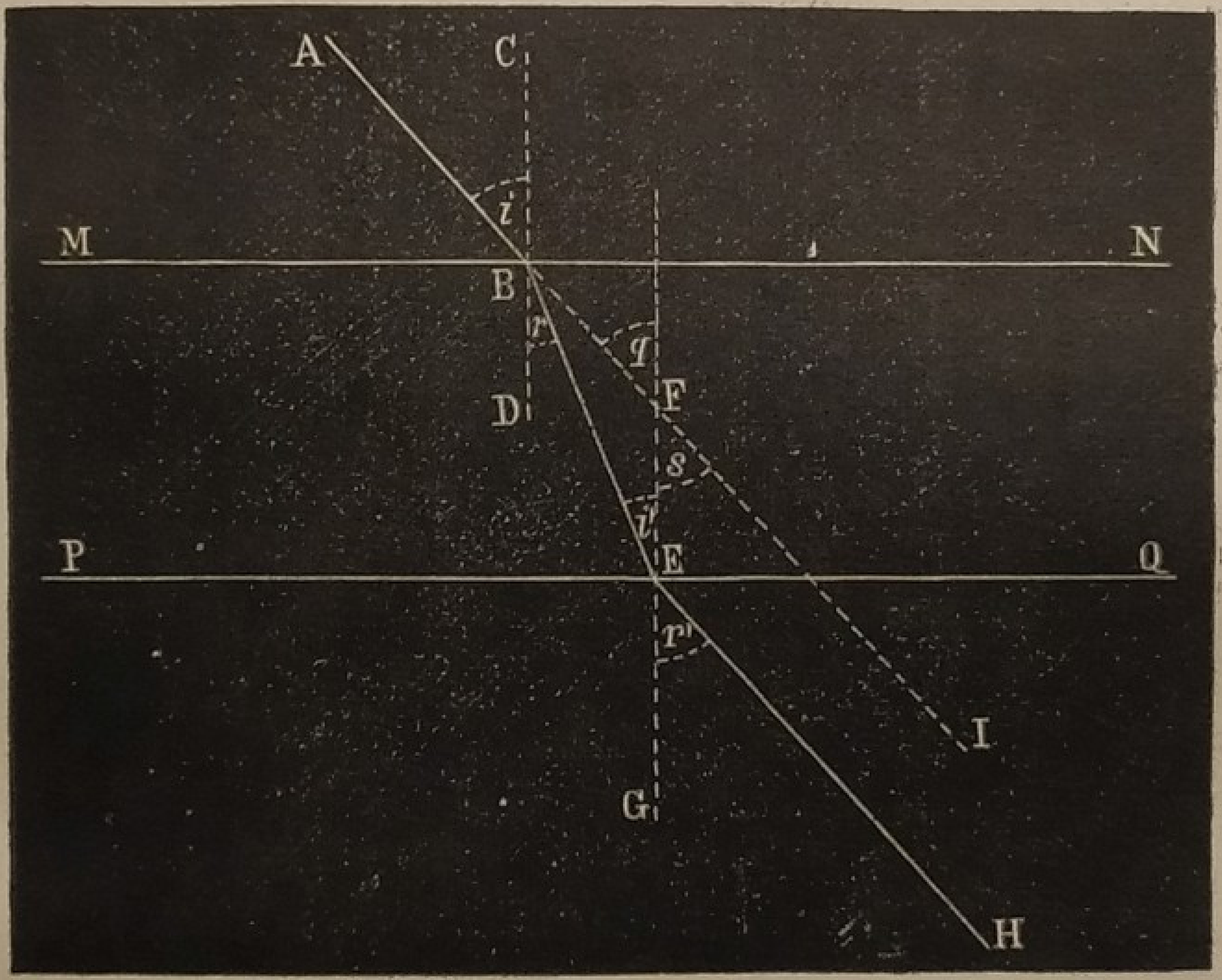


Fig. 95.

raggio incidente, con CD la normale condotta per B, con BE il raggio rifratto, con i il 1° angolo d'incidenza ABC, con r il 1° angolo di rifrazione DBE, con n l'indice di rifrazione, si ha:

$$\frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r} = n \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1).$$

Quindi, se FG è la normale condotta pel punto d'emergenza E, EH il raggio rifratto emergente, e si pone BEF$=i'$, GEH$=r'$, si ha:

$$\frac{\text{sen}\, i'}{\text{sen}\, r'} = \frac{1}{n}, \text{ ovvero } \frac{\text{sen}\, r'}{\text{sen}\, i'} = n \ldots\ldots \quad (2)$$

Ora dalle eguaglianze (1) e (2) che hanno il 2° membro eguale si ricava:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{\text{sen } r'}{\text{sen } i'} \quad \ldots\ldots \quad (3).$$

Ma le normali CD, FG essendo parallele fra loro, perchè perpendicolari alle parallele MN, PQ, gli angoli r, i' sono eguali perchè alterni interni; e sono pure eguali i loro seni essendo ambidue minori di 90°. Dunque nella (3) sono eguali i denominatori, e perciò debbono pure essere eguali i numeratori, altrimenti i due rapporti non potrebbero essere eguali. Dunque dovrà essere sen $r' =$ sen i, e per conseguenza $r' = i$, trattandosi di angoli minori di 90°. E siccome il lato EG è parallelo a BC, dovrà essere EH parallelo ad AB.

5. Il che si può anche dimostrare così. Prolungando AB in I e rappresentando con q, s gli angoli opposti al vertice in F, sarà: $i = q = s$, ma $i = r'$, dunque $s = r'$ e perciò AI è parallela ad EH.

6. Dalla costruzione fatta si scorge ancora che la distanza fra la direzione EH del raggio emergente e quella AB del raggio incidente cresce col crescere della distanza fra PQ ed MN, cioè della grossezza o spessore del mezzo; come pure col crescere dell'indice di rifrazione, perchè il punto E si allontana da AI, ed infine col crescere dell'angolo d'incidenza ABC, perchè cresce la deviazione del raggio rifratto (§ 44, n° 17), e se detto angolo fosse nullo, non si avrebbe rifrazione nè all'incidenza, nè all'emergenza.

7. Quindi i vetri delle finestre che hanno piccola grossezza, e a traverso i quali noi vediamo gli oggetti esterni sotto piccoli angoli d'incidenza, non producono spostamenti sensibili di quelli.

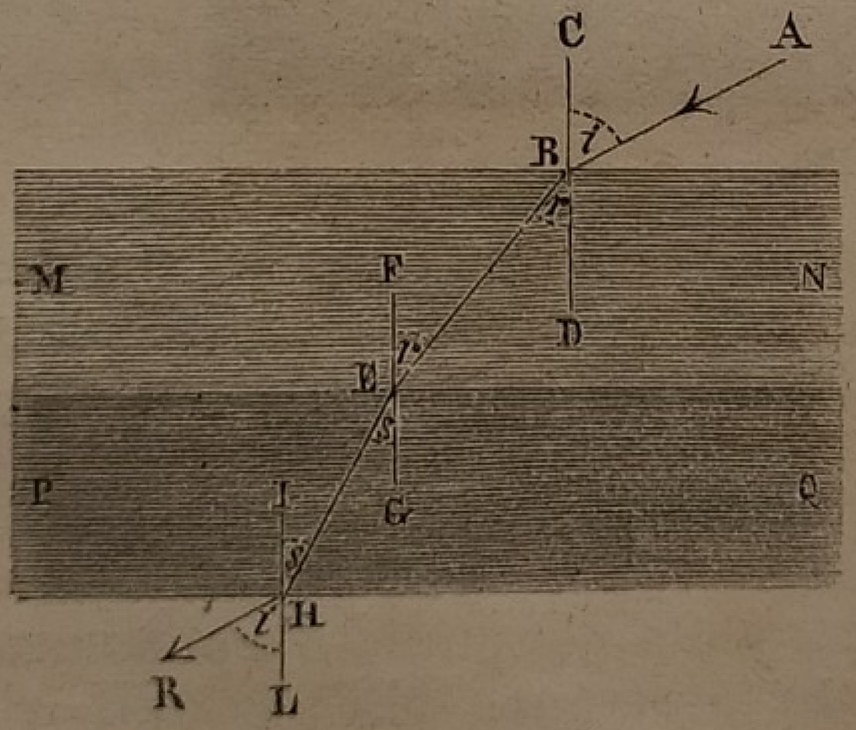


Fig. 96.

8. *Rapporto fra l'indice assoluto e l'indice relativo.* — Sieno MN, PQ (fig. 96) due strati sovrapposti di diversa sostanza, limitati da piani paralleli, sopra e sotto dei quali vi sia il vuoto, AB un raggio incidente, BE, EH il raggio successivamente rifratto nei due mezzi, HR il raggio emergente parallelo all'incidente (n° 1).

Sia ABC = RHL = i,
» DBE = FEB = r,
» GEH = IHE = s,
» α l'indice assoluto di MN,
» β » » PQ,
» n l'indice relativo delle due sostanze.

Siccome il raggio emergente HR è parallelo al raggio incidente AB, perciò si ha:

$$\alpha = \frac{\text{sen } i}{\text{sen } r}, \quad n = \frac{\text{sen } r}{\text{sen } s}, \quad \frac{1}{\beta} = \frac{\text{sen } s}{\text{sen } i};$$

le quali eguaglianze moltiplicate membro a membro, danno

$$\frac{\alpha n}{\beta} = \frac{\text{sen } i}{\text{sen } i} = 1, \quad \text{ossia} \quad n = \frac{\beta}{\alpha} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (1).$$

Ciò significa che l'*indice relativo al passaggio da una sostanza ad un'altra è eguale all'indice assoluto della seconda diviso per quello della prima.*

Per es., se l'indice assoluto dell'acqua e del vetro sono rispettivamente $^4/_3$ e $^3/_2$ (veramente questi sono gli indici delle due sostanze relative all'aria; ma l'indice assoluto di questa essendo piccolissimo, l'indice assoluto differisce pochissimo da quello relativo all'aria), l'indice relativo dall'acqua al vetro è $^3/_2 : {}^4/_3 = {}^9/_8$; mentre quello dal vetro all'acqua è $^4/_3 : {}^3/_2 = {}^8/_9$.

Siccome poi tutte le misure degli indici si fanno nell'aria, così, *per dedurre l'indice assoluto β di un corpo del suo indice* n *relativo all'aria, basta moltiplicarlo per l'indice assoluto α di questa,* perchè dalla (1) si ricava: $\beta = n\alpha$.

§ 48. La rifrazione nei prismi. — 1. Nell'ottica chiamasi *prisma* ogni mezzo trasparente limitato da facce piane inclinate.

2. I prismi più usati sono triangolari. Essi possono essere solidi o liquidi od anche aeriformi. I primi sono di vetro o di altra sostanza trasparente (fig. 97). Per dar loro la posizione opportuna nelle esperienze si montano su un sostegno che permette di farli girare attorno a due assi perpendicolari (fig. 98).

Fig. 97

I prismi liquidi ed aeriformi si ottengono ponendo tali corpi in recipienti formati con lastre di vetro inclinate e stabilmente riunite negli angoli (fig. 99).

3. Chiamasi *angolo rifrangente* del prisma l'angolo diedro formato dalle due facce piane inclinate, attraverso le quali passa il raggio luminoso.

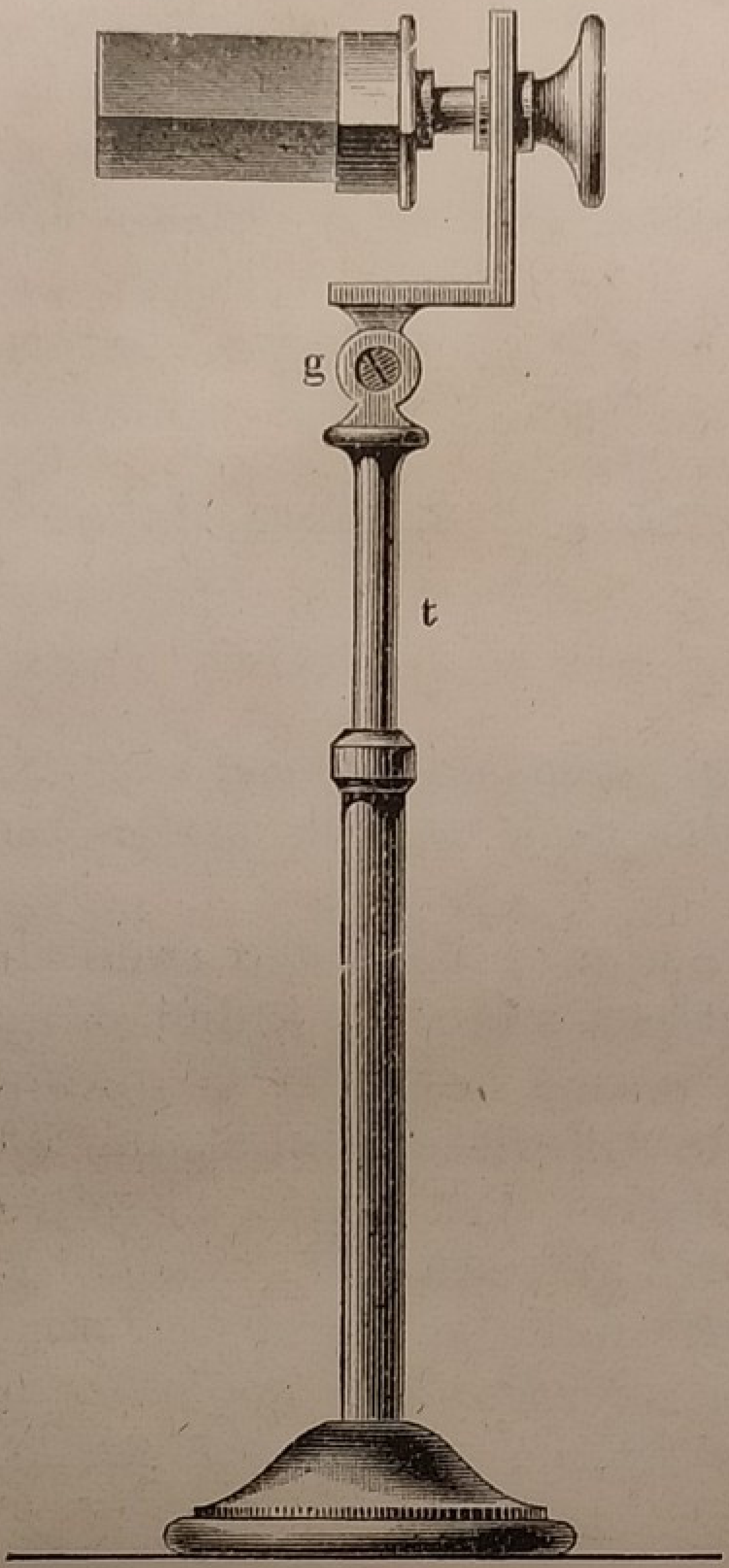


Fig. 98.

Fig. 99.

Se il prisma è triangolare la faccia opposta all'angolo rifrangente dicesi *base* del prisma.

Infine, dicesi *sezione principale* di un prisma, la sezione fatta nel medesimo da un piano perpendicolare allo spigolo dall'angolo rifrangente.

In un prisma triangolare tale sezione è un triangolo, e secondochè questo è equilatero, isoscele, o scaleno, o rettangolo, il prisma si denomina nello stesso modo.

4. *Effetti dei prismi sui raggi luminosi che li attraversano.* — Se in una camera oscura si fa entrare un fascio di luce solare bianca, e si interpone un prisma sul tragitto di una parte del medesimo, si osservano due fenomeni: 1° I raggi che attraversano il prisma vengono deviati verso la base di questo; 2° I raggi deviati divengono colorati.

Conviene studiare i due fenomeni separatamente, perciò in questo § si tratta solo del primo.

5. *Deviazione della luce prodotta da un prisma. — I raggi luminosi che attraversano un prisma vengono deviati due volte verso la base di questo, cosicchè gli oggetti veduti attraverso i prismi appaiono spostati verso il vertice.*

6. *Dimostrazione geometrica.* — Sia ABC (fig. 100) la sezione

principale di un prisma di vetro, LD un raggio luminoso incidente contenuto nel piano della detta sezione.

Per segnare il raggio rifratto, si conduce la normale EF alla faccia AB, quindi si tira la retta DG in modo che faccia colla detta normale un angolo di rifrazione GDF il cui seno sia $^2/_3$ di quello dell'angolo d'incidenza LDE (*). Infine, per segnare il raggio emergente si tira la normale MF alla seconda faccia AC del prisma, e poi una retta GO che faccia colla normale MF un angolo di rifrazione OGM il cui seno sia $^3/_2$ di quello dell'angolo d'incidenza DGF.

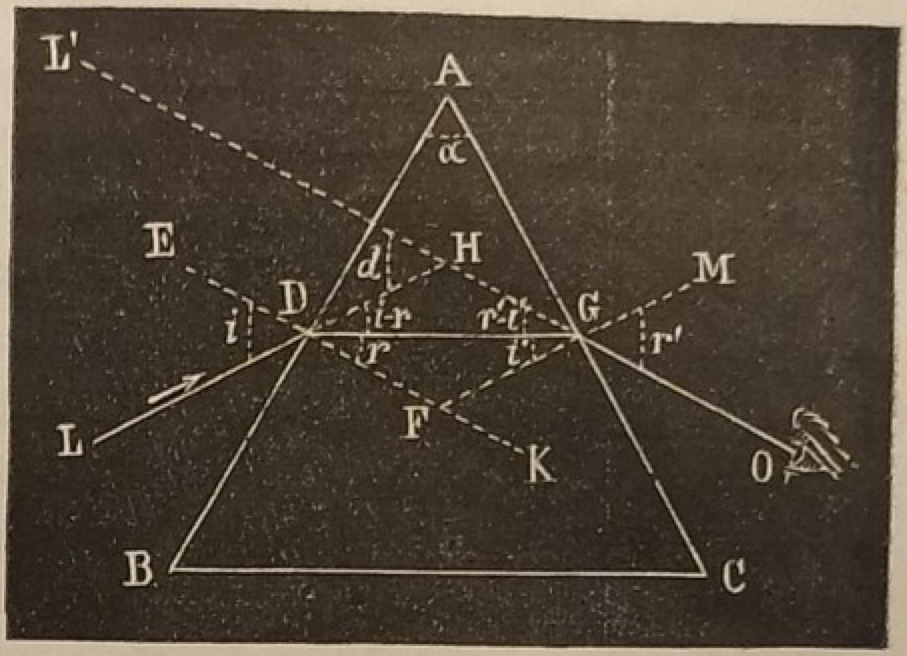


Fig. 100.

Quindi si vede che *il raggio si piega due volte nello stesso senso, cioè verso la base del prisma*, permodochè un occhio collocato in O riceve un fascio di raggi partiti da L come se provenissero da un punto L′ collocato verso il vertice, cioè *gli oggetti veduti attraverso un prisma appaiono spostati verso il vertice.*

7. *Deviazione prismatica.* — L'angolo LHL′, che la direzione LH del raggio incidente fa con quella OL′ del raggio emergente si dice *angolo di deviazione* del prisma.

La grandezza dell'angolo di deviazione della luce prodotta da un prisma dipende:

1° dagli angoli di incidenza e di emergenza del raggio luminoso;

2° dall'angolo rifrangente del prisma;

3° dall'indice di rifrazione.

Il che è provato dalle seguenti proposizioni.

8. *Rapporto fra la deviazione e l'angolo d'incidenza. Deviazione minima. — La deviazione dei raggi prodotta da un prisma varia col variare dell'angolo d'incidenza, ed è minima quando l'angolo di emergenza è eguale all'angolo di incidenza, cioè quando i raggi emergenti ed incidenti sono egualmente inclinati, o simmetricamente disposti, rispetto alle facce del prisma.*

(*) Per facilità di costruzione, invece dei seni si possono considerare gli archi che misurano i due angoli di incidenza e di rifrazione, cioè condurre la retta DG in modo che l'arco che misura l'angolo GDF sia circa $^2/_3$ dell'arco che misura l'angolo LDE. Perciò si può chiudere l'angolo di incidenza con un arco e dividere questo in 3 parti eguali, e poi segnare il raggio rifratto in modo che l'arco che lo misura sia $^2/_3$ di quello dell'angolo d'incidenza.

9. *Dimostrazione sperimentale.* — In una camera oscura si fa cadere un fascio di raggi solari su di un prisma in modo che una parte attraversi questo e l'altra passi al di fuori e stia così ad indicare la direzione dei raggi incidenti su di uno schermaglio opportunamento disposto. Allora, girando il prisma sul suo asse sempre nello stesso senso, in modo da fare variare l'angolo d'incidenza dei raggi sulla faccia del prisma, si vede che l'angolo di deviazione diminuisce fino ad un certo limite, raggiunto il quale, continuando a girare il prisma nello stesso verso, l'angolo di deviazione di nuovo cresce. Lo stesso avviene girando il prisma in senso contrario.

Vi è dunque un angolo di deviazione minore di tutti gli altri, il quale si dice *angolo di deviazione minima.* Ora, osservando e misurando gli angoli che i raggi incidenti ed emergenti fanno colle facce del prisma quando la deviazione è minima, si vede che sono eguali.

10. *Rapporto fra la deviazione e l'angolo rifrangente del prisma. — A parità di indice di rifrazione e di angolo d'incidenza, la deviazione cresce col crescere dell'angolo rifrangente del prisma.*

Però *la deviazione non è proporzionale all' angolo rifrangente*, ma specialmente per i grandi angoli rifrangenti la deviazione cresce più rapidamente che l'angolo rifrangente.

Per es. se l'angolo rifrangente cresce di 5°, la deviazione cresce di più che non diminuisca quando l'angolo rifrangente decresce di 5°.

11. 1ª *Dimostrazione sperimentale.* — Si fa successivamente passare una parte di un fascio luminoso a traverso i 3 angoli rifrangenti di un prisma triangolare scaleno, notando su un diaframma la deviazione minima nei 3 casi, e si vede che essa è massima per l'angolo maggiore del prisma, minima per l'angolo minore, media per l'angolo medio.

12. 2ª *Dimostrazione sperimentale.* — Si ottiene lo stesso risultato con un prisma liquido del quale si può fare variare l'angolo rifrangente avvicinando od allontanando le due lastre di vetro che formano l'angolo.

13. *Rapporto fra la deviazione e l'indice di rifrazione del prisma. — A parità di angolo rifrangente e di angolo di incidenza dei raggi luminosi la deviazione cresce col crescere dell'indice di rifrazione della sostanza del prisma.*

14. 1ª *Dimostrazione sperimentale.* — Si prendono due prismi ambidue scaleni, e con angoli uguali, l'uno di crown, l'altro di flint, e si prova a far deviare un fascio luminoso prima con uno qualunque degli angoli rifrangenti di un prisma e poi con l'angolo eguale dell'altro; si trova così che l'angolo di deviazione minima è maggiore nel caso del prisma di flint

più rifrangente che non nel caso del prisma di crown meno rifrangente.

15. 2ª *Dimostrazione sperimentale.* — Si può dimostrare sperimentalmente lo stesso fatto mediante il *poliprisma*, cioè un prisma costituito da parecchi prismi di diversa sostanza, per es. di flint, di cristallo di rocca, di crown ecc., ma collo stesso angolo rifrangente, e saldati l'uno di fianco all'altro colle loro basi. Se si fa passare un fascio luminoso attraverso i medesimi si vede che i fasci rifratti sono diversamente deviati.

16. *Leggi della deviazione prismatica.* — Per la deviazione del prisma valgono le seguenti leggi.

1ª Legge. — *La deviazione prismatica di un raggio luminoso è eguale alla somma delle deviazioni prodotte dalle due facce rifrangenti del prisma* attraversate da quello.

Cioè ponendo (fig. 100) ang. $LDE = i$,

» $FDG = r$,

» $DGF = i'$,

» $MGO = r'$,

» $LHL' = d$,

Si ha: $d = (i - r) + (r' - i')$.

Dimostrazione. — d è l'angolo esterno di un triangolo i cui angoli interni non adiacenti sono $i - r$, $r' - i'$; perciò dalla geometria si ha $d = (i - r) + (r' - i')$.

17. 2ª Legge. — *La somma dei due angoli di rifrazione e di incidenza del raggio luminoso nell'interno del prisma è costante, ed eguale all'angolo rifrangente* A *del prisma;* cioè $A = r + i'$.

Dimostrazione. — Nel triangolo DFG, la somma $r + i'$, dei due angoli r, i', è il supplemento dell'angolo DFG; e così pure nel quadrilatero ADFG, rettangolo in D e G, l'angolo A è supplemento dell'angolo F. Dunque la somma dei due angoli r e i', e l'angolo A del prisma hanno lo stesso supplemento, e perciò sono uguali fra loro, cioè $A = r + i'$ (1).

18. 3ª Legge. — *La deviazione prismatica è uguale alla somma degli angoli di incidenza e di emergenza, diminuita dell'angolo rifrangente del prisma;* cioè $d = i + r' - A$.

Dimostrazione. — L'eguaglianza $d = (i - r) + (r' - i')$ (nº 16) si può scrivere: $d = i + r' - (r + i')$;

ma si è ricavato (nº 17)

$$r + i' = A,$$

quindi sostituendo risulta:

$$d = i + r' - A \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

19. Questa formola dimostra che *la deviazione prismatica dipende: 1° dall'angolo d'incidenza i; 2° dall'angolo di emergenza r', il quale alla sua volta dipende dall' indice* n *di rifrazione*; 3° *dall'angolo rifrangente* A *del prisma*, siccome venne già dimostrato sperimentalmente (n° 10).

20. Però, essa sembra indicare che la deviazione debba decrescere col crescere dell'angolo rifrangente A. Ma si deve osservare che supposto costante i, cioè il primo angolo d'incidenza, col crescere di A cresce pure la deviazione nell'emergenza del raggio dalla 2ª faccia, perchè cresce l'angolo i d'incidenza su questa e quindi anche l'angolo r' di deviazione ma più rapidamente di A; perciò col crescere di A cresce d.

21. Di più, le equazioni (1) e (2) (nⁱ 17, 18), e le due altre relative alle rifrazioni in D e G, cioè:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = n, \qquad \frac{\text{sen } i'}{\text{sen } r'} = \frac{1}{n},$$

permettono di determinare non solo la deviazione d, ma anche r, i', r' quando sono note le quantità n, A, i.

22. Infine si dimostra col calcolo elementare che la deviazione è minima quando gli angoli di incidenza e di emergenza dei raggi sono eguali. Ma tale dimostrazione richiedendo l'uso di formole trigonometriche esce fuori dei confini del presente libro.

23. *Misura dell'indice di rifrazione.* — La deviazione minima permette di misurare con esattezza l'indice di rifrazione delle diverse sostanze. Infatti in questo caso essendo (n° 22):

$$i = r', \text{ (fig. 100)},$$

e quindi $$r = i',$$

l'eguaglianza $$A = r + i' \text{ (n° 17)},$$

diviene: $$A = 2r,$$

d'onde si ricava: $$r = \frac{A}{2};$$

e l'altra (n° 18) $$d = i + r' - A,$$

diviene: $$d = 2i - A;$$

d'onde si ha: $$i = \frac{A + d}{2};$$

quindi sostituendo tali valori nella formola $n = \frac{\text{sen } i}{\text{sen } r}$

risulta:
$$n = \frac{\text{sen}\,\frac{A+d}{2}}{\text{sen}\,\frac{A}{2}}.$$

Ora mediante questa formola si può determinare con esattezza l'indice di rifrazione dei diversi corpi, perchè la deviazione minima d e l'angolo rifrangente A si possono misurare con maggiore esattezza che non gli angoli d'incidenza e di rifrazione.

Ma siccome la luce bianca viene dal prisma non solo deviata ma anche scomposta, così il problema di determinare l'indice di rifrazione dei corpi, richiede altre notizie, intorno alla composizione della luce, che vedremo più innanzi (§ 59).

24. *Condizioni di emergenza dei raggi luminosi dai prismi.* — *I raggi luminosi rifratti all'ingresso di un prisma non possono uscire per la seconda faccia, se non quando l'angolo rifrangente del prisma è minore del doppio dell'angolo limite della sostanza di cui il prisma è formato.* Così l'angolo limite pel vetro essendo di 41°, 48′, (§ 46, n° 2), i raggi luminosi non possono attraversare un prisma di vetro il cui angolo rifrangente è retto, perchè $90 > (41°, 48) \times 2$. Invece l'angolo limite dell'acqua essendo 48°, 47′, la luce può ancora traversare un prisma d'acqua che ha l'angolo rifrangente retto.

25. *Dimostrazione sperimentale.* — Con un prisma rettangolo di vetro e con un prisma rettangolo di acqua (che si ottiene facilmente versando acqua in un recipiente di forma cubica) si può dimostrare sperimentalmente il fatto.

26. *Dimostrazione matematica.* - Si sa che il raggio rifratto DG (fig. 100, p. 195) non può emergere dalla 2ª faccia, se l'angolo d'incidenza DGF non è minore dell'angolo limite (§ 46, n° 4). Ora aumentando l'angolo d'incidenza LDE aumenta pure l'angolo di rifrazione GDF, mentre invece l'angolo DGF diminuisce. Perciò, quanto più la direzione del raggio incidente LD si accosta ad essere parallela alla faccia AB del prisma. tanto più facilmente codesto raggio può emergere dalla 2ª faccia.

Consideriamo pertanto il caso in cui il raggio incidente LD è parallelo ad AB. Allora l'angolo r è eguale all'angolo limite l del prisma; ora l'angolo GFK, esterno al triangolo DGF è eguale a $r + i'$; ma gli angoli GFK ed A sono eguali perchè hanno lo stesso supplemento DFG, dunque $A = r + i'$, e quindi anche $A = l + i'$, essendo nel caso considerato $r = l$.

Perciò se fosse $A = 2l$, ovvero $A > 2l$, si avrebbe $i' = l$, ovvero $i' > l$, cioè l'angolo d'incidenza sulla 2ª faccia del

prisma sarebbe eguale o maggiore dell'angolo limite e quindi non vi potrebbe essere emergenza per detta faccia, ma succederebbe riflessione interna su quella, ed emergenza solo per la 3ª faccia B C del prisma.

A *fortiori* succederà altrettanto pei raggi il cui angolo d'incidenza è minore di B D E, perchè come si è veduto or ora, per tali raggi l'angolo i' va crescendo.

Dunque nel caso in cui l'angolo rifrangente A del prisma sia $=$, $o > 2l$ non può passare alcun raggio luminoso attraverso alle facce dell'angolo rifrangente.

Quando l'angolo A è $< 2l$, vi è sempre emergenza dalla 2ª faccia, di una parte della luce incidente sulla 1ª, e la quantità di luce attraversante il prisma dipende dall'incidenza dei raggi sulla 1ª faccia.

27. *Riflessione totale nei prismi.* — Nell'interno dei prismi avviene la riflessione totale ogniqualvolta i raggi che giungono su di una faccia interna fanno colla normale un angolo di incidenza maggiore dell'angolo limite. Ciò avviene, per es., in un prisma di crown la cui sezione principale è un triangolo rettangolo isoscele, come venne già esposto a pag. 187.

28. *Deviazione nei prismi di piccolo angolo rifrangente.* — Infine, importa notare che *nei prismi di piccolo angolo rifrangente la deviazione non varia sensibilmente col variare dell' angolo d'incidenza dei raggi.*

Infatti, se l'angolo rifrangente del prisma fosse 0, cioè le faccie del mezzo diafano fossero parallele, qualunque sia l'angolo di incidenza dei raggi la deviazione sarebbe sempre nulla; perciò, se l'angolo rifrangente del prisma è piccolo, la deviazione dovendo sempre essere piccola non può variare sensibilmente col variare dell' angolo d' incidenza dei raggi. Questa osservazione è utile, come vedremo, per la teoria delle lenti.

§ 49. Fochi nelle lenti convergenti. — 1. Chiamansi *lenti* i mezzi trasparenti terminati da una o due superfici curve.

La curvatura delle lenti può essere qualunque; ma negli stromenti ottici si usano più frequentemente lenti a curvatura sferica la cui costruzione, e le cui leggi sono più semplici.

Esse si costruiscono generalmente o di crown, vetro che non contiene piombo, o di flint, vetro con piombo e più rifrangente del crown.

2. Si distinguono dapprima due generi di lenti, *convergenti* e *divergenti*, secondochè fanno convergere o divergere i raggi luminosi che le attraversano, e ciascun genere si suddivide in tre specie, le cui differenze si scorgono osservando le loro sezioni nella fig. 101.

Esse ricevono i seguenti nomi:

1. biconvesse;
2. piano-convesse;
3. concavo convesse o menischi convergenti;
4. biconcave;
5. piano concave;
6. convesso concave o menischi divergenti.

Fig. 101

Le prime tre che sono più grosse al centro che nel contorno sono le convergenti, come si può facilmente constatare ricevendo su di esse i raggi solari, che si veggono riunirsi in un punto detto *foco.*

Il che risulta anche dall'osservare che esse assottigliandosi verso il contorno debbono agire come prismi aventi il loro vertice all'orlo e la base verso il centro; ora i prismi deviano verso la loro base i raggi che li attraversano.

Le ultime tre invece, che sono più sottili nel centro che all'orlo, sono divergenti; il che si può pure constatare ricevendo su di esse i raggi solari, e si intende osservando che esse debbono agire come prismi aventi il loro vertice verso il centro e la base al contorno.

3. Come negli specchi sferici, così nelle lenti, si dice *centro e raggio di curvatura* il centro e il raggio di ciascuna faccia sferica, ed *asse principale* od *asse ottico*, la retta indefinita che passa pei due centri di curvatura delle due facce. Se una delle facce è piana, l'asse principale è la retta che passa pel centro di curvatura della faccia sferica e che è perpendicolare alla faccia piana. Perciò l'asse ottico è sempre perpendicolare alle due facce della lente.

Come negli specchi sferici, così nelle lenti sferiche la retta normale alla superfice in un dato punto è costituita dal raggio di curvatura condotto dal centro a quel punto.

Infine, si chiama *sezione principale* di una lente ogni sezione fatta da un piano passante per l'asse principale.

4. *Fochi delle lenti convergenti.* — Nelle lenti, come negli specchi, chiamansi *fochi* i punti in cui concorrono i raggi rifratti od i loro prolungamenti, e si distingue il *foco principale, coniugato* e *virtuale.*

5. *Foco principale.* — *I raggi luminosi paralleli all'asse principale, i quali si possono considerare come provenienti da un punto raggiante collocato su questo a distanza infinita, attraversando una lente convergente concorrono in un punto che si dice foco principale.*

6. *Dimostrazione geometrica.* — Consideriamo, per semplicità, una lente biconvessa di crown avente per indice di rifrazione $^3/_2$ e i raggi di curvatura CN, FM (fig. 102) eguali, nella quale, come vedremo, il foco principale F coincide col centro di curvatura della prima faccia BMI della lente.

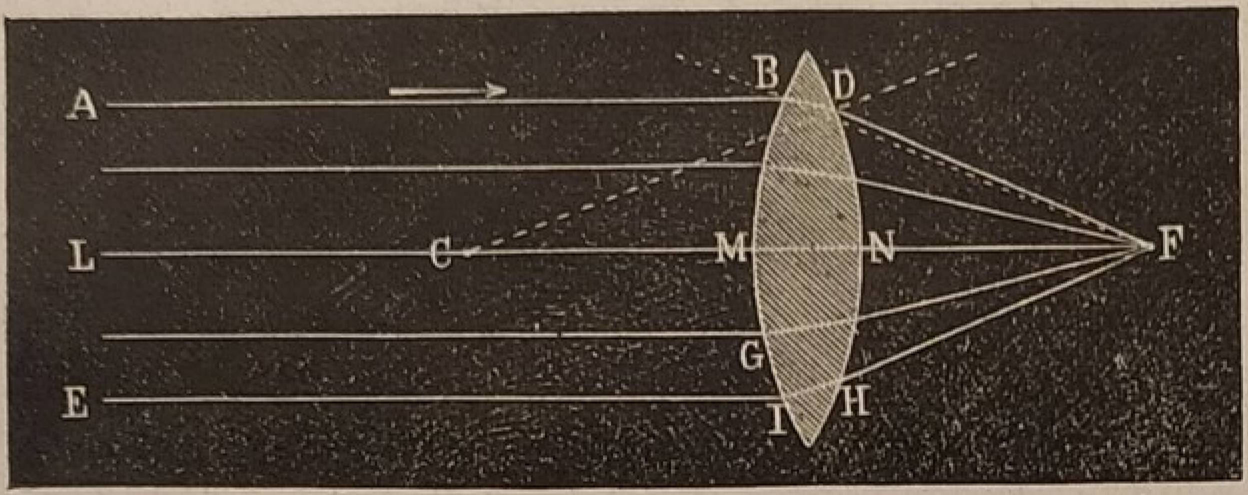


Fig. 102.

Un raggio luminoso AB entrando nella lente si avvicina alla normale FB e perciò si piega una volta verso l'asse; (in modo da soddisfare alla relazione $\frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r} = {}^3/_2$); indi uscendo per il punto D si allontana dalla normale CD (in modo che $\frac{\text{sen}\, i'}{\text{sen}\, r'} = {}^2/_3$); e perciò si piega una seconda volta verso l'asse, che andrà ad incontrare in un punto F. Lo stesso avviene esattamente per il raggio luminoso EI equidistante dall'asse nella sezione principale della figura e per tutti gli altri pure equidistanti in tutte le altre sezioni principali.

I raggi più lontani dell'asse si piegano di più verso questo, perchè attraversano la lente siccome un prisma di maggiore angolo rifrangente, e perciò concorrono in un punto più vicino alla lente, e inversamente pei raggi più vicini all'asse; ma se l'apertura di quella è piccola, in modo che possano passare solo i raggi vicini, le differenze di deviazione sono insensibili e risulta così un foco principale unico.

7. *Dimostrazione sperimentale.* — La distanza del sole dalla terra è così grande (24000 raggi terrestri, cioè 24000 × 6 366 000 di metri), che i raggi solari partiti da un medesimo punto dell'astro si possono considerare siccome paralleli.

Ora, esponendo una lente ai raggi solari in modo che questi cadano sulla medesima parallelamente al suo asse principale, si vede in una camera oscura, mediante il pulviscolo atmosferico, che i raggi emergenti concorrono in un punto che è il foco principale. Ricevendo questi raggi su un foglio di carta

appare sul medesimo un cerchietto luminoso, tanto più piccolo quanto è più vicino al foco. E siccome i raggi luminosi sono anche calorifici, perciò risulta una elevata temperatura, d'onde il nome di *foco*, nel quale, se la lente è un poco grande, si possono accendere corpi combustibili.

8. *Distanza focale principale.* — La distanza del foco principale dalla lente si dice *distanza focale principale.* La si ottiene presentando la lente ai raggi solari e misurando la distanza del punto in cui i raggi sono più concentrati dalla medesima, perchè la distanza del sole è così grande che i raggi i quali partono da ciascun punto di esso, si possono, senza errore sensibile, considerare come paralleli fra loro.

9. *A parità di materia, la distanza focale principale di una lente diminuisce col crescere della curvatura delle sue facce, ovvero col diminuire dei raggi di curvatura di queste,* perchè col crescere della curvatura essa agisce come un prisma di maggiore angolo rifrangente, il quale produce una deviazione maggiore (§ 48).

10. *A parità di curvatura la distanza focale di una lente diminuisce col crescere dell'indice di rifrazione della sua materia ed inversamente,* perchè la deviazione di un prisma cresce col crescere dell'indice di rifrazione (§ 48).

Così, per una lente di acqua, il cui indice di rifrazione è $^4/_3$, la distanza focale sarebbe maggiore di quella di una lente di vetro di eguale curvatura il cui indice di rifrazione è $^3/_2 > {}^4/_3$; il contrario avverrebbe per una lente di flint, il cui indice di rifrazione è maggiore di quello del vetro ordinario.

11. Come si è già detto, in una lente biconvessa di crown il cui indice di rifrazione sia esattamente $n = {}^3/_2 = 1,5$, il foco principale coincide col centro di curvatura della prima faccia della lente (quella che si trova dalla parte del punto raggiante), il che, come vedremo, si ricava dalla formola delle lenti. Perciò, supponendo questo caso più semplice, si è fatto partire la normale FB dal foco F.

In realtà, siccome l'indice di rifrazione della maggior parte dei vetri delle lenti è alquanto maggiore di quello del vetro ordinario, cioè è compreso fra 1,52 e 1,66, perciò la distanza focale di quelle lenti è alquanto minore del raggio di curvatura.

Tuttavia per semplificare i disegni si può ammettere che il foco principale coincida col centro di curvatura.

12. *Inversamente, se un punto raggiante si trova nel foco principale, i raggi che partono da questo, attraversando la lente, divengono paralleli all'asse principale,* perchè gli angoli di rifrazione divengono angoli di incidenza, ed inversamente.

13. Il che si *dimostra pure sperimentalmente* facendo cadere

un fascio cilindrico di raggi solari in una camera oscura su di una prima lente convergente, la quale li riunisce nel foco principale, e poi facendo cadere il fascio conico che parte da questo foco su di una seconda lente convergente collocata alla distanza focale principale dal foco della prima, che fa da punto luminoso. Si vede così il fascio conico incidente sulla seconda lente convertirsi in un fascio parallelo.

14. Così la luce conserva la sua intensità.

Perciò le lenti, come gli specchi concavi, servono a proiettare la luce in lontananza. Nei fari si preferiscono oggidì a tale scopo le lenti agli specchi; però non si usano lenti semplici ma lenti composte speciali costituite da anelli lenticolari per evitare il fenomeno dell'aberrazione di sfericità (§ 54).

15. *Foco coniugato. — Quando il punto raggiante è collocato tra la distanza infinita e il foco principale, i raggi che attraversano una lente convergente concorrono in un punto collocato dall'altra parte della medesima, tra il foco principale e la distanza infinita*, il quale si dice *foco coniugato.*

16. *Dimostrazione geometrica.* — Se i raggi che partono da un punto collocato a distanza infinita da una lente, e perciò arrivano su questa paralleli, si riuniscono nel foco principale, ed inversamente, quelli che partono dal foco principale, dopo la rifrazione divengono paralleli all'asse, cioè concorrono a distanza infinita, per legge di continuità consegue che, quando i raggi luminosi partono da un punto vicinissimo al foco principale, ma alquanto più lontano di questo dalla lente, i raggi luminosi dopo la rifrazione debbono concorrere in un punto lontanissimo; e se partono da un punto lontanissimo, dopo la rifrazione debbono concorrere in un punto vicinissimo al foco principale, ma a distanza alquanto maggiore di questo dalla lente

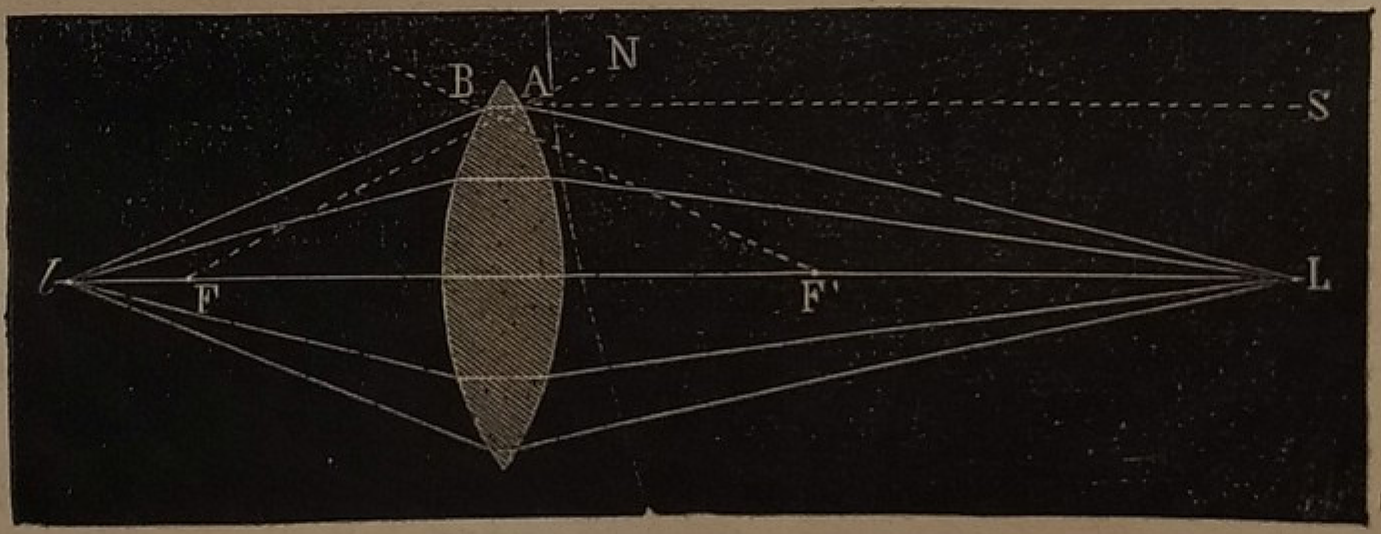


Fig. 103.

Dunque se L (fig. 103) è un punto raggiante collocato a distanza finita dalla lente, compresa fra il foco principale e la distanza infinita, il raggio incidente LA dopo la rifrazione deve

incontrare l'asse in un punto l tanto più vicino al foco principale F quanto più il punto luminoso è distante, ed inversamente, tanto più distante quanto più il punto luminoso è vicino al foco principale F'.

Il che risulta anche facendo una costruzione grafica esatta mediante le normali condotte nei punti di incidenza e di emergenza del raggio.

17. Si può ancora osservare che il raggio parallelo SA attraversando la lente viene in F; e siccome la deviazione, cioè l'angolo che la direzione del raggio emergente fa con quella del raggio incidente, non varia sensibilmente col variare alquanto l'angolo d'incidenza, perchè le lenti di piccola apertura agiscono come prismi di piccolo angolo rifrangente (§ 48, n° 28) così, di quanto il raggio parallelo SA sta al di sopra del raggio divergente LA, di altrettanto il raggio emergente Bl deve stare al di sopra della direzione AF, e perciò il raggio LA, dopo la rifrazione, deve venire ad incontrare l'asse in un punto l tanto più vicino ad F quanto più il punto raggiante L è lontano dalla lente, ed inversamente.

18. *Dimostrazione sperimentale.* — Si fa entrare in una camera oscura un fascio di raggi solari paralleli e si fa cadere sopra una prima lente convergente che li riunisce nel foco principale, indi si fanno cadere i raggi divergenti, che partono da codesto foco, su di una seconda lente convergente che li riunisce nel foco coniugato, e si riconosce che questo è assai vicino al foco principale se il punto da cui partono i raggi è assai lontano dalla lente, ed inversamente.

19. *Caso in cui la distanza del foco coniugato dalla lente è uguale a quella del punto luminoso.* — Se passando il punto raggiante dalla distanza infinita nel foco principale, il suo foco coniugato passa dal foco principale alla distanza infinita, consegue che *vi deve essere una distanza del punto luminoso dalla lente alla quale corrisponde un' eguale distanza del foco coniugato dall' altra parte di quella.* La formola delle lenti dimostra che *questa distanza eguale del punto luminoso e del suo foco coniugato dalla lente è precisamente doppia della distanza focale principale.*

20. *Dimostrazione sperimentale.* — Concentrando i raggi solari nel foco di una lente e poi facendo cadere i raggi divergenti da questo foco su di una seconda lente collocata a distanza doppia della sua distanza focale principale, si vede che il fascio conico incidente sulla lente, dopo la rifrazione, si converte dall'altra parte in un fascio conico il cui vertice dista dalla lente quanto il punto luminoso.

21. Perciò, *se il punto raggiante si muove dalla distanza infinita fino alla doppia distanza focale principale dinnanzi alla lente, il*

suo foco coniugato si muove al di là di questa, dalla semplice alla doppia distanza focale.

E se il punto raggiante si muove dinnanzi alla lente dalla doppia distanza focale principale fino al primo foco principale, il suo foco coniugato si muove al di là di quella dalla doppia distanza focale, fino alla distanza infinita.

22. Il che si può anche verificare sperimentalmente.

23. Di più, *se il punto raggiante viene nel foco coniugato, questo va al posto di quello*, perchè gli angoli di rifrazione divengono angoli di incidenza, ed inversamente.

24. E più generalmente *le distanze del punto raggiante e del suo foco coniugato dalla lente sono reciproche*, cioè quando il punto raggiante prende il posto del suo foco coniugato questo va al posto del punto raggiante; perciò appunto tale foco si dice *coniugato*. Anzi siccome tale reciprocità di posizione esiste anche per la distanza infinita e il foco principale, consegue che questo è un caso particolare del foco coniugato.

25. *Foco virtuale. — Quando il punto raggiante* L (fig. 104) *è collocato tra il foco principale* (F) *e la lente, i raggi dopo la rifrazione escono divergenti fra loro, permodochè più non s'incontrano, ma prolungati dalla parte d'onde provengono s' incontrano in un punto* (*l*), *che si dice foco virtuale.*

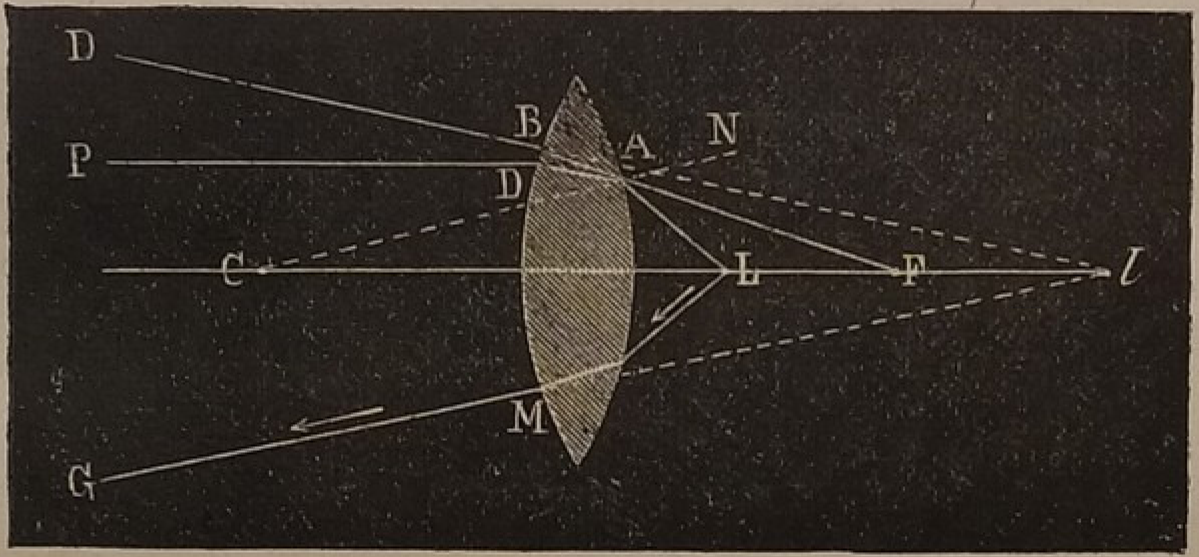


Fig. 104

26. *Dimostrazione geometrica.* — In questo caso il raggio incidente LA facendo colla normale CAN un angolo maggiore di quello fatto dal raggio FA che parte dal foco principale, dovrà pure fare colla stessa normale un angolo di rifrazione maggiore, cioè stare nella lente al di sopra di questo raggio; e così pure nell'uscire dovrà stare al disopra del raggio parallelo DP, presso a poco di quanto il raggio incidente LA sta al disotto del raggio FA partente dal foco, perchè la deviazione, cioè l'angolo che la direzione del raggio incidente fa con quella del raggio emergente, deve essere presso a poco la stessa pei diversi raggi che attraversano la lente siccome un prisma di piccolo angolo rifrangente.

Quindi il detto raggio esce divergente rispetto all'asse principale che più non incontra. Ma se lo si prolunga dalla parte

del punto raggiante, esso viene ad incontrare l'asse in un punto l che è il foco virtuale.

E siccome lo stesso avviene per gli altri raggi, perciò un occhio collocato dalla parte della lente opposta al punto raggiante L vede questo in l, perchè riceve i raggi partiti da quello come se provenissero dal punto l che è il foco virtuale.

27. Ciò si scorge ancora osservando che a misura che il punto raggiante dalla distanza infinita si avvicina al foco principale, i raggi rifratti si incontrano dall'altra parte della lente in punti compresi fra il foco principale e la distanza infinita, cioè escono sempre meno convergenti; finchè quando il punto raggiante è nel foco principale, essi escono dalla lente paralleli all'asse principale; quindi per legge di continuità, se il punto raggiante, avvicinandosi alla lente oltrepassa il foco principale e viene in L, i raggi debbono uscire dalla lente meno convergenti che i raggi paralleli, cioè divergenti, per modochè più non si incontrano. Ma se si prolungano dalla parte del punto raggiante essi si incontrano in un punto nel quale l'occhio che accoglie i raggi emergenti, vede il punto luminoso.

28. *Questo foco sarà tanto più lontano dalla lente quanto più il punto raggiante sarà prossimo al foco principale*, perchè se fosse ivi, quello sarebbe a distanza infinita, ed *inversamente*.

29. *Dimostrazione sperimentale.* — I raggi solari concentrati nel foco di una prima lente convergente si fanno cadere su di una seconda lente pure convergente, in modo che il foco della prima disti dalla seconda meno della distanza focale principale di questa, e si vede che il fascio conico divergente, incidente sulla seconda lente, attraversando questa diminuisce bensì di divergenza, ma rimane ancora divergente, cosicchè i raggi più non si incontrano.

30. *Formola delle lenti convergenti.* — 1. Rappresentando
con r, r' i raggi di curvatura delle due facce della lente;
» d, d' le distanze del punto luminoso e del suo foco od immagine da una lente biconvessa;
» n l'indice di rifrazione,

si dimostra (con considerazioni geometriche e trigonometriche che escono in parte dai confini del presente libro), che fra le dette quantità esiste la relazione:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{d'}=(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right), \qquad \ldots\ldots(1)$$

ossia, che *la somma dei valori reciproci della distanza del punto raggiante e del suo foco dalla lente è eguale alla somma dei valori*

reciproci dei raggi di curvatura, moltiplicata per la differenza fra l'unità e l'indice di rifrazione.

31. Se si suppone il punto raggiante a distanza infinita, cioè $d = \infty$ e perciò $\frac{1}{d} = 0$,

si ha:

$$\frac{1}{d'} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right),$$

e allora d' esprime la distanza focale principale. Rappresentando questa con f, risulta:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right).$$

Così la (1) diviene

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}, \qquad \ldots\ldots (2)$$

formola identica a quella degli specchi sferici (§ 38).

32. *Discussione della formola.* — Per verificare analiticamente i differenti casi considerati nella costruzione geometrica del foco, od immagine di un punto raggiante, si deve dalla formola (2) ricavare il valore di d' in funzione di d e f.

Perciò si fa la riduzione al medesimo denominatore e si ha:

$$\frac{d'f}{dd'f} + \frac{df}{dd'f} = \frac{dd'}{dd'f},$$

quindi: $$d'f + df = dd',$$

d'onde si ricava: $$df = dd' - d'f,$$

ovvero: $$d'(d-f) = df,$$

ed infine: $$d' = \frac{df}{d-f} = \frac{f}{1 - \frac{f}{d}}.$$

Ora ponendo:

1° $d = \infty$, si ha: $d' = \frac{f}{1-o} = +f$;

2° $d > 2f$, » $d' > f, < 2f$.

Es. $d = 3f$, » $d' = \frac{f}{1 - \frac{f}{3f}} = \frac{f}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{f}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}f$;

3° $d = 2f$, » $d' = \frac{f}{1 - \frac{f}{2f}} = \frac{f}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{f}{\frac{1}{2}} = 2f$;

4° $d > f$, $c < 2f$, » $d' > 2f$.

Es. $d = {}^3/_2 f$, » $d' = \frac{f}{1 - \frac{f}{\frac{3}{2}f}} = \frac{f}{1 - \frac{1}{\frac{3}{2}}} = \frac{f}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{f}{\frac{1}{3}} = 3f$;

5° $d = f$, » $d' = \frac{f}{1 - 1} = \frac{f}{0} = \infty$;

6° $d < f$, » $d' < 0$;

Es. $d = {}^1/_3 f$, » $d' = \frac{f}{1 - \frac{f}{\frac{f}{3}}} = \frac{f}{1 - \frac{3f}{f}} = \frac{f}{1 - 3} = \frac{f}{-2} = -\frac{1}{2}f$;

» $d = {}^1/_2 f$, » $d' = \frac{f}{1 - \frac{f}{\frac{f}{2}}} = \frac{f}{1 - \frac{2f}{f}} = \frac{f}{1 - 2} = \frac{f}{-1} = -f$;

» $d = {}^2/_3 f$, » $d' = \frac{f}{1 - \frac{f}{\frac{2}{3}f}} = \frac{f}{1 - \frac{3f}{2f}} = \frac{f}{1 - \frac{3}{2}} = \frac{f}{-\frac{1}{2}} = -2f$;

33. Nelle lenti biconvesse di vetro il cui indice di rifrazione è $n = {}^3/_2$, e i cui raggi di curvatura sono eguali, la formola

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right)$$

che dà la distanza focale principale (n° 31) diviene:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{r},$$

ossia:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{r},$$

d'onde $f = r$. Ciò significa che *il foco principale coincide col centro di curvatura*, (come si è già notato nel n° 6).

34. La formola

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{d'}=(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right)$$

vale non solo per le lenti biconvesse, ma per tutte le altre.

Per applicarla alle lenti piano-convesse, basta osservare che un piano si può considerare come una sfera di raggio infinito, e perciò si deve fare $r'=\infty$, e allora essa diviene:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{d'}=(n-1)\frac{1}{r}.$$

E per la distanza focale principale,

si ha $$\frac{1}{f}=(n-1)\frac{1}{r}.$$

35. — Pei menischi convergenti che hanno una faccia concava e l'altra convessa basta cangiare segno al raggio r' della prima faccia, e così si ottiene:

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}\right),$$

ed essendo $r'>r$, il valore di f sarà positivo, cioè il foco principale sarà reale.

§ 50. Fochi nelle lenti divergenti. — 1. *Foco virtuale principale. I raggi paralleli all'asse principale, attraversando una lente divergente, diventano divergenti, per modochè più non si incontrano, ma prolungati dalla parte d'onde provengono si incontrano in un punto che si dice foco virtuale principale.*

2. *Dimostrazione geometrica.* — Sieno C, C′ (fig. 105) i centri di curvatura delle due facce di una lente biconcava, AB, GH raggi paralleli all'asse principale CC′, cioè provenienti da un punto a distanza infinita. Il raggio AB entrando nella lente si avvicina alla normale CB, e quindi si piega verso il contorno secondo BD. Uscendo in D si allontana dalla normale C′D e quindi si piega una seconda volta verso il contorno secondo DE. Lo stesso avviene

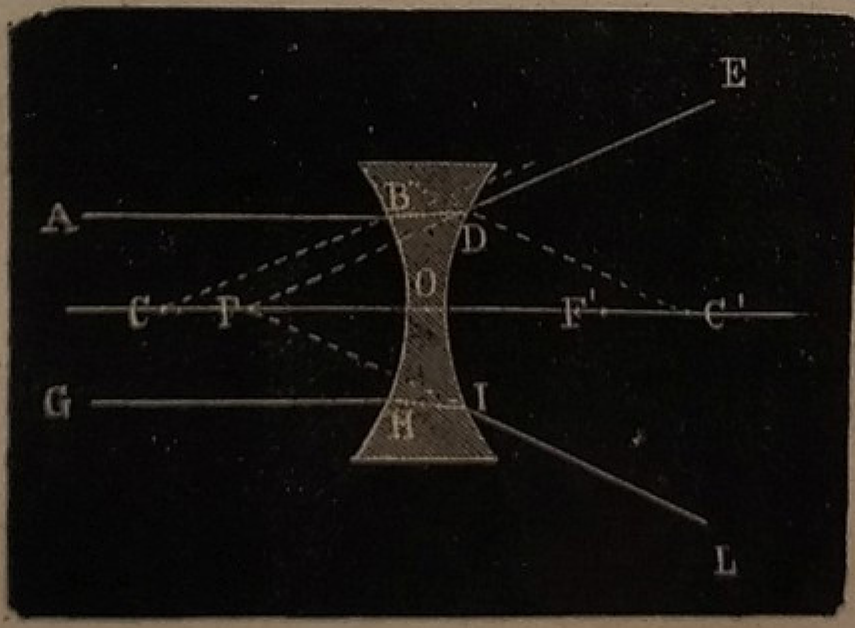


Fig. 105.

per il raggio simmetrico GH, e, fra certi limiti, per tutti gli altri. Perciò, i raggi incidenti paralleli all'asse principale, dopo la rifrazione, formano un fascio conico divergente e più

non si incontrano. Ma se si prolungano questi raggi dalla parte d'onde provengono, essi si incontrano sull'asse principale in un punto F che è il *foco virtuale principale*, il quale sarà più o meno vicino alla lente secondochè questa è più o meno rifrangente. La distanza di questo punto dalla lente si dice *distanza focale principale* come nelle lenti convergenti.

3. *Inversamente*, se raggi luminosi, come ED, LI, cadono sulla lente diretti verso il foco virtuale principale F, dopo la rifrazione essi divengono paralleli all'asse principale.

4. *Dimostrazione sperimentale.* — Se in oscura stanza si fa cadere su di una lente divergente un fascio di raggi solari paralleli, si vede uscire dalla opposta faccia della lente un fascio divergente il cui vertice si trova dalla parte degli incidenti raggi in un punto F (fig. 105).

Inversamente, se si fa cadere su di una lente divergente un fascio conico convergente verso un punto F, si vede uscire dalla lente divergente un fascio di raggi paralleli.

5. *Foco coniugato virtuale. — Se raggi luminosi divergenti attraversano una lente divergente, divengono ancora più divergenti, per modochè prolungati dalla parte d'onde provengono si incontrano in un foco virtuale conjugato, il quale è tanto più vicino alla lente, quanto più vicino a questa è il punto luminoso.*

6. *Dimostrazione geometrica.* — Il raggio incidente LA facendo colla normale CA (fig. 106) un angolo d'incidenza minore di quello del raggio parallelo PA, deve, entro la lente, fare colla stessa normale un angolo di rifrazione minore di quello del raggio parallelo, e quindi essere più vicino di questo alla normale, ossia più divergente rispetto all'asse principale. Parimenti, uscendo dalla lente in B, farà colla normale C'B un angolo di incidenza maggiore di quello che farebbe entro la lente il raggio rifratto corrispondente al raggio parallelo PA, e quindi dovrà fare un secondo angolo di rifrazione C'BD maggiore di quello che farebbe il raggio parallelo PA nell'uscire dalla lente; cioè il raggio emergente BD dovrà essere più divergente dell'asse principale che non il raggio parallelo PA. Quindi prolungato dalla parte d'onde proviene incontrerà l'asse in un punto l collocato tra il foco principale virtuale F

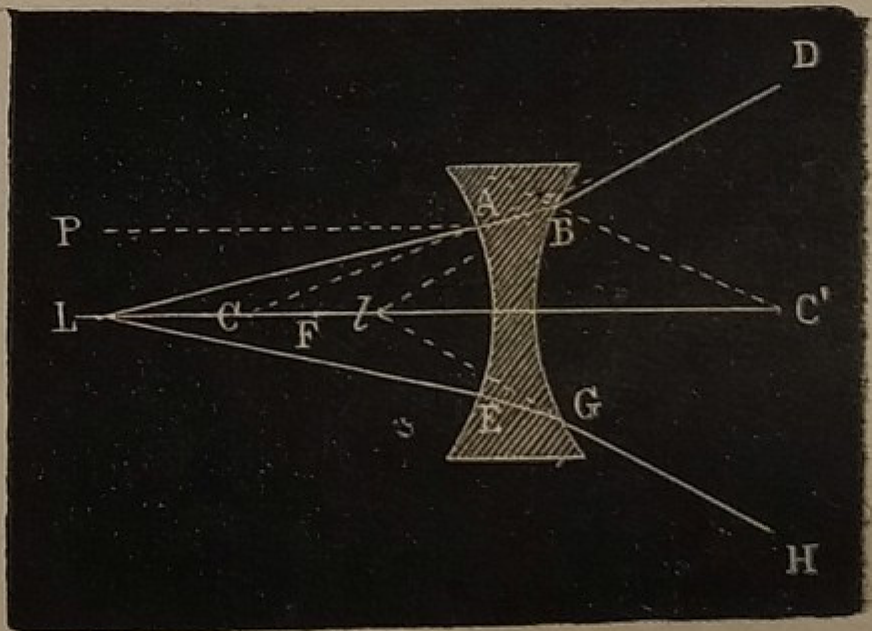


Fig. 106.

e la lente, e tanto più vicino a questa, quanto più vicino sarà il punto luminoso L.

E siccome lo stesso avviene per il raggio simmetrico LE e per tutti gli altri, perciò l'occhio riceverà i raggi partiti da L come se provenissero dal punto l che è il foco coniugato virtuale di L.

7. *Inversamente*, se un fascio di raggi convergenti verso un punto l, compreso fra il foco principale e una lente convergente, attraversa questa, essa li rende meno convergenti, cosicchè si incontreranno in un punto L compreso fra il foco principale e la distanza infinita e che sarà un foco reale. Perciò questo foco che è reciproco al punto luminoso L nella posizione si dice, come nelle lenti convergenti foco *virtuale coniugato*. Tale quale reciprocità esiste anche per la distanza infinita del punto luminoso e il foco principale virtuale.

8. *Dimostrazione sperimentale*. — Se su di una lente divergente si fanno cadere raggi già divergenti, facendoli partire dal foco di una prima lente convergente collocata a opportuna distanza dalla lente divergente, si vede il fascio conico emergente da questa, più divergente che nel caso dei raggi paralleli, per modochè i raggi prolungati si incontrano in un punto compreso fra il foco virtuale principale e la lente.

9. *Inversamente*, se mediante una lente convergente si fanno cadere raggi luminosi convergenti su di una lente divergente, si vede che questa diminuisce la convergenza e fa concorrere i raggi in un punto più lontano di quello in cui concorrevano prima di arrivare sulla lente divergente.

10. Perciò, anche le lenti divergenti possono dare fochi reali, non però dei raggi luminosi partiti da uno stesso punto, eccettuato il caso che questi sieno già stati resi convergenti da una lente convergente, e in modo che la divergenza che in essi produce la lente divergente non distrugga completamente la loro convergenza.

11. *Formola delle lenti divergenti*. — La formola delle lenti convergenti (§ 49, n° 31) si applica alle biconcave, cangiando il segno ad ambi i raggi di curvatura, i quali hanno posizione contraria a quella delle lenti biconvesse, e così si ottiene:

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{-r}+\frac{1}{-r'}\right),$$

ossia

$$\frac{1}{f}=-(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right),$$

od ancora:

$$(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right)=-\frac{1}{f}.$$

Quindi la formola

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{d'}=(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right)$$

diviene

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{d'}=-\frac{1}{f};$$

d'onde si ricava, facendo sparire i denominatori,

$$d'f+df=-dd',$$

ossia: $$d'f+dd'=-df,$$

oppure: $$d'(f+d)=-df,$$

ed infine: $$d'=\frac{-df}{f+d}=\frac{-f}{\frac{f}{d}+1}=-\frac{f}{1+\frac{f}{d}},$$

nella quale il valore negativo di d significa che il foco è dalla parte stessa del punto luminoso, cioè è virtuale.

Se $d=\infty$, si ottiene $d'=-f$;

» $d=o$, » $d'=-o$.

12. Come nelle lenti biconvesse di crown avente un indice $n={}^3/_2$ e i raggi di curvatura eguali, il foco principale coincide col centro di curvatura, così pure nelle biconcave. Infatti ponendo $n={}^3/_2$ e $r=r'$ nella formola

$$\frac{1}{f}=-(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right),$$

si ottiene: $$\frac{1}{f}=-\left(\frac{3}{2}-1\right)\left(\frac{2}{r}\right)=-\frac{1}{2}\frac{2}{r}=-\frac{1}{r},$$

e quindi: $$f=-r.$$

Ma siccome le lenti divergenti si costruiscono ordinariamente di flint che è più rifrangente del crown, perciò il loro foco virtuale principale è più vicino alla lente che il centro di curvatura.

Infatti, se per es. $n={}^5/_3$, si ottiene:

$$\frac{1}{f}=-\left(\frac{5}{3}-1\right)\left(\frac{2}{r}\right)=-\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{r}=-\frac{4}{3r},$$

d'onde: $$4f=-3r,$$

e perciò $$f=-\frac{3}{4}r.$$

§ 51. Centro ottico e assi secondarii. — 1. *Centro ottico. In ogni lente vi è un punto collocato sull'asse, il quale gode della proprietà, che i raggi luminosi passanti pel medesimo, attraversano la lente senza deviazione.* Tale punto dicesi *centro ottico.*

2. *Dimostrazione geometrica.* — Sia CC′ (fig. 107) l'asse principale di una lente, i cui raggi di curvatura, per considerare il caso più generale, supporremo diseguali.

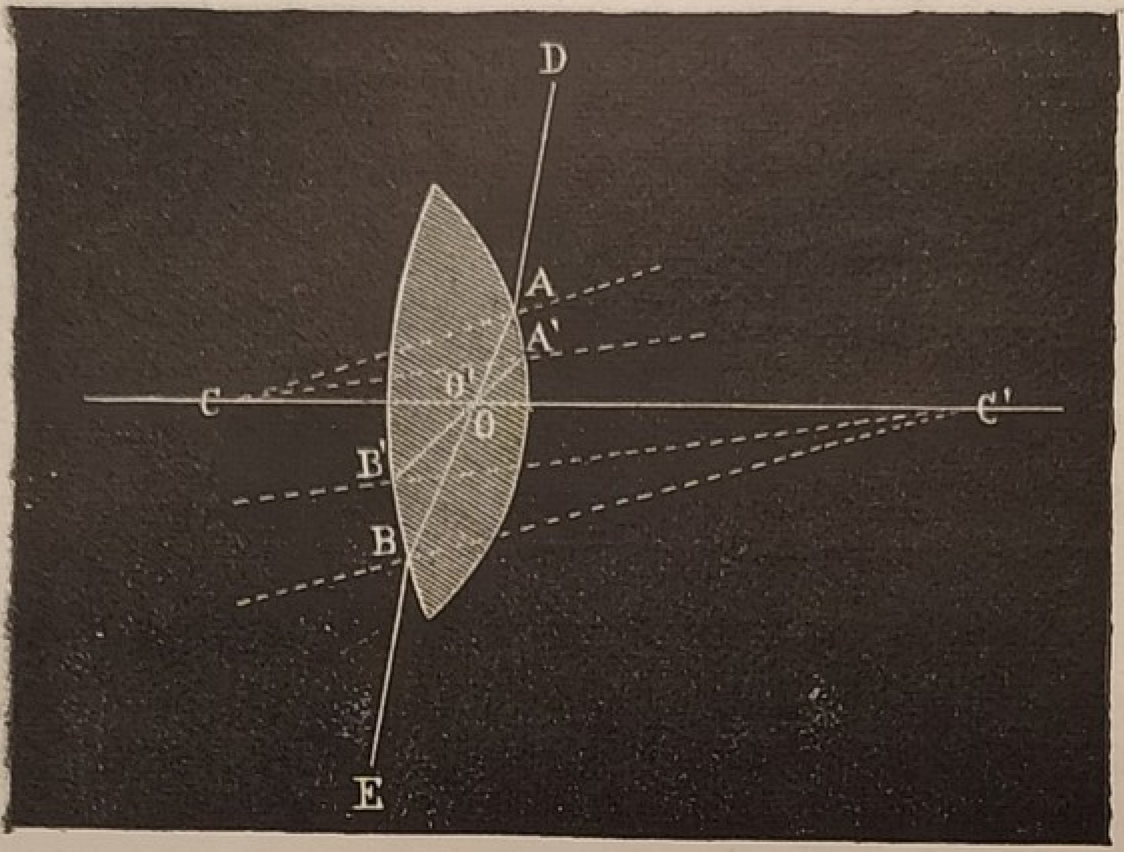


Fig. 107.

Se da C si conduce un raggio di curvatura qualunque CA e dal centro C′ il raggio di curvatura parallelo C′B, le superfici della lente nei due punti A, B, saranno parallele, essendo perpendicolari ai due raggi paralleli CA, C′B. Ora se si tira AB e si considera codesta retta come un raggio rifratto, corrisponderà a questo un raggio incidente DA e così pure un raggio emergente BE, i quali debbono essere paralleli, perchè le superfici della lente nei punti A, B, sono parallele (§ 47). Ora questo raggio interseca l'asse in un punto O in guisa che risultano i due triangoli simili COA, C′OB e si ha:

$$\frac{CA}{C'B} = \frac{CO}{C'O} \ldots\ldots (1).$$

Tirando poi altri due raggi di curvatura paralleli qualunque CA′, C′B′ e congiungendo i loro punti di intersezione A′, B′ colle due superfici della lente mediante una retta A′ B′, risultano nuovamente due triangoli simili, pei quali si ha di nuovo la proporzione

$$\frac{CA'}{C'B'} = \frac{CO'}{C'O'} \ldots\ldots (2),$$

essendo O′ il nuovo punto d'intersezione, supposto che questo non coincidesse con O. Ma CA′ = CA e C′ B′ = C′ B, perchè raggi di curvatura delle stesse facce della lente, dunque le precedenti proporzioni hanno il primo rapporto eguale, e perciò

deve pure essere eguale il secondo, cioè

$$\frac{C\,O}{C'\,O}=\frac{C\,O'}{C'\,O'},$$

il che richiede che il punto d'intersezione O′ coincida con O.

Lo stesso vale per qualunque altra coppia di raggi paralleli.

Dunque, qualunque raggio che attraversa la lente per due punti in cui le superfici di questa sono parallele deve passare pel punto O; ed inversamente, se un raggio attraversa la lente passando pel punto O, deve passare per due punti in cui le superfici di quella sono parallele, perchè entro la lente percorrerà una delle rette condotta per detti punti, e quindi attraverserà quella senza deviazione.

3. Il centro ottico esiste in ogni lente e la sua posizione si può determinare graficamente colla costruzione ora indicata, cioè, tirando due raggi di curvatura qualunque paralleli fra loro, e poi congiungendo con una retta i punti in cui essi incontrano le due facce della lente. Esso si trova nel punto in cui tale retta interseca l'asse principale.

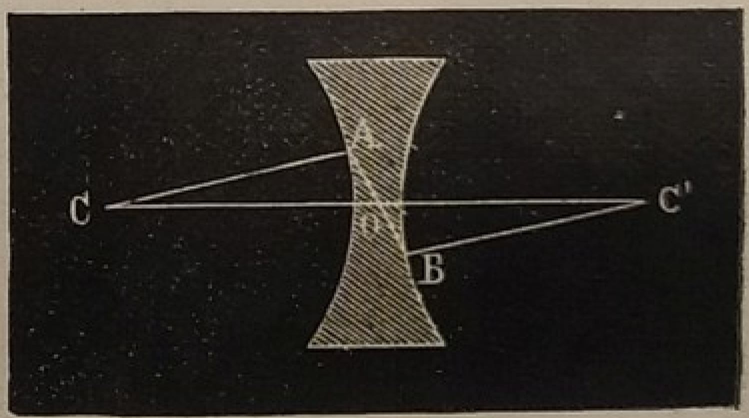


Fig. 108.

Nelle lenti biconvesse e biconcave (fig. 108) con egual raggio di curvatura, il centro ottico è collocato sull'asse principale nel punto di mezzo della grossezza della lente, poichè in tal caso nel rapporto $\frac{C\,A}{C'B}=\frac{C\,O}{C'O}$ si ha $CA = C'B$, e quindi $CO = C'O$. Se invece i raggi di curvatura sono diseguali, allora esso è più vicino alla faccia più curva, come si vede nella fig. 107.

Perciò ancora, nelle lenti piano convesse (fig. 109), e piano

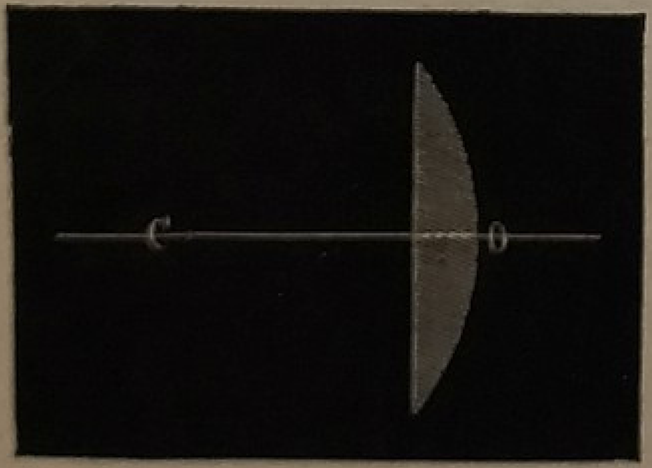


Fig. 109.

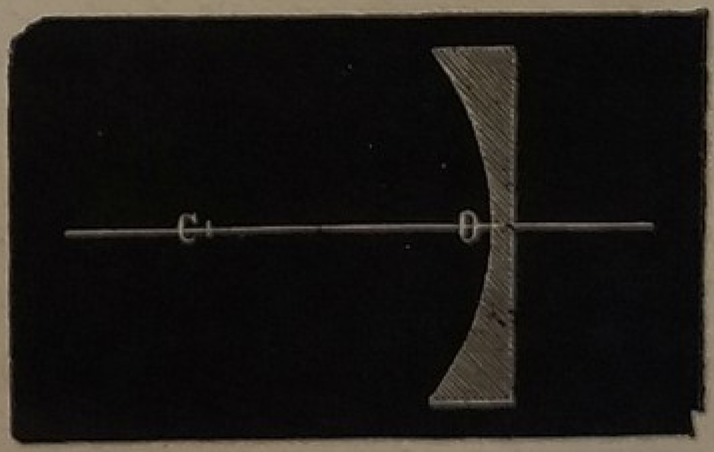


Fig. 110.

concave (fig. 110), esso si trova nel punto O in cui l'asse principale interseca la faccia curva, perchè in tale punto la superfice della lente è parallela alla faccia piana, e quindi ogni

raggio passante per detto punto e per un altro qualunque della faccia piana, attraversa un mezzo a facce parallele, e perciò non è deviato.

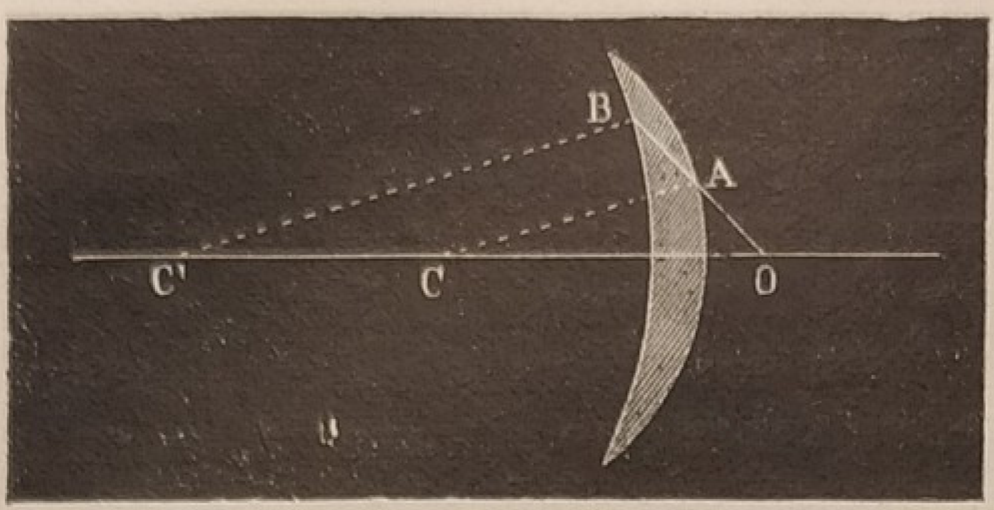


Fig. 111.

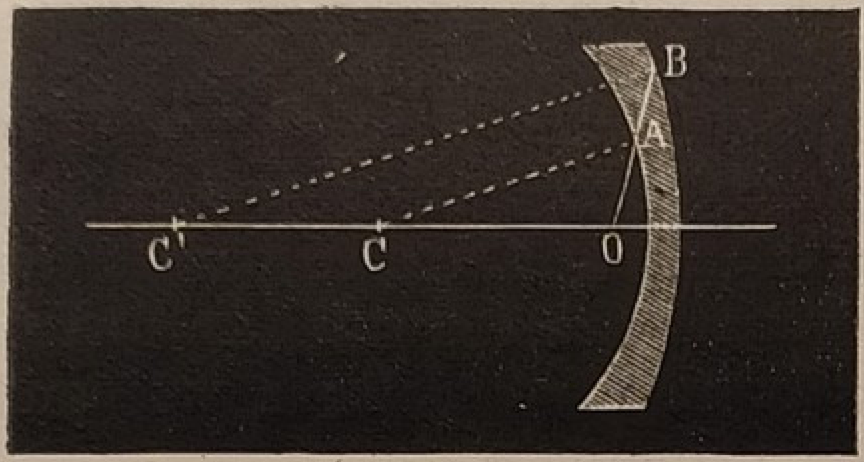


Fig. 112.

Infine, nei menischi convergenti (fig. 111) o divergenti (fig. 112) il centro ottico O è fuori della lente, dalla parte della faccia più curva; e lo si determina graficamente, come per le lenti biconvesse o biconcave, cioè conducendo due raggi di curvatura paralleli qualunque CA, C′B, poi tirando una retta BAO pei loro punti d'incontro colle facce della lente e prolungandola fino all'incontro dell'asse.

4. *Assi secondarii.* — Dunque un raggio luminoso il quale passa pel centro ottico di una lente non subisce deviazione, ma solo uno spostamento, il quale è tanto minore quanto minore è l'angolo d'incidenza, la grossezza e l'indice di rifrazione della lente, come si è notato pei mezzi a facce parallele (§ 47). Ora, siccome le lenti adoperate negli stromenti ottici hanno piccola grossezza, e i raggi sono sempre pochissimo inclinati sull'asse principale, e quindi fanno piccoli angoli di incidenza colle rispettive normali, consegue che i raggi passanti per il centro ottico delle lenti si confondono sensibilmente colle rette passanti per questo punto, le quali diconsi *assi secondarii.* Perciò *un asse secondario rappresenta un raggio il quale attraversa la lente senza deviazione.*

5. Il che si può anche dimostrare sperimentalmente facendo entrare in oscura stanza un sottilissimo fascio di luce solare e interponendo sul suo tragitto una lente convergente, dapprima in direzione perpendicolare e poi in direzione obliqua al fascio, ma in modo che questo l'attraversi nella sua parte centrale. Si vede così che in ogni caso, il fascio emergente è sempre parallelo al fascio incidente, come se i raggi attraversassero un mezzo trasparente a faccie piane parallele. Invece se il fascio cade verso il contorno della lente, in modo che attraversi questa senza passare pel centro ottico, allora lo si vede deviato.

6. *Fochi sugli assi secondarii.* — Finchè gli assi secondarii fanno coll'asse principale un piccolo angolo, come succede negli strumenti ottici, le leggi della rifrazione studiate per l'asse principale si verificano pure sugli assi secondarii; cioè *i raggi emessi da un punto collocato fuori dell'asse principale formano un foco coniugato o virtuale sul rispettivo asse secondario, precisamente come si formano sull'asse principale i fochi dei punti luminosi collocati sul medesimo*, siccome si è già esposto per gli specchi (§ 38), e come ora si vedrà nella costruzione delle immagini delle lenti.

§ 52. Immagini date dalle lenti convergenti. — 1. *Immagini reali e virtuali.* Nelle lenti, come negli specchi, risultano le immagini degli oggetti dalla riunione dei fochi dei loro diversi punti luminosi. Queste immagini sono reali o virtuali secondochè sono reali o virtuali i detti fochi.

Perciò, l'immagine è reale quando la distanza dell'oggetto dalla lente è maggiore della distanza focale principale; è virtuale quando quella distanza è minore, siccome abbiamo visto (§ 49) avvenire pei fochi.

2. *Caratteri delle immagini reali.* — Le immagini reali delle lenti convergenti, sono: *rovesciate e più piccole, eguali, o più grandi dell'oggetto, secondochè la distanza di questo dalla lente è maggiore, eguale, o minore del doppio della distanza focale principale.*

3. *Dimostrazione geometrica.* — Siano: O (fig. 113) il centro

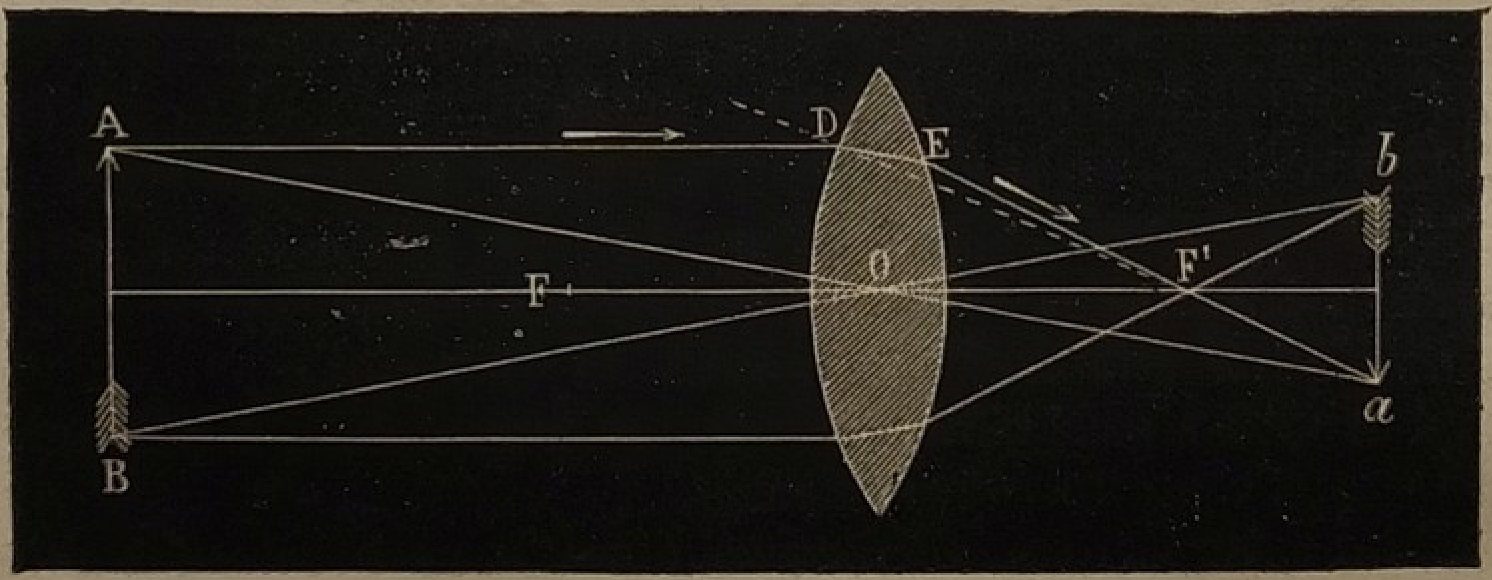


Fig. 113.

ottico di una lente convergente, F, F' i due fochi principali (che per semplicità supponiamo coincidere coi due centri di curvatura delle due facce della lente, siccome avviene nelle lenti di vetro avente un indice di rifrazione $= {}^3/_2$), F O F' l'asse principale, AB un oggetto collocato dinnanzi alla lente ad una distanza maggiore del doppio della distanza focale principale. Per determinare graficamente la sua immagine, basta come negli specchi determinare i fochi dei punti estremi A, B.

Per determinare il foco del punto A si tira pel centro ottico O l'asse secondario A O a, il quale rappresenta un raggio luminoso che non prova deviazione (§ 51, n° 4). Quindi si potrebbe condurre un raggio incidente qualunque, la normale nel punto d'incidenza, e poi il raggio rifratto in modo da soddisfare alla formola $\frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r} = n$, ed infine condurre la seconda normale per segnare il raggio emergente. Ma si può fare a meno di codesta seconda normale, conducendo un raggio AD parallelo all'asse principale, quindi tracciata la normale pel punto d'incidenza D, si segna il raggio rifratto DE in modo che soddisfi alla relazione $\frac{\text{sen}\, i}{\text{sen}\, r} = n$; allora per determinare il raggio emergente basta condurre la retta EF′ passante pel foco principale, la quale prolungata viene ad incontrare l'asse secondario A O in un punto a che sarà il foco coniugato di A.

Parimente si determina il foco coniugato b di B. E siccome i fochi dei punti luminosi intermedii fra A e B si formano fra a e b, risulta così in $a\,b$ un'immagine reale e rovesciata dell'oggetto A B.

Quest'immagine è reale perchè sono reali i fochi dei punti luminosi dell'oggetto, e perciò si può accogliere su di un diaframma.

4. Viceversa, se ab rappresentasse un oggetto, AB rappresenterebbe la sua immagine, perchè gli angoli di incidenza diverrebbero angoli di rifrazione, ed inversamente.

5. Di più, dietro quanto si è detto intorno ai fochi (§ 49), e dalla similitudine dei triangoli AOB, aob, risulta che:

1° Se l'oggetto AB si trova da una parte della lente, fra la distanza infinita e la doppia distanza focale, l'immagine si trova dall'altra parte, fra la semplice e la doppia distanza focale, ed è tanto più vicina al foco principale e più piccola quanto più l'oggetto è lontano.

2° Se l'oggetto è alla doppia distanza focale dalla lente, l'immagine è pure ad eguale distanza, e perciò ha la stessa grandezza, perchè in tale caso i triangoli AOB, aob, sono eguali.

3° Se l'oggetto si trova fra la semplice e la doppia distanza focale, l'immagine si trova fra la distanza infinita e la doppia distanza focale, ed è perciò tanto più grande dell'oggetto, quanto più questo è vicino al foco principale.

6. *Dimostrazione sperimentale.* — In una camera oscura si colloca un corpo luminoso, per es. una fiamma, avanti una lente convergente, e poi si raccolgono su uno schermaglio col-

locato dall'altra parte, i raggi emergenti, e si veggono così su questo le immagini reali rovesciate più grandi, eguali, o più piccole dell'oggetto secondo i casi enunciati.

Invece di usare una fiamma si possono fare entrare i raggi solari in una camera oscura a traverso una lastra metallica che ha una fenditura in forma di freccia, la quale diviene così l'oggetto luminoso.

7. Anche nelle lenti come negli specchi concavi, se l'immagine è piccola, la luce è più concentrata e perciò più intensa; se invece è grande, è meno splendida.

8. *Immagine virtuale.* — Quando l'oggetto è compreso fra il foco principale e la lente risulta un'immagine, la quale ha i seguenti caratteri: 1° *è virtuale;* 2° *è diritta;* 3° *è tanto maggiore dell'oggetto quanto più questo è vicino al foco principale.*

9. *Dimostrazione geometrica.* — Sia AB (fig. 114) l'oggetto

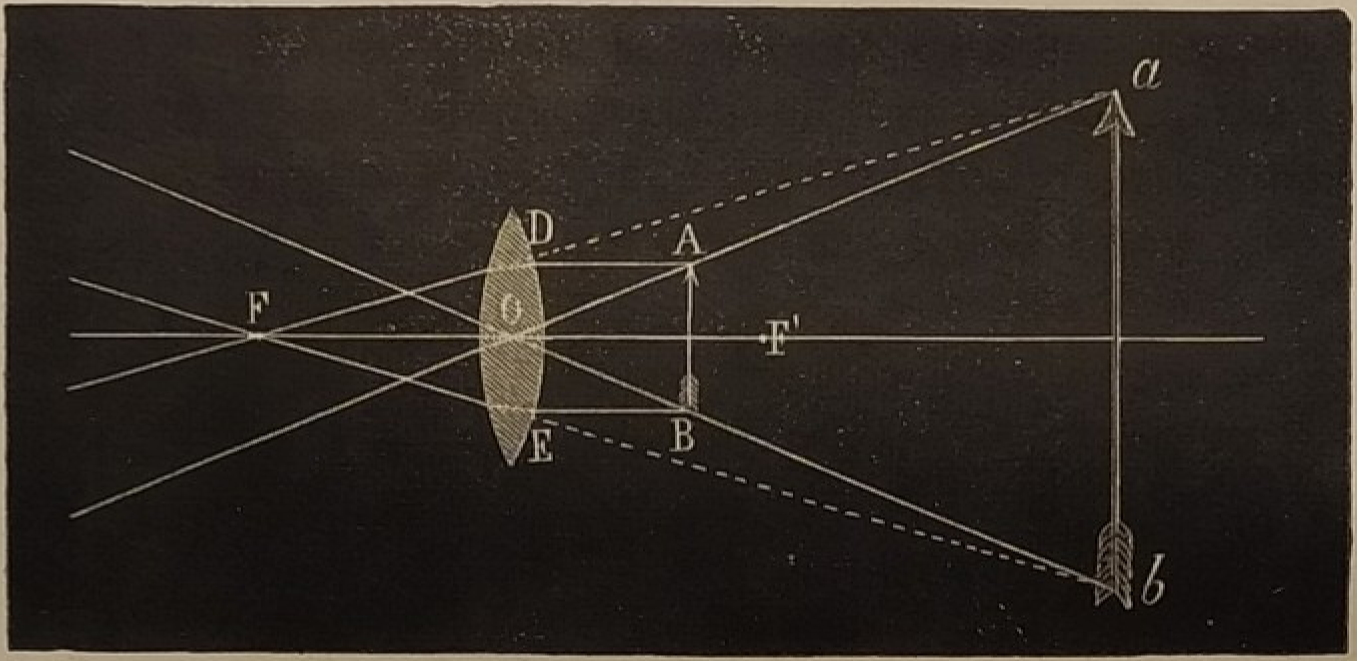


Fig. 114.

compreso tra il foco principale F′ e la lente. Per costruire l'immagine virtuale si procede come per quella reale, cioè si tirano pel centro ottico O gli assi secondarii AO, BO e si prolungano da ambe le parti. Indi si tira un raggio AD parallelo all'asse principale, lo si spiega verso questo, e poi lo si fa passare pel foco F, permodochè esce dalla lente, divergente rispetto all'asse secondario AO, che più non incontra, ma prolungato, dalla parte dell'oggetto viene ad incontrare quell'asse in un punto *a* che è il foco virtuale di A. Parimente, il raggio parallelo BE che parte da B, passa pel foco F e prolungato dalla parte dell'oggetto incontra l'asse secondario BO in un punto *b* che è il foco virtuale di B.

Permodochè un occhio collocato vicino alla lente, riceverebbe i raggi partiti da A come se venissero da *a*, quelli partiti da B come se provenissero da *b*, e vede perciò in *ab* un'immagine dell'oggetto la quale è *virtuale*, *diritta*, *ingrandita*.

10. Dai triangoli simili OAB, Oab risulta poi che l'immagine è tanto più grande dell'oggetto quanto più questo è vicino al foco principale, perchè è bensì vero che coll'avvicinamento dell'oggetto a questo foco diminuisce l'angolo AOB degli assi secondarii, ma i raggi emergenti sono sempre meno divergenti rispetto ai detti assi e perciò i loro prolungamenti incontrano questi più lontano.

11. *Dimostrazione sperimentale.* — Quando la fiamma è collocata tra il foco principale e la lente, allora sul diaframma non si ha più immagine reale. Ma se si accolgono nell'occhio i raggi emergenti si vede l'immagine virtuale dell'oggetto, diritta e tanto più grande quanto più quello è vicino al foco principale.

12. *Espressione matematica dell'ingrandimento dell'immagine di una lente convergente.* — L'ingrandimento, cioè il rapporto tra la grandezza dell'immagine e quella dell'oggetto, si può esprimere matematicamente, osservando che se d, d' rappresentano le distanze dell'oggetto e dell'immagine, trascurando la grossezza della lente, i triangoli AOB, aOb (fig. 113) danno:

$$I = \frac{ab}{AB} = \frac{d'}{d}.$$

Ora, dalla formola generale (§ 49, n° 32), si ha:

$$d' = \frac{df}{d-f};$$

quindi sostituendo risulta:

$$I = \frac{\frac{df}{d-f}}{d} = \frac{df}{d(d-f)} = \frac{f}{d-f}.$$

Quindi, finchè $d > 2f$ è $I < 1$, cioè *l'immagine è minore dell'oggetto*, perchè il denominatore è maggiore di f, cioè del numeratore, e quindi il rapporto $\frac{f}{d-f}$ è < 1.

Per es. se $d = 3f$, si ha: $I = \frac{f}{3f-f} = \frac{f}{2f} = \frac{1}{2}$.

Se poi $d = 2f$, » $I = \frac{f}{2f-f} = \frac{f}{f} = 1$,

cioè *l'immagine ha la stessa grandezza dell'oggetto quando la distanza di questo è doppia della distanza focale principale.*

Per $d=f$ si ha: $I=\frac{f}{f-f}=\frac{f}{0}=\infty$,

cioè, *quando l'oggetto è nel foco principale l'immagine è infinitamente lontana e infinitamente grande rispetto all'oggetto.*

Infine, per $d=\frac{f}{2}$ si ha; $I=\frac{f}{\frac{f}{2}-f}=\frac{f}{-\frac{f}{2}}=-2$,

» $d=o$, » $I=\frac{f}{o-f}=-1$.

Questi valori negativi esprimono che quando $d<f$, l'immagine è virtuale. E siccome sono in valore assoluto compresi fra 1 e ∞, consegue che *la grandezza dell'immagine virtuale è compresa fra quella dell'oggetto e l'infinito.*

§ 53. Immagini date dalle lenti divergenti. — 1. *Le lenti divergenti danno immagini virtuali, diritte e più piccole dell'oggetto.*

2. *Dimostrazione geometrica.* — Sia O (fig. 115) il centro ottico di una lente divergente, C il centro di curvatura della faccia dinnanzi alla quale sta l'oggetto AB.

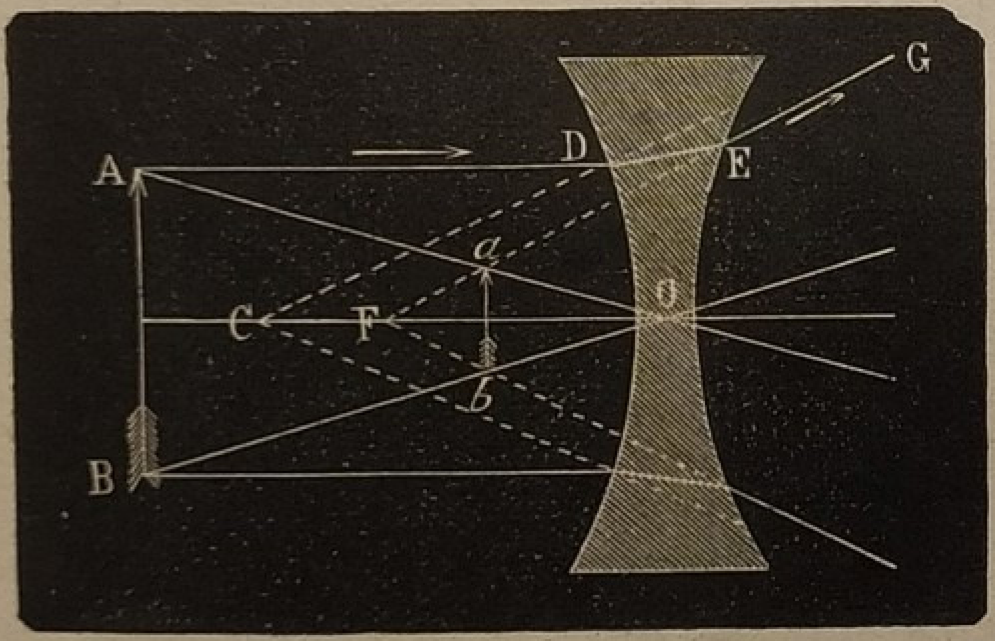


Fig. 115.

Per determinarne l'immagine, si conducono pel centro ottico O gli assi secondarii OA, OB dei punti estremi dell'oggetto; quindi un raggio incidente AD parallelo all'asse principale, la normale CD, il raggio rifratto DE ed infine il raggio emergente EG, in modo che il suo prolungamento dalla parte dell'oggetto passi pel foco virtuale principale F, incontrando così l'asse secondario OA in un punto *a* che sarà il foco virtuale coniugato di A, cioè il punto nel quale un occhio ricevente i raggi rifratti dalla lente vede il punto luminoso A. Parimente si ottiene il foco virtuale *b* di B. E siccome i fochi dei punti intermedii fra A e B giaciono fra *a* e *b*, consegue che l'occhio vede in *a b*, un'immagine virtuale, diritta e più piccola dell'oggetto.

3. *Quest'immagine è tanto più vicina al foco principale e più piccola quanto più l'oggetto è lontano, e inversamente, è tanto più vicina alla lente e più prossima in grandezza all'oggetto quanto più vicino a quella è l'oggetto.*

Infatti, se l'oggetto fosse a distanza infinita, l'angolo A O B degli assi secondari sarebbe infinitamente piccolo, e l'immagine sarebbe bensì allontanata dalla lente, ma solo fino al foco principale, ove sarebbe infinitamente piccola; mentre se l'oggetto si avvicina alla lente, cresce l'angolo A O B che limita l'immagine, e quando l'oggetto fosse in contatto colla lente, l'immagine sarebbe pure in contatto, e perciò avrebbe la stessa grandezza dell'oggetto, che è la massima grandezza che essa possa avere.

4. *Dimostrazione sperimentale.* — Osservando un oggetto, per es., una fiamma, attraverso una lente divergente, si vede una immagine virtuale, diritta, e tanto più piccola, quanto più l'oggetto è lontano, ed inversamente.

Siccome poi noi giudichiamo più lontani gli oggetti che ci appaiono più piccoli, così l'immagine di un oggetto lontano da tale lente, appare più lontana dell'oggetto; ma essa è realmente sempre più vicina di questo.

5. Le quali proposizioni intorno alla posizione dell'immagine e alla sua grandezza risultano anche dalla formola delle lenti biconcave (§ 50, n° 11), perchè dapprima, per la distanza d' di quella, si ha:

$$d' = -\frac{f}{1 + \frac{f}{d}}.$$

E quindi:

per $d = \infty$, si ha $d' = -\frac{f}{1 + o} = -f$;

» $d = f$, » $d' = -\frac{f}{1 + \frac{f}{f}} = -\frac{f}{2}$;

» $d = o$, » $d' = -\frac{f}{1 + \infty} = -o$.

6. Per avere poi *l'ingrandimento* basta osservare che, trascurando la grossezza della lente, i triangoli simili A O B, aOb, danno:

$$\frac{ab}{AB} = \frac{d'}{d};$$

e sostituendo a d' il suo valore

$$d' = \frac{-df}{f + d} \text{ (§ 50, n° 11)},$$

risulta:

$$\frac{ab}{AB}=\frac{\frac{-df}{f+d}}{d}=-\frac{df}{d(f+d)}=-\frac{f}{f+d}=-\frac{1}{1+\frac{d}{f}}.$$

Quindi, per $d=\infty$, si ha: $\frac{a\,b}{AB}=-0$,

cioè l'immagine è nel foco principale virtuale, infinitamente piccola.

Per $d=f$, si ha $\frac{a\,b}{AB}=-\frac{1}{2}$;

» $d=o$, » $\frac{a\,b}{AB}=-1$,

cioè in questo caso l'immagine ha la stessa grandezza dell'oggetto, come ha la stessa distanza, $d'=o$ (n° 5).

§ **54. Aberrazione di sfericità per rifrazione.** — 1. Come negli specchi a curvatura sferica si ha l'aberrazione di sfericità per riflessione (§ 42), così nelle lenti a curvatura sferica si ha *l'aberrazione di sfericità per rifrazione*, la quale consiste in ciò, che *i raggi partiti da uno stesso punto non concorrono tutti esattamente in un solo foco, ma in punti sempre più vicini alla lente, a misura che sono più lontani dall'asse.*

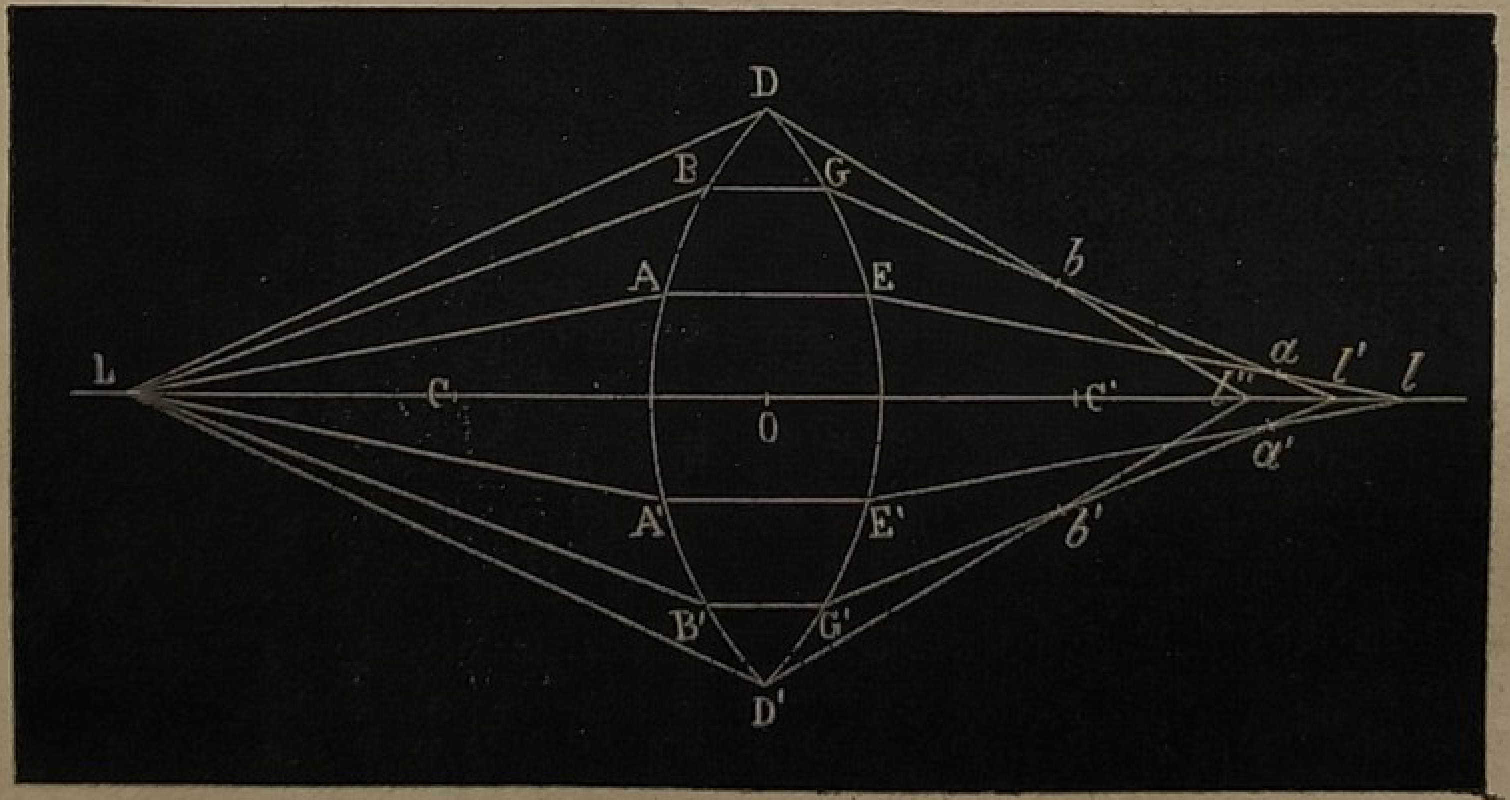


Fig. 116.

2. Ciò avviene, perchè i raggi L A, L B, L D, (fig. 116) successivamente più lontani dall'asse, attraversando la lente siccome un prisma di angolo rifrangente crescente, vengono sempre più deviati; perciò, mentre i raggi L A, L A', più vicini

all'asse, formano un foco l più lontano, quelli L B, L B' più lontani ne formano uno l' più vicino alla lente, e quelli L D, L D' più lontani ancora concorrono in un altro foco l'' ancora più vicino alla lente.

Notisi però che il fenomeno nel disegno è enormemente esagerato per renderlo più sensibile.

Si scorge facilmente, che l'esatto concorso dei raggi luminosi in un medesimo punto avviene solo pei raggi egualmente lontani dall'asse principale, i quali fanno eguali angoli d'incidenza e sono egualmente deviati.

3. Inversamente, l'aberrazione sferica, cioè la differenza delle distanze dei fochi dalla lente, è tanto maggiore quanto maggiore è la differenza fra il massimo ed il minimo angolo d'incidenza; la quale differenza, per gli stessi raggi, è tanto maggiore *quanto maggiore è l'apertura della lente, o quanto minore è il suo raggio di curvatura, o la sua distanza focale.*

4. Di più, i raggi El, Gl' che si intersecano nel punto a, e i raggi Gl', Dl'' che si intersecano in b, e tutti gli altri intermedii che si intersecano in punti intermedii, determinano una superfice di rivoluzione attorno all'asse CC', detta *diacaustica*, avente il vertice in l, e analoga a quelle dette *catacaustiche* che risultano negli specchi sferici (§ 42).

5. Si possono osservare tali curve al fondo di un bicchiere pieno d'acqua in cui penetrano di fianco i raggi solari paralleli, perchè il liquido contenuto nel bicchiere costituisce una lente cilindrica, e i raggi successivamente più lontani dall'asse sono successivamente più deviati.

6. *L'aberrazione sferica delle lenti e il conseguente difetto di chiarezza delle immagini si possono dimostrare sperimentalmente*, proiettando su di uno schermaglio l'immagine di un oggetto luminoso, per es., di una fiamma, mediante una lente molto ampia, ovvero un globo di vetro pieno d'acqua. Si vede così che l'immagine è alquanto sfumata nel suo contorno, ossia circondata da un'aureola. Allora, se con un diaframma anulare si sopprimono i raggi che attraversano la lente verso il contorno, si vede che l'immagine guadagna in precisione, e ciò è tanto più sensibile quanto più piccola è l'apertura del diaframma.

Invece, se si lasciano passare i raggi del contorno e si intercettano quelli centrali con un diaframma circolare, l'immagine diviene confusa per la precedente distanza del diaframma, ma apparisce chiara avvicinando questo alla lente, cioè mettendolo al foco dei raggi che passano presso il contorno di essa.

7. Quindi si ripara in gran parte il difetto dell'aberrazione

di sfericità negli stromenti ottici, sia adoperando lenti di piccola apertura, sia coll'intercettare i raggi lontani dall'asse, mediante diaframmi a foro circolare, i quali lasciano passare solo i raggi centrali.

8. Il calcolo dimostra che, in tutte le lenti, ad eccezione dei menischi convergenti, la distanza focale dei raggi più lontani dall'asse è sempre minore di quella dei raggi più vicini; e che, nei detti menischi, secondo la distanza del punto raggiante, possono avere il foco più vicino alla lente, ora i raggi più vicini, ora i raggi più lontani, e perciò vi deve essere una tale distanza del punto raggiante, per la quale tutti i raggi concorrono esattamente nello stesso punto, cioè l'aberrazione sferica svanisce. Si dice allora che tali lenti, per quella distanza del punto raggiante, sono *aplanetiche.*

9. Di più, il calcolo e l'esperienza dimostrano che, mediante una conveniente combinazione di lenti, la quale deve essere costituita almeno da una lente convergente e un'altra divergente, si può distruggere l'aberrazione. Un tale sistema di lenti scevro di aberrazione sferica dicesi *aplanetico.*

Si raggiunge approssimativamente lo stesso scopo, sostituendo una lente di piccola distanza focale con due o più lenti di maggiore distanza, ed opportunamente distanti fra loro. La maggiore distanza focale fa sì che, per eguale diametro della lente, l'apertura, e quindi anche l'aberrazione diviene minore. Inoltre, dopo il passaggio per la prima lente, i raggi cadono sulla seconda, e magari sulla terza lente, così vicini all'asse, che la loro aberrazione diviene insensibile. Siccome in tal modo non è più necessario di sopprimere i raggi del contorno della lente con diaframmi, così si guadagna in intensità luminosa, senza nuocere alla chiarezza delle immagini.

10. Oltre l'aberrazione sferica, le immagini delle lenti sferiche semplici, presentano un altro difetto, cioè di essere iridescenti nei loro contorni, perchè quelle scompongono la luce bianca siccome fanno i prismi, del che si tratterà più innanzi (§ 61).

§ 55. Scomposizione della luce bianca. Spettro solare (Grimaldi 1665) (*). — 1. *Quando si fa passare la luce bianca del sole o di altra sorgente luminosa a traverso un prisma, essa si scompone*

(*) La scomposizione della luce bianca mediante il prisma, che si attribuisce generalmente a Newton, è invece dovuta al P. Grimaldi. Il Newton dimostrò bensì che i colori dello spettro non si possono ulteriormente scomporre, ciò che egli espresse colle parole *nec variat lux fracta colorem,* come pure spetta a lui il merito della ricomposizione della luce bianca. (V. SECCHI — *Le Soleil*).

in una infinità di luci colorate, che ricevute su uno schermaglio formano una striscia colorata coi colori dell'iride, la quale dicesi **Spettro solare.**

2. 1ª *Dimostrazione sperimentale.* — Per un foro A (fig. 117), praticato nell'imposta della finestra di una camera oscura si fa

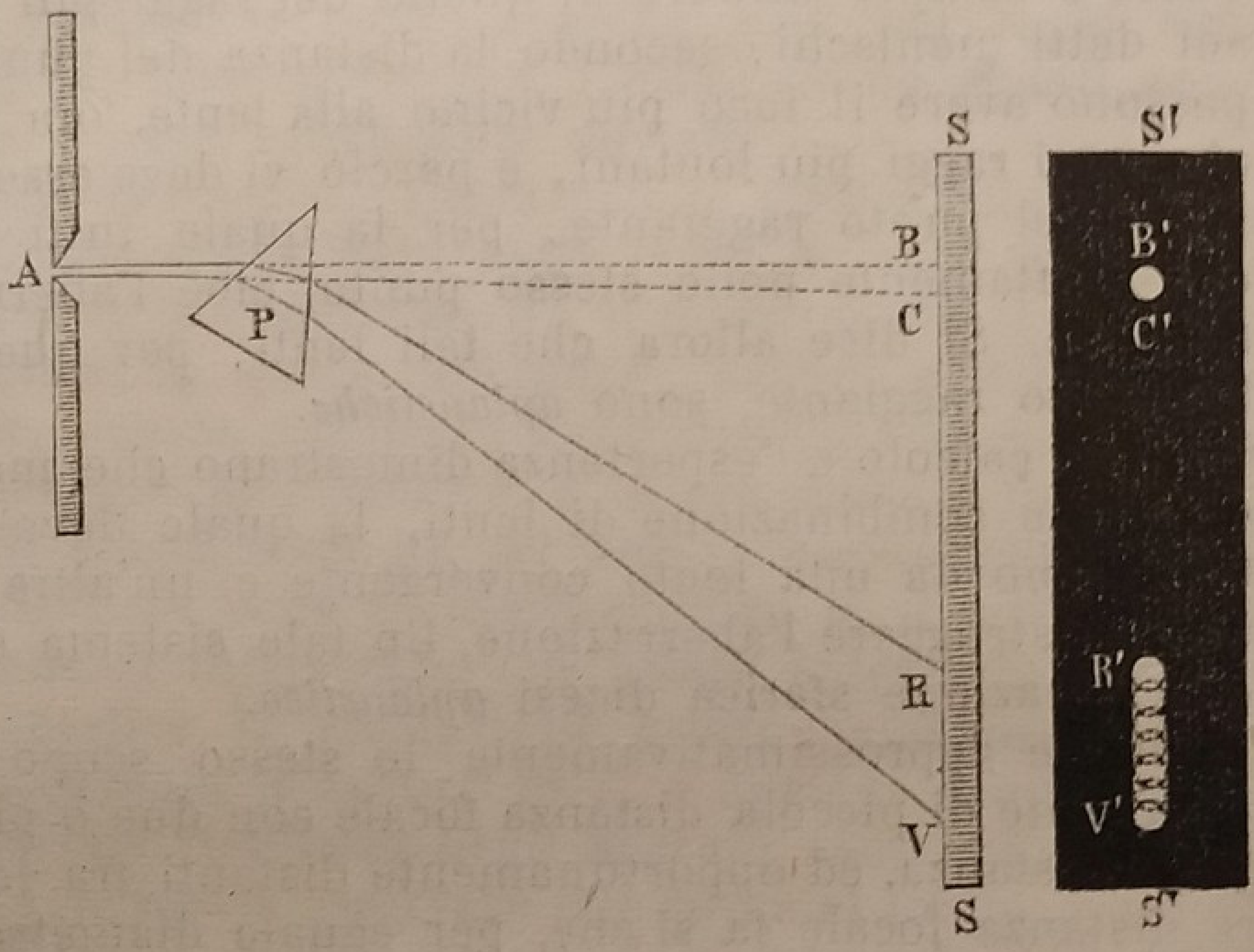


Fig. 117.

entrare in questa un fascio di raggi solari paralleli, il quale incontrando uno schermaglio bianco controstante S S presenta sul medesimo un cerchietto luminoso BC, od immagine circolare del sole. Indi si interpone sul tragitto dei raggi un prisma P, e allora si vede che quelli non solo sono deviati verso la base del prisma, ma divengono ancora divergenti fra loro a guisa di ventaglio PRV, colorato coi colori dell'iride, cosicchè, incontrando lo schermo presentano sul medesimo una striscia allungata in direzione perpendicolare agli spigoli del prisma ed iridescente, col rosso in alto e il violetto in basso, la quale costituisce lo *spettro solare.*

Questo risulta dalla sovrapposizione parziale di tanti cerchietti colorati, come è indicato in R′V′.

Siccome la lunghezza dello spettro è perpendicolare agli spigoli del prisma, perciò quello risulta verticale od orizzontale secondochè il prisma è orizzontale o verticale.

3. *Per proiettare lo spettro in alto,* in guisa da renderlo meglio visibile contemporaneamente a molte persone, non si ha che da capovolgere il prisma, cioè disporlo colla base in alto e il

vertice in basso. Naturalmente allora anche lo spettro risulta rovesciato. cioè col violetto in alto e il rosso in basso.

4. Siccome i raggi luminosi colorati dello spettro sono divergenti fra loro, si vanno allontanando col crescere della distanza dal prisma. Perciò *si ottiene uno spettro sempre più lungo* a misura che si ricevono i raggi su uno schermaglio più lontano dal prisma. Ma mentre cresce la lunghezza dello spettro diminuisce la sua intensità luminosa.

5. 2ª *Dimostrazione sperimentale.* — Si ottiene uno spettro più puro, cioè coi colori più distinti, facendo dapprima entrare la luce nella camera oscura per una sottile fenditura A (fig. 118)

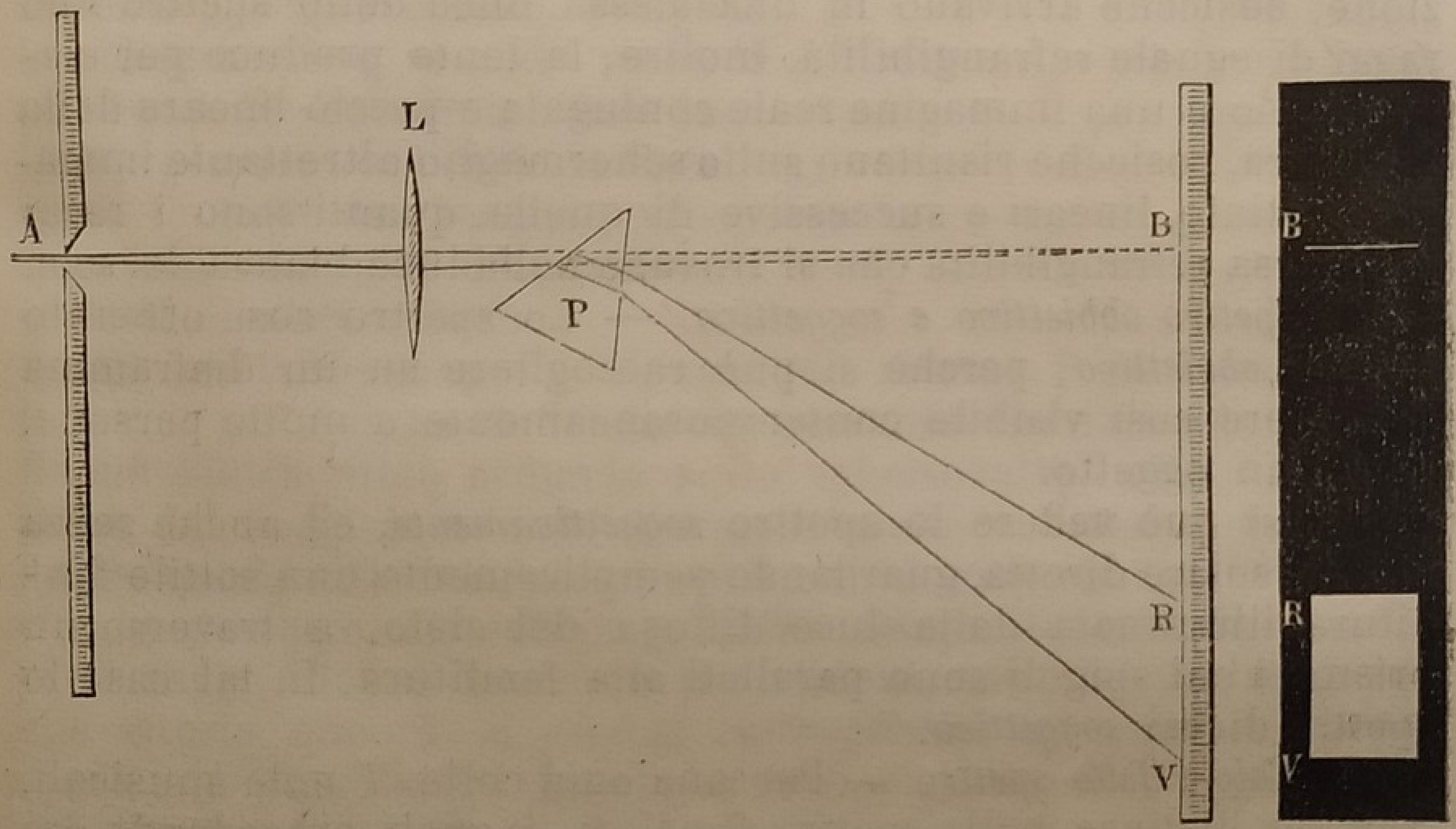


Fig. 118.

di un millimetro circa di grossezza, e collocando sul tragitto dei raggi una lente convergente L, ad una distanza dalla fenditura compresa fra la semplice e la doppia distanza focale della lente, in guisa che essa generi sullo schermaglio, collocato alla distanza del foco coniugato della fenditura, un'immagine B di quella, reale e coniugata. Quindi, nella direzione dei raggi resi convergenti della lente si colloca il prisma P cogli spigoli paralleli alla fenditura *al minimum di deviazione*, ed infine si dispone lo schermaglio alla distanza primitiva dal prisma, e in modo che i raggi deviati arrivino sul medesimo presso a poco perpendicolarmente. Così risulta uno spettro coi colori ben distinti, e limitato da linee rette, anche ai suoi estremi.

Il risultato è ancora migliore se si fanno passare i raggi successivamente a traverso due fenditure a qualche distanza fra loro.

Si può anche collocare la lente dopo il prisma, ma lo scher-

maglio deve sempre essere collocato alla distanza del foco coniugato della fenditura.

6. *Il vantaggio della piccola fenditura e della lente* risulta da ciò, che quando la luce solare arriva sul prisma a traverso un foro alquanto grande, ogni colore genera sullo schermaglio un'immagine circolare del sole, e le immagini vicine si sovrappongono in gran parte, per modo che la luce non è in ciascun punto omogenea, e lo spettro è arrotondato agli estremi. Invece, se si fa arrivare la luce sul prisma per una o due sottili fenditure, allora i raggi giungono sul medesimo presso a poco colla stessa incidenza, e quelli della stessa refrangibilità subiscono la stessa deviazione, cosicchè arrivano in una stessa linea dello spettro solo raggi di eguale refrangibilità. Inoltre, la lente produce per ciascun colore una immagine reale coniugata e perciò lineare della fenditura, cosicchè risultano sullo schermaglio altrettante immagini distinte, lineari e successive di quella, quanti sono i raggi di diversa refrangibilità che si trovano nella luce bianca del sole.

7. *Spettro obbiettivo e soggettivo.* — Lo spettro così ottenuto si dice *obbiettivo*, perchè si può raccogliere su un diaframma e rendere così visibile contemporaneamente a molte persone, come un oggetto.

Ma si può vedere lo spettro *soggettivamente*, ed anche senza la luce solare diretta, guardando semplicemente una sottile fenditura illuminata dalla luce diffusa del cielo, a traverso un prisma i cui spigoli sono paralleli alla fenditura. In tal caso lo spettro dicesi *soggettivo*.

8. *Colori dello spettro.* — Per analogia colle 7 note musicali, Newton distinse nello spettro 7 colori, i quali procedendo dai raggi meno deviati a quelli più deviati verso la base del prisma, sono: *rosso*, *aranciato*, *giallo*, *verde*, *azzurro o celeste*, *indaco* e *violetto*. Essi si possono tenere facilmente a memoria mediante la seguente parola, composta colle iniziali dei detti nomi: *ro ran gia ver cel inda viò*.

Si possono pure ritenere a memoria gli stessi nomi in ordine inverso, mediante il seguente distico:

Sono: *il violetto*, *l'indaco*, *il turchino*,
il verde, *il giallo*, *l'aranciato e il rosso*.

Siccome però il passaggio da un colore all'altro non avviene a salti, ma gradatamente, così si potrebbero distinguere molti colori intermedii; perciò la scala di 7 colori adottata da Newton è affatto arbitraria, e i colori dello spettro si possono dire infiniti.

L'estensione dei diversi colori dello spettro è diversa e varia colla natura del prisma, come vedremo in seguito.

9. *I raggi colorati dello spettro sono semplici, cioè non si possono ulteriormente decomporre in raggi di altri colori, e sono diversamente refrangibili.*

10. *Dimostrazione sperimentale.* — Se si intercetta lo spettro solare puro con un diaframma A B (fig. 119) munito di una sottile fenditura parallela agli spigoli del prisma, in modo da lasciare passare solo luce di una medesima tinta, rossa, verde, ecc. e poi si fa passare codesta luce unicolore per un secondo prisma P collocato dopo lo schermaglio, si vede su di un secondo schermo, che la luce colorata è bensì deviata verso la base del secondo prisma, ma non più decomposta in luci di altri colori.

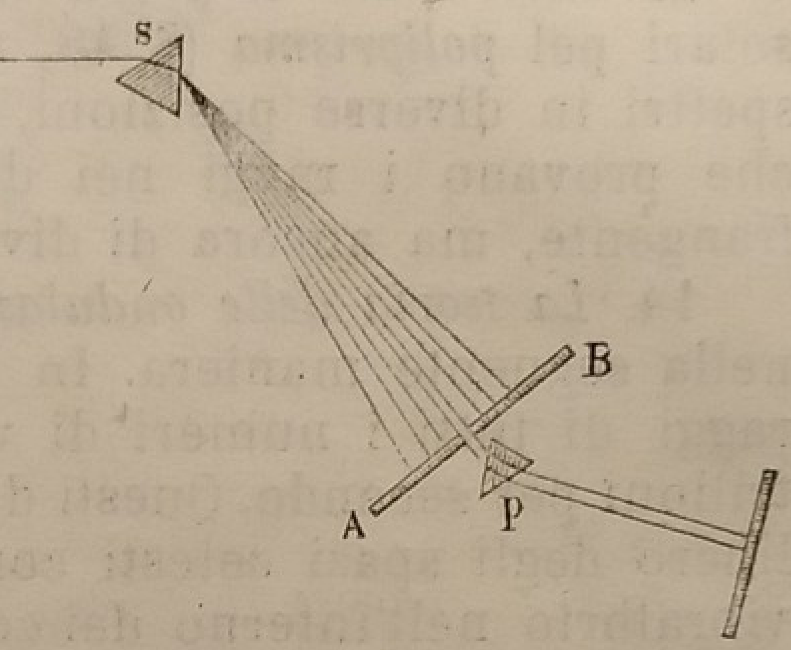


Fig. 119.

Di più, se si pone il secondo prisma P per modo che intercetti solo la metà del fascio passante per la fenditura, affinchè l'altra metà cadendo sullo schermaglio indichi la direzione dei raggi incidenti, allora, notando la distanza di questi dai raggi rifratti dal secondo prisma, si può ancora verificare che la deviazione minima prodotta da quello è varia pei diversi raggi, cioè è massima pei violetti, minima pei rossi; il che attesta ancora la *diversa refrangibilità dei raggi di diverso colore,* già provata dal fatto che la deviazione dei raggi rifratti dal prisma va crescendo dai rossi ai violacei.

11. *La lunghezza dello spettro varia col variare dell'angolo d'incidenza dei raggi.* — Ciò si constata facendo girare il prisma attorno al suo asse, perchè si vede così variare la lunghezza dello spettro. Ma lo spettro più netto si ottiene mettendo il prisma al minimum di deviazione, cioè in modo che gli angoli d'incidenza e di emergenza sieno eguali (§ 48, n° 8).

12. *A parità di indice di rifrazione, la lunghezza dello spettro cresce col crescere dell'angolo rifrangente del prisma.* — Il che si può provare con un prisma scaleno, i cui angoli rifrangenti sono diseguali, il quale, collocato al minimum di deviazione, dà uno spettro più lungo col massimo angolo rifrangente e più corto col minimo angolo. Perciò, se l'angolo rifrangente è nullo, cioè se le due facce del mezzo sono parallele, lo spettro è nullo, come è nulla la deviazione (§ 47).

13. *Ad angolo rifrangente eguale la lunghezza dello spettro cresce, in generale, col crescere dell'indice di rifrazione del prisma, sebbene non sia proporzionale al medesimo.*

Ciò si può dimostrare con due prismi di eguale angolo rifrangente, ma l'uno di *crown* e l'altro di *flint*. Facendo passare i raggi solari pei due prismi collocati al minimum di deviazione, in modo che diano lo spettro più puro, si vede che la lunghezza di quello del flint è circa doppia di quello dato dal crown.

Lo stesso fatto si prova facendo passare un fascio di raggi solari pel *poliprisma* (§ 48, n° 15), il quale non solo produce spettri in diverse posizioni, dipendenti dalla diversa deviazione che provano i raggi nei diversi prismi di eguale angolo rifrangente, ma ancora di diversa lunghezza.

14. *La teoria delle ondulazioni spiega la scomposizione della luce* nella seguente maniera. In un fascio di luce bianca si trovano raggi di tutti i numeri di vibrazioni compresi fra 400 e 800 trilioni per secondo. Questi diversi raggi si propagano nell'etere libero degli spazi celesti con eguale velocità. Invece il moto vibratorio nell'interno dei corpi trova una resistenza alla sua propagazione, per la quale questa subisce un ritardo, e siccome detta resistenza agisce ad ogni vibrazione, il ritardo deve crescere col numero delle vibrazioni. Ma dal ritardo nella propagazione nasce la rifrazione (§ 44, n° 20), dunque questa deve crescere col numero delle vibrazioni, o colla celerità del moto vibratorio. Perciò, se un fascio di luce bianca attraversa un prisma, secondo la teoria della rifrazione prismatica, la rifrazione è diversa pei diversi colori. Nel fascio bianco i raggi sono paralleli e mescolati; passando pel prisma divengono divergenti fra loro e perciò si separano. Ora i raggi di diversa celerità vibratoria producono nell'occhio l'impressione di un diverso colore.

15. Un occhio ordinario scorge nello spettro, come nell'arcobaleno, solo 5, anzi perfino solo 3 colori; Newton ne contò dapprima 7; Helmholtz perfino 10. Se ad ogni differenza nel numero delle vibrazioni corrispondesse una differenza di colore, dovrebbero propriamente esistere 400 trilioni di colori diversi. Ma ciascun colore è costituito da un determinato gruppo di numeri di vibrazioni; per es., il rosso è costituito dai numeri di vibrazioni compresi fra 400 e 460 trilioni. Come questi numeri di vibrazione così diversi producano nell'occhio l'impressione di uno stesso colore, ciò dipende dalla struttura del medesimo.

E siccome ciascun colore dello spettro ha una certa estensione, consegue che non tutti i raggi di uno stesso colore hanno lo stesso indice di rifrazione. Per es., nel rosso i raggi che formano l'estremità rossa dello spettro sono meno rifratti dei raggi rossi che confinano coll'aranciato. Ma l'occhio non è capace di percepire le minime differenze di rifrangibilità, ma solo quelle comprese fra certi limiti.

§ 56. Ricomposizione della luce bianca. — 1. *Riunendo assieme i raggi di diverso colore dello spettro solare si ricostituisce* ***la*** *luce bianca.* — Il che si dimostra con diversi esperimenti.

2. *Con una lente convergente o uno specchio concavo.* — Si fa cadere lo spettro prodotto da un prisma S (fig. 120) su di una lente convergente *l*, la quale riunisce i raggi nel suo foco coniugato *f*, ove collocando uno schermaglio bianco si vede nuovamente la luce bianca.

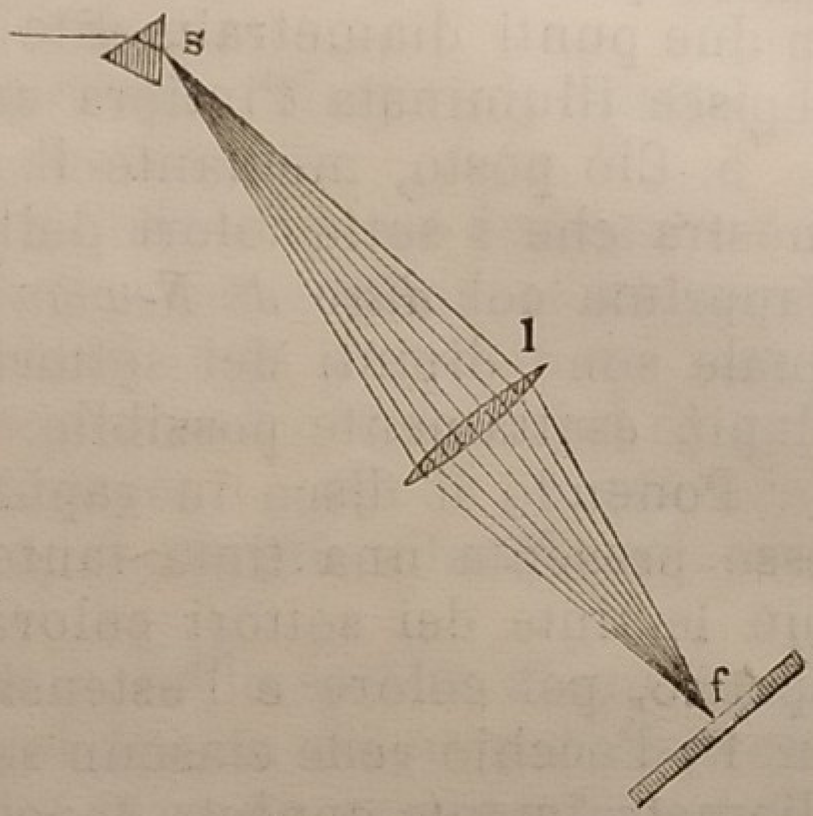


Fig. 120.

Ponendo lo schermaglio prima del foco coniugato della lente, ricompare la colorazione, perchè i raggi non sono ancora riuniti; e se lo schermaglio è al di là del foco coniugato, riappariscono pure i colori dello spettro, ma in ordine inverso, perchè i raggi si incrociano nel foco.

Lo stesso risultato si ottiene riunendo i raggi nel foco coniugato di uno specchio concavo.

3. *Si ricompone anche la luce bianca mediante due prismi di eguale sostanza e di eguale angolo rifrangente disposti inversamente.* — Così, se in un recipiente di forma cubica, diviso per metà da una lastra diagonale di vetro, si versa un liquido qualunque, p. es. acqua, in uno degli scompartimenti, si ha un prisma rettangolo con due angoli semiretti, che attraversati da un fascio di luce bianca dànno uno spettro. Versando poi acqua nell'altro scompartimento risulta un prisma dello stesso angolo rifrangente, ma disposto inversamente, il quale distrugge l'effetto del primo, cioè rende nuovamente paralleli i raggi, di guisa che il fascio emergente è bianco.

Lo stesso risultato si ottiene con due prismi qualunque, purchè di eguale sostanza e di eguale angolo rifrangente e disposti inversamente, in modo da costituire un mezzo a facce piane parallele. Non è neppure necessario che i due prismi sieno a contatto.

4. Infine, si ottiene pure *la ricomposizione della luce bianca* con esperimenti fondati sul fenomeno della *persistenza delle immagini sulla rètina*, il quale consiste in ciò, che le immagini prodotte in un punto della retina non spariscono immediatamente collo spostamento del corpo luminoso, ma durano circa $^1/_7$ di secondo. Perciò, quando si fa girare rapidamente un carbone rovente si scorge una linea luminosa continua.

Se, p. es., il carbone fa 1 giro in $^1/_{10}$ di secondo, impiegherà $^1/_2$ decimo di secondo per passare da una posizione qualunque a quella diametralmente opposta; perciò l'occhio percepisce il carbone in una seconda posizione diametralmente opposta ad un'altra, mentre ha ancora la percezione del medesimo nella prima posizione, e vede così contemporaneamente il carbone in due punti diametralmente opposti qualunque; perciò percepisce illuminata l'intiera curva che quello percorre.

5. Ciò posto, mediante il detto fenomeno fisiologico, si dimostra che i sette colori dello spettro formano la luce bianca, dapprima col *disco di Newton*. Questo consiste in un disco sul quale sono dipinti dei settori colorati colle tinte dello spettro, il più esattamente possibile.

Ponendo il disco in rapida rotazione attorno al suo asse, esso presenta una tinta tanto più prossima al bianco quanto più le tinte dei settori colorati sono prossime a quelle dello spettro, pel colore e l'estensione. Perchè, se il disco fa 10 giri in 1^s, l'occhio vede ciascun settore in una posizione e in quella diametralmente opposta dopo $^1/_2$ decimo di secondo, ossia prima che sia svanita l'immagine del settore nella primitiva posizione. Ciascun settore colorato perciò produce nell'occhio l'impressione di un disco intiero. Esso ha così contemporaneamente l'impressione di altrettanti dischi quanti sono i settori, e perciò vede un disco del colore risultante dai diversi colori dei settori.

6. Se invece si illumina il disco per un tempo brevissimo, per es., colla scintilla di una bottiglia di Leida o altro condensatore, che ha una durata di 0,000042 secondi (vol. II, § 30, n° 6) $= {}^1/_{24000}$ di secondo circa, si veggono i settori distinti, come se il disco fosse immobile. Perchè, se il disco fa un giro in $^1/_{10}$ di secondo, in $^1/_{1000}$ di secondo farebbe solo $^1/_{100}$ di giro (*), cioè, ciascun settore descriverebbe solo un arco di $^{360}/_{100} = 3°,6$. E siccome la durata della scintilla è ancora 24 volte minore di $^1/_{1000}$ di secondo, perciò l'arco descritto sarà ancora 24 volte minore, cioè ciascun settore descriverà un arco insensibile, e il disco apparirà immobile.

7. *Ricomposizione della luce bianca mediante un prisma oscillante.* — È pure fondato sulla persistenza delle immagini sulla retina un altro modo di ricomporre la luce bianca, che consiste

(*) Se il disco fa 1 giro in $^1/_{10}$ di secondo, in $^1/_{10000}$ di secondo farà una frazione di giro data dalla proporzione:

$$\frac{1}{10} : 1 = \frac{1}{1000} : x = \frac{1}{1000} : \frac{1}{10} = \frac{10}{1000} = \frac{1}{100}.$$

nel fare oscillare rapidamente un prisma attraversato dai raggi solari, per modochè lo spettro oscilli pure rapidamente su di uno schermaglio bianco. Così appare su quello una striscia bianca nel mezzo, perchè ivi si sovrappongono successivamente ma rapidamente i raggi di tutti i colori dello spettro, mentre agli estremi, ove non può avvenire quella sovrapposizione, si vede ancora un poco di colorazione.

Lo stesso risultato si ottiene facendo riflettere lo spettro da uno specchio piano che ruoti o che oscilli.

8. Così pure, un oggetto bianco alquanto esteso appare bianco nel mezzo e colorato solo nel contorno, perchè ciascun elemento del medesimo dà uno spettro, e questi infiniti spettri nel mezzo sono sovrapposti in modo da mandare nell'occhio raggi di ogni colore, mentre ad un'estremità rimangono scoperti i raggi meno rifratti, rossi e gialli, e all'altra i raggi più rifratti violetti e azzurri.

9. Infine, Draper ha riconosciuto nello spettro di un filo di platino l'apparizione successiva dei diversi colori a misura che aumentava l'incandescenza del filo, facendo crescere l'intensità della corrente. In generale, quando un corpo viene riscaldato, i raggi rossi appaiono i primi, e quindi, col crescere della temperatura, si aggiungono gli altri più rifrangibili; finchè la luce emessa dal corpo diviene bianca quando emette tutti i raggi dello spettro solare.

§ 57. Colori complementari. Teoria fisiologica dei colori. — 1. *Colori complementari.* Quando si ricompone la luce bianca mediante la lente (fig. 120, pag. 231), o con uno specchio concavo, se, mentre lo schermaglio è nel foco, ove appare il bianco, si intercetta con un diaframma una parte o l'altra dei raggi colorati che arrivano sulla lente, o che emergono da questa, allora si osserva la luce focale sullo schermo tingersi del colore risultante dal miscuglio dei colori rimanenti che attraversano la lente.

Per es., se si intercettano i raggi dall'estremità rossa fino al mezzo del verde, prima che essi arrivino alla lente, si vede la luce nel foco di questa tingersi in azzurro; essa diviene all'incontro gialla quando si intercettano i raggi dalla metà del verde all' estremità violetta. Dunque questa tinta gialla aggiunta alla precedente azzurra costituisce luce bianca.

2. *Due colori i quali riuniti danno il bianco diconsi complementari.* Ciascun colore ha il suo complementare, perchè, se non è bianco, gli mancano certi raggi colorati per costituire il bianco, i quali, riuniti, producono un colore che è il complementare.

3. Il quale *esperimento dei colori complementari* si può fare

ancora meglio facendo deviare, con un piccolo prisma *p*, (fig. 121) di piccolo angolo rifrangente, una porzione del fascio rifratto dalla lente (o riflesso dallo specchio). Allora l'immagine cessa di essere bianca, e ne compare un'altra di fianco, la quale presenta il colore complementare della prima. Così, se col prisma *p* si deviano i raggi rossi e aranciati, l'immagine *n* diviene rossa e la *f* verde. Il rosso dell'immagine *n* è dunque complementare del verde dell'immagine *f*. Se si fa avanzare il prisma *p* verso il mezzo dello spettro per modochè il suo angolo rifrangente si trovi circa nel mezzo del verde, il colore di *n* diviene giallo, mentre quello di *f* diviene azzurro.

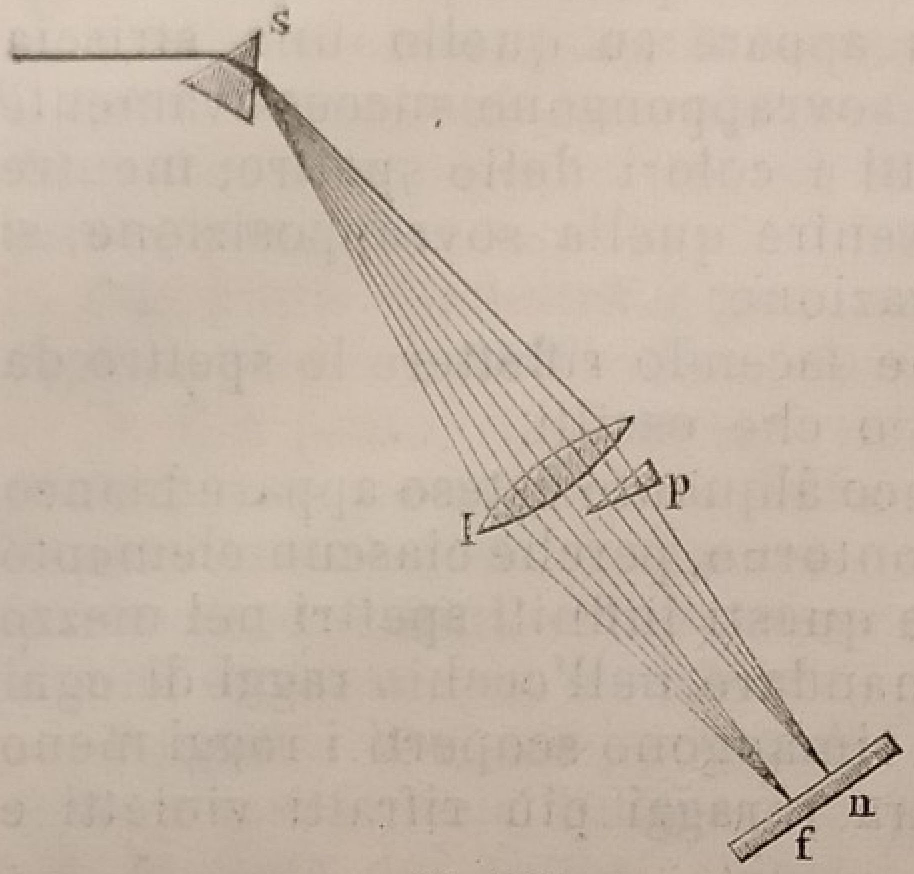


Fig. 121.

Se il prisma *p* è piccolo si possono anche col medesimo deviare i raggi mediani e osservare nuovi colori complementari.

4. Tuttavia, *perchè l'occhio vegga luce bianca non è necessario il concorso di tutti i raggi dello spettro*, perchè, Helmholtz ha dimostrato che *il colore bianco può risultare anche dalla impressione di due soli colori spettrali semplici*.

Infatti, se nell'imposta di una camera oscura vi sono due fenditure A, B, (fig. 122) di 1/2 mm. circa di larghezza, ad angolo

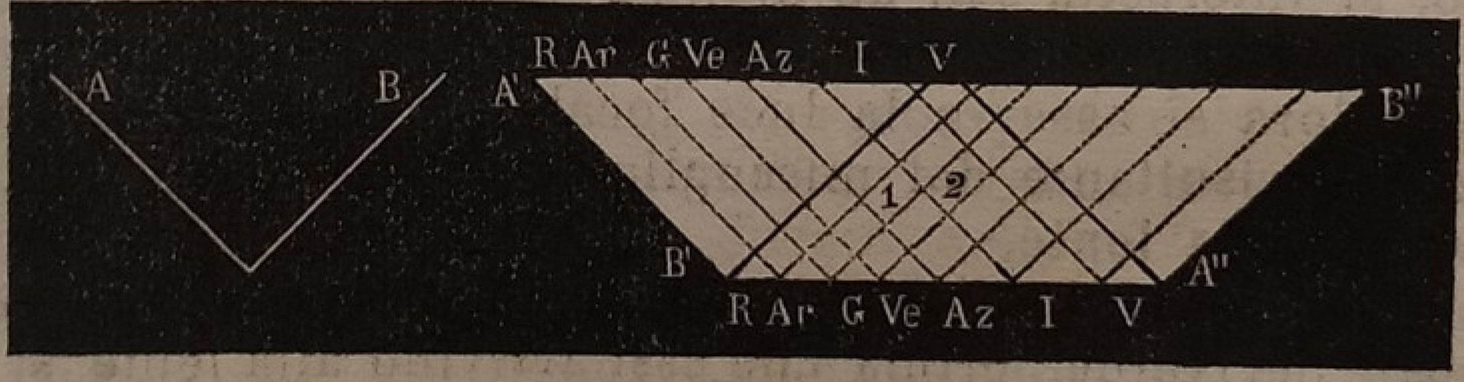


Fig. 122.

retto fra loro, ma inclinate ciascuna di 45° all'orizzonte, e si osservano attraverso ad un prisma verticale posto davanti all'obbiettivo di un cannocchiale, si veggono gli spettri A′ A″, B′ B″ delle due fenditure A B, come due parallelogrammi in parte sovrapposti, e allora si può constatare l'effetto prodotto nell'occhio dall'azione simultanea di due colori semplici sovrapposti.

Per es., in 1 appare il bianco per l'azione dell'aranciato dello spettro *B′ B″* e dell'azzurro dell'altro *A′ A″*; e così pure in 2 per quella del giallo e dell'indaco, ecc.; e in generale si verificano le

combinazioni indicate nella seguente tabella, nella quale, nel punto d'incontro della colonna verticale colla linea orizzontale è segnato il colore risultante dalla sovrapposizione dei due colori notati in testa della prima, e a sinistra della seconda.

Colori semplici	Violetto	Indaco	Azzurro	Azzurro verdastro	Verde	Giallo verdastro	Giallo
Rosso	Porpora	Rosa cupo	Rosa pallido	*Bianco*	Giallo pallido	Giallo d'oro	Aranciato
Aranciato	Rosa cupo	Rosa pallido	*Bianco*	Giallo pallido	Giallo	Giallo	
Giallo	Rosa pallido	*Bianco*	Verde pallido	Verde pallido	Giallo verdastro		
Giallo verdastro	*Bianco*	Verde pallido	Verde pallido	Verde			
Verde	Azzurro pallido	Azzurro carico	Azzurro verdastro				
Azzurro verdastro	Azzurro carico	Azzurro carico					
Azzurro	Indaco						

Dalla medesima si scorge che il bianco può nascere dalla sovrapposizione dell' azzurro verdastro col rosso, dell' azzurro coll'aranciato, ecc. Ed in generale ogni colore semplice ha il suo compagno, col quale arrivando all'occhio vi desta l'impressione del bianco.

5. Ora è indubitato che la diversa refrangibilità dei raggi dello spettro solare dipende da diversa celerità del moto vibratorio, la quale cresce dal rosso al violetto, come le note di altezza crescente della scala musicale dipendono da celerità crescente del moto vibratorio sonoro. E quindi si capisce che, come due toni semplici danno un tono composto risultante, così due radiazioni colorate semplici debbono destare nell'occhio un'impressione risultante.

Obbiettivamente, cioè fuori di noi, i due fenomeni sono analoghi; ma fisiologicamente, i processi delle due sensazioni sono assai differenti, perchè, mentre l'orecchio ha la *facoltà risolutiva*, cioè è capace di distinguere i toni semplici, che compongono un tono composto (§ 19), invece l'occhio nella

luce bianca del sole non può distinguere i colori elementari componenti, anzi non riesce nemmeno a distinguere il colore bianco risultante da tutte le radiazioni solari, da quello risultante da due sole radiazioni semplici.

Mentre le impressioni acustiche, relative all'altezza e al metallo dei suoni, corrispondono fedelmente alle diversità obbiettive dei fenomeni da cui nascono, la percezione dei colori non corrisponde sempre alla realtà obbiettiva dei medesimi, ma è subordinata ai processi fisiologici.

6. *Teoria fisiologica dei colori secondo Young ed Helmholtz.* — Pertanto il nostro occhio può ricevere la stessa impressione del bianco da colori assai differenti. È attestato da esperienze precise, che tutte le impressioni di colori che noi proviamo, possono essere generate da tre colori, due dei quali non sono complementari, e coll'aiuto del bianco e del nero.

Questo fatto ha condotto alla seguente teoria delle sensazioni dei colori, detta di Young ed Helmholtz, la quale è oggi quasi generalmente accettata, e che si può formolare colle seguenti tre proposizioni: 1° L'occhio ha tre sole specie di nervi: una la cui eccitazione dà la sensazione del rosso, un'altra per la sensazione del verde e una terza per la sensazione del violetto. (Young ammetteva che la terza specie servisse per l'azzurro, Helmholtz vi ha sostituito il violetto); 2° Tutti questi nervi vengono eccitati da qualsiasi luce omogenea o semplice, ma in diverso grado; quelli per la sensazione del rosso vengono eccitati più intensamente dai raggi che sono nella regione rossa dello spettro; quelli per la sensazione del verde vengono eccitati più energicamente dai raggi medii dello spettro, ed infine i nervi per la sensazione del violetto vengono eccitati con maggior energia dai raggi violacei; 3° Il bianco risulta da una eguale eccitazione delle tre specie di nervi.

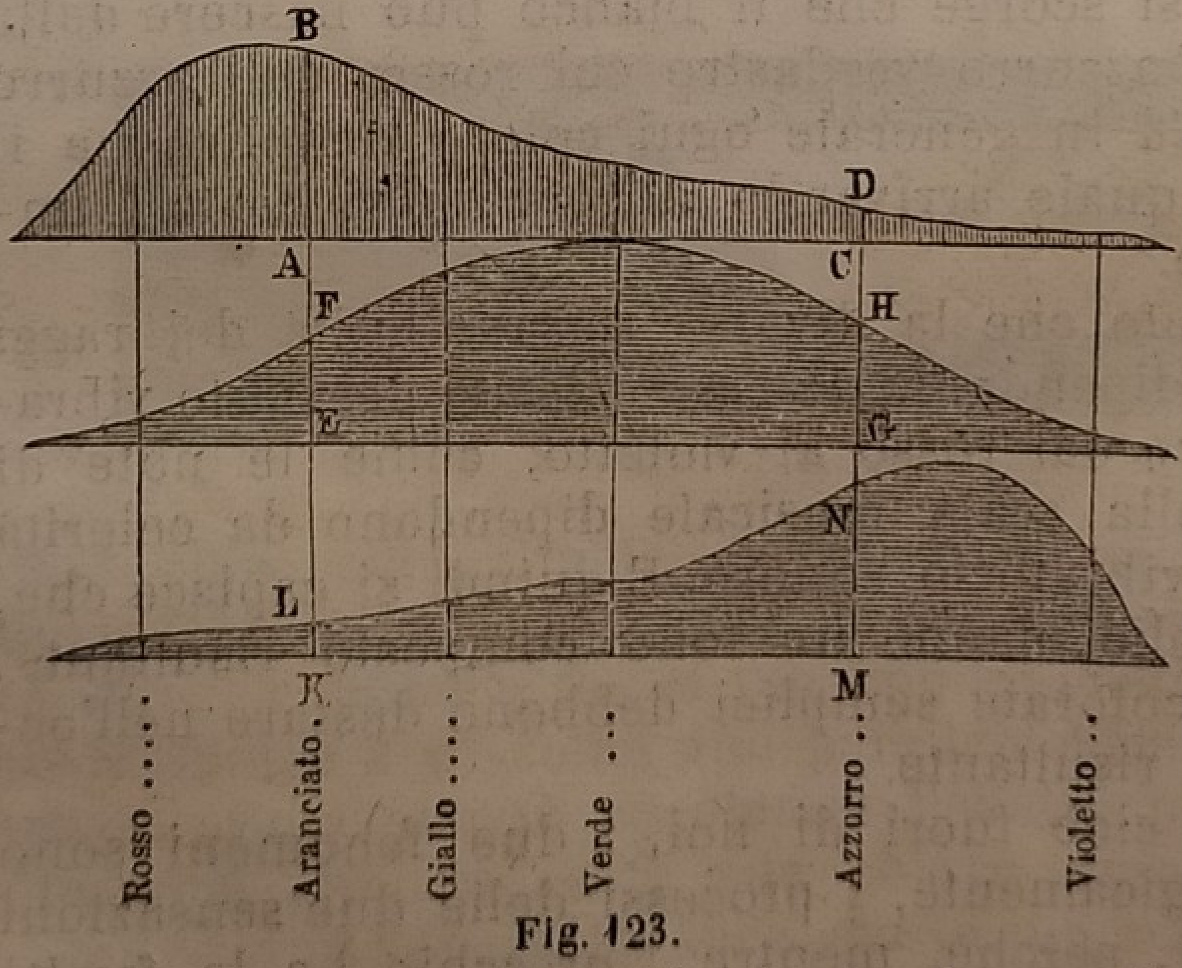


Fig. 123.

Il che si rappresenta graficamente colle tre curve della fig. 123, nella quale, in corrispondenza della linea orizzontale, detta delle *ascisse*, sono indicati i colori delle di-

verse regioni dello spettro (soppresso l'indaco che è composto di azzurro e violetto), e le altezze variabili delle *ordinate*, o linee perpendicolari alle ascisse, sono proporzionali alla eccitabilità delle tre specie di nervi pei diversi colori, ed infine le aree delle tre curve sono eguali.

Ora, la riunione di tutti i colori dello spettro genera il bianco, perchè le aree delle 3 curve essendo eguali, è eguale la somma delle loro ordinate, e quindi la somma delle eccitazioni delle 3 specie di nervi. Parimenti, l'aranciato e l'azzurro dello spettro destano nell'occhio l'impressione del bianco, perchè, considerando le loro ordinate, che sono proporzionali alle eccitazioni delle tre specie di nervi, si ha:

$$AB + CD = EF + GH = KL + MN,$$

cioè, è pure eguale la somma delle eccitazioni delle tre qualità di nervi.

7. Infine, in questa teoria, ogni sensazione di colori è mescolata con quella del bianco, perchè vengono eccitate le tre qualità di nervi, sebbene non egualmente, quando si desta nell'occhio la sensazione di un colore. Il nero nascerebbe dal riposo completo, ed il grigio da eccitazioni deboli, ma eguali.

Tuttavia, anche questa teoria, non è esente da obbiezioni; perciò, in questi ultimi tempi, Hering e poi Weinhold proposero delle modificazioni alla medesima.

§ 58. Le linee oscure trasversali dello spettro solare o linee di Fraunhofer. Lunghezze e numeri di vibrazioni delle onde luminose. — 1. *Lo spettro solare non è continuo, ma è interrotto perpendicolarmente alla sua lunghezza da un gran numero di linee oscure, che si dicono linee di Fraunhofer.*

2. *Dimostrazione sperimentale.* — Come lo spettro solare, così pure le sue righe oscure si possono osservare in due maniere, cioè obbiettivamente, per proiezione su uno schermaglio, ovvero soggettivamente, cioè ricevendo lo spettro solare direttamente nell'occhio.

Per osservare le linee oscure obbiettivamente, nel qual modo esse riescono visibili contemporaneamente a molte persone, bisogna proiettare su uno schermaglio, nel modo descritto (p. 227), cioè mediante un prisma, e una lente, uno spettro il più puro e il più esteso possibile, affinchè i raggi di diversa refrangibilità, vengano il più possibile separati, e in ogni linea del medesimo arrivino solo raggi di eguale refrangibilità.

Perciò conviene usare un prisma che dia uno spettro esteso, come il flint, o meglio il solfuro di carbonio; fare cadere la

luce sul prisma per una fenditura sottile quanto più è possibile senza che la luce riesca troppo debole; collocare sul tragitto dei raggi, prima o dopo del prisma, una lente convergente, ed infine disporre uno schermaglio nel luogo in cui la lente combinata col prisma produce un'immagine reale e coniugata della fenditura.

3. Quando questa è assai sottile si presentano facilmente nello spettro, oltre alle righe trasversali nere, anche linee nere longitudinali, le quali sono da attribuirsi alle ineguaglianze degli orli della fenditura, perchè variano col variare di questa, e perciò non sono da considerarsi. Invece, le righe trasversali si presentano sempre nelle stesse posizioni relative per qualunque fenditura e qualunque prisma, ma non appaiono, quando invece della luce solare si osserva nello stesso modo un'altra luce bianca, per es., quella della fiamma di una candela, o la luce elettrica, od in generale la luce bianca di un corpo rovente. Quindi si deve concludere che tali linee sono proprie della luce solare, e non sono prodotte accidentalmente dalle disposizioni sperimentali.

4. Alcune di codeste linee vennero dapprima (nel 1802) vedute da Wollaston, ma furono poi (1814) osservate in gran numero da Fraunhofer, e perciò si dicono *linee di Fraunhofer*, il quale però non esaminò lo spettro obbiettivamente, cioè proiettandolo su di uno schermaglio, ma bensì lo osservò soggettivamente con un cannocchiale collocato immediatamente dopo il prisma, e nel quale entravano i raggi rifratti da quello.

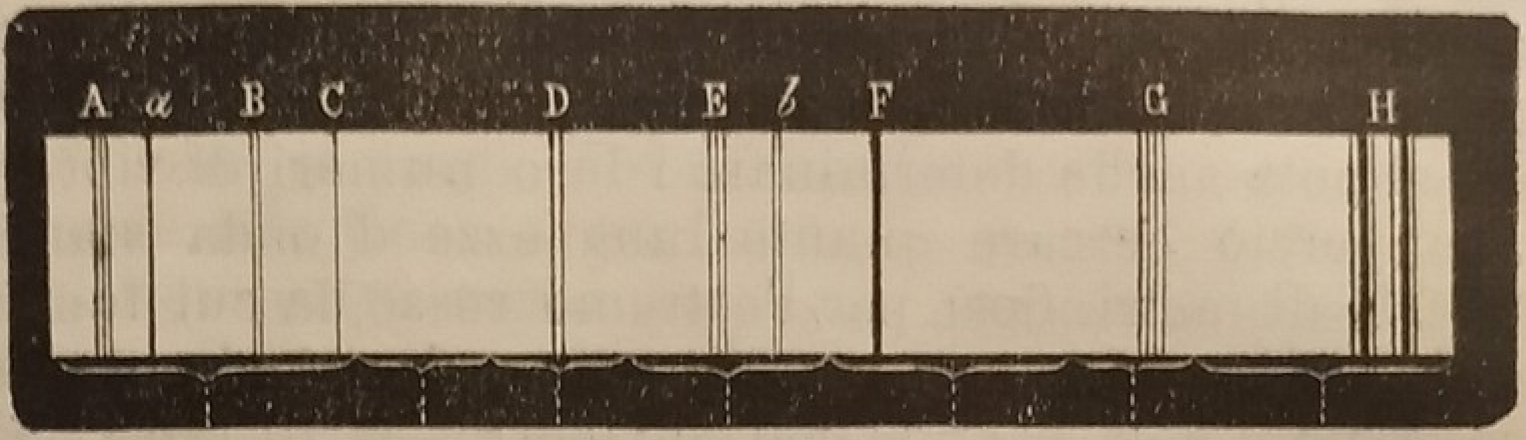
Con tale metodo, non si può, in generale, osservare che una parte dello spettro alla volta, e per vederne le diverse parti bisogna spostare il cannocchiale; ma le linee divengono assai più numerose e distinte, tanto che Fraunhofer ne contò 574.

Esse sono inegualmente distribuite nello spettro. Alcune sono assai fine ed appaiono isolate, altre, all'incontro, stanno assai vicine e riunite in gruppi; e ve ne hanno talune, le quali con più considerevole ingrandimento appaiono composte di altre più sottili.

Per avere dei punti di ritrovo in tale confusione, Fraunhofer ne distinse colle lettere A, B, C, D, E, F, G, H, otto principali, le quali presentano il doppio vantaggio di essere facilmente riconoscibili e di dividere lo spettro in parti non molto diseguali.

Le righe A, B, C (fig. 124) giacciono nel rosso, D nel giallo (linea caratteristica), E nel verde, F nell'azzurro chiaro, G nell'azzurro oscuro od indaco, ove questo si volge in violetto, e la linea H, che è doppia, si trova verso la fine del violetto.

Però la linea A non si vede in uno spettro obbiettivo; si richiede già uno spettro molto allungato per osservare la linea B.



Rosso Aran-ciato Giallo Verde Azzurro Indaco Violetto

Fig. 124.

Vi sono poi molte altre righe minori interposte fra le precedenti, le quali si distinguono colle lettere piccole, e con quelle dell'alfabeto greco. Così vicino ad A vi è una riga che si indica colla lettera *a*, e vicino ad E vi è una riga distinta colla lettera *b*. Infine, delle dette linee alcune sono semplici, altre composte di più righe vicinissime.

5. Con prismi di flint, o di solfuro di carbonio, aventi grande angolo rifrangente, si possono anche distinguere le più grosse linee ad occhio nudo. Per vederle così basta osservare, in oscura camera, una fenditura illuminata semplicemente dalla luce solare diffusa, con uno di quei prismi alla distanza di tre o quattro metri dalla medesima.

6. *Lunghezze delle onde luminose.* — Di più Fraunhofer determinò le lunghezze d'onda, corrispondenti alle otto linee principali, in milionesimi di millimetro, e trovò i numeri seguenti:

A	B	C	D	E	F	G	H
760	687	656	589	527	486	431	393 .

Le onde luminose sono perciò di una estrema piccolezza; sulla lunghezza di 1 mm. stanno 1315 onde dell'estremo rosso (linea A), 1698 onde della luce gialla (D), e 2542 onde dell'estremo violetto (H_2).

Ma la conoscenza del metodo con cui si determina la lunghezza delle onde esce fuori dei confini di questo libro. Accenneremo solo che la si ottiene misurando la distanza di certe linee dette *frange*, le quali nascono per interferenza dei raggi luminosi.

7. *Numeri di vibrazioni delle onde luminose.* — Ora ricordiamo come la lunghezza di un'onda sia espressa dalla formola $l = v/n$, cioè dal quoziente della velocità v della propagazione del moto vibratorio pel numero n delle vibrazioni (§ 1, n° 17). E inversamente si ha $n = v/l$, cioè, quando si conosce la lunghezza l

delle onde si può avere il numero delle vibrazioni, perchè si ha $v = 300\,000\,000$ metri nell'etere, e presso a poco anche nell'aria e negli altri gas, e tale velocità è la stessa per tutte le luci elementari costituenti la luce bianca. Perciò, dopo che venne determinata la lunghezza d'onda delle diverse luci elementari si potè anche determinare i loro numeri di vibrazioni, bastando perciò cercare quante lunghezze d'onda stanno in 300 000 000 di metri. Così, per l'estremo rosso, la cui lunghezza d'onda sta 1315 volte in un millimetro, risultò che il numero delle vibrazioni è di 394 500 000 000 000 ossia di circa 395 trilioni per secondo! E siccome il numero delle vibrazioni, come insegna la formola $n = v/l$ è inversamente proporzionale alla lunghezza d'onda, perciò esso crescendo dal rosso al violetto è di 589 trilioni per la linea D, e per l'estremo violetto è 763 trilioni.

8. Come per l'orecchio la diversa velocità della vibrazione dà luogo alla diversa altezza dei toni, così per l'occhio, la diversa celerità del moto vibratorio, dà luogo al diverso colore della luce. Perchè il nostro occhio percepisca la luce gialla corrispondente alla riga D dello spettro solare debbono entrare nel medesimo e scuotere la retina, onde eteree, i cui numeri di vibrazioni sieno nè più nè meno di 589 trilioni per secondo. La luce semplice è quella costituita da un solo numero di vibrazioni. Il numero delle vibrazioni è la causa che determina per l'occhio il colore della luce, come l'altezza del tono nell'orecchio.

9. Le linee oscure dello spettro solare dimostrano poi che nella luce solare non si trovano tutti i numeri di vibrazioni compresi fra 400 e 800 trilioni, ma ne mancano molti. Vedremo più innanzi, nell'analisi spettrale (§ 72) la cagione di tale mancanza. Per ora noteremo solo che esse costituiscono uno dei più importanti argomenti della Fisica moderna, perchè danno la chiave per la conoscenza della costituzione del sole e delle altre stelle fisse, e, di più, esse servono, per la misura degli indici di rifrazione, come si espone nel § seguente.

§ 59. Misura degli indici di rifrazione. Dispersione. — 1. Le linee di Fraunhofer somministrano dei punti fissi per la determinazione degli indici di rifrazione; perchè, siccome per tale determinazione viene impiegato un prisma, il raggio cimentato presenta uno spettro, e quindi diversi punti di mira, i quali vengono determinati dalle linee di Fraunhofer.

Ma siccome l'esposizione dei metodi per determinare l'indice di rifrazione delle diverse sostanze pei diversi raggi dello spettro esce fuori dei limiti dello studio elementare della Fisica, perciò ci contenteremo di esporre i più importanti risultati.

2. *Indice medio.* — Noteremo dapprima che, siccome l'indice di rifrazione è diverso pei raggi di diverso colore costituenti la luce bianca, quando si parla dell'indice di rifrazione di una sostanza in generale, si intende un *indice medio*, il quale però non è l'indice che si ottiene facendo la media degli indici corrispondenti ai raggi estremi dello spettro, ma quello che corrisponde alla linea E, che si trova più vicina alla parte più chiara dello spettro verso il confine del giallo e del verde.

Per es., si dice che il flint ha l'indice medio 1,614; il crown 1,533, il diamante 2,43.

3. *Dispersione totale e parziale.* — La lunghezza dello spettro, a parità di distanza dello schermaglio, dipende evidentemente dalla divergenza che acquistano i raggi luminosi attraversando un prisma, la quale si chiama *dispersione totale*, e si misura dalla differenza degli indici di rifrazione dei raggi estremi dello spettro. Ma siccome i limiti estremi dello spettro visibile non sono bene determinati, così nel determinare la dispersione, in luogo dei raggi estremi, alquanto incerti, si considerano le linee estreme A e H di Fraunhofer; anzi, siccome la linea A per la debolezza della luce ove essa si trova è solo visibile in condizioni speciali, si considerano le linee B e H.

Quindi rappresentando con N_b e N_h gli indici di rifrazione di una sostanza per le linee B e H, la sua *dispersione totale* è espressa dalla differenza $N_h - N_b$, mentre si dice *dispersione parziale* la differenza degli indici di rifrazione di due altre righe vicine.

4. La seguente tabella contiene gli indici di rifrazione di parecchie sostanze pei raggi corrispondenti alle diverse righe dello spettro.

Sostanze	B	C	D	E	F	G	H	d	Autori
Flint di Faraday	1,7050	1,7077	1,7148	1,7242	1,7325	1,7498	1,7651	0,0601	Plücker
	1,7049	1,7070	1,7144	1,7234	1,7320	1,7486	1,7637	0,0588	Dutiron
Flint N. 3	1,6020	1,6038	1,6085	1,6145	1,6200	1,6308	1,6404	0,0384	Fraunhofer
Crown N. 9	1,5258	1,5268	1,5296	1,5330	1,5361	1,5417	1,5466	0,0208	Id.
Crown N. 13	1,5243	1,5253	1,5280	1,5314	1,5343	1,5399	1,5447	0,0204	Id.
Salgemma	1,5403	1,5415	1,5448	1,5498	1,5541	1,5622	1,5691	0,0288	Baden-Powel
Acqua	1,3310	1,3320	1,3336	1,3357	1,3380	1,3412	1,3448	0,0138	Id.
	1,3309	1,3317	1,3336	1,3359	1,3378	1,3413	1,3442	0,0133	Fraunhofer
Essenza di trementina	1,4705	1,4715	1,4744	1,4784	1,4817	1,4882	1,4949	0,0234	Id.
Solfuro di carbonio	1,6182	1,6219	1,6308	1,6439	1,6555	1,6799	1,7020	0,0838	Baden-Powel

Nella penultima colonna è segnata colla lettera *d* la differenza degli indici corrispondenti alle linee H e B, cioè la dispersione.

Si scorge dalla medesima, che pel flint questa differenza è circa doppia che pel crown; quindi si dice che la dispersione del flint è circa doppia di quella del crown.

5. Gli indici di rifrazione dei liquidi diminuiscono alquanto col crescere della temperatura.

Pei solidi l'indice varia pochissimo colla temperatura; per la maggior parte aumenta, per pochi diminuisce, col crescere di quella.

I gas hanno indici di rifrazione così piccoli e così poco diversi pei varii raggi, che per lungo tempo si negò loro il potere dispersivo, il quale però oggidì è posto fuori di dubbio. Esso diminuisce, come pei liquidi, al crescere della temperatura e col diminuire della densità; ma non si conosce la legge esatta di tale variabilità. Nella seguente tabella è notato l'indice assoluto di alcuni gas per la linea D (linea del sodio) secondo Ketteler.

Indici assoluti di alcuni aeriformi a 0°.

Aria atmosferica	1,000 294 70	Idrogeno	1,000 142 94
Aria secca	1,000 294 60	Anidride solforosa (SO_2)	1,000 686 01
Anidride carbonica (CO_2)	1,000 449 22	Cianogeno (CN)	1,000 784 40.

6. La conoscenza degli indici di rifrazione delle diverse sostanze ha la massima importanza, nella teoria della luce, come pure nella costruzione degli apparecchi ottici.

7. *Rapporto fra la dispersione totale e l'indice di rifrazione di prismi diversi. — La dispersione totale di prismi diversi non è proporzionale al loro indice di rifrazione.* Infatti, se con prismi di eguale angolo rifrangente, ma di sostanze diverse, per es., di flint, di crown, di acqua, si proiettano diversi spettri puri su di un medesimo diaframma, si vede che essi presentano diversa lunghezza, presso a poco come indica la fig. 125, cioè,

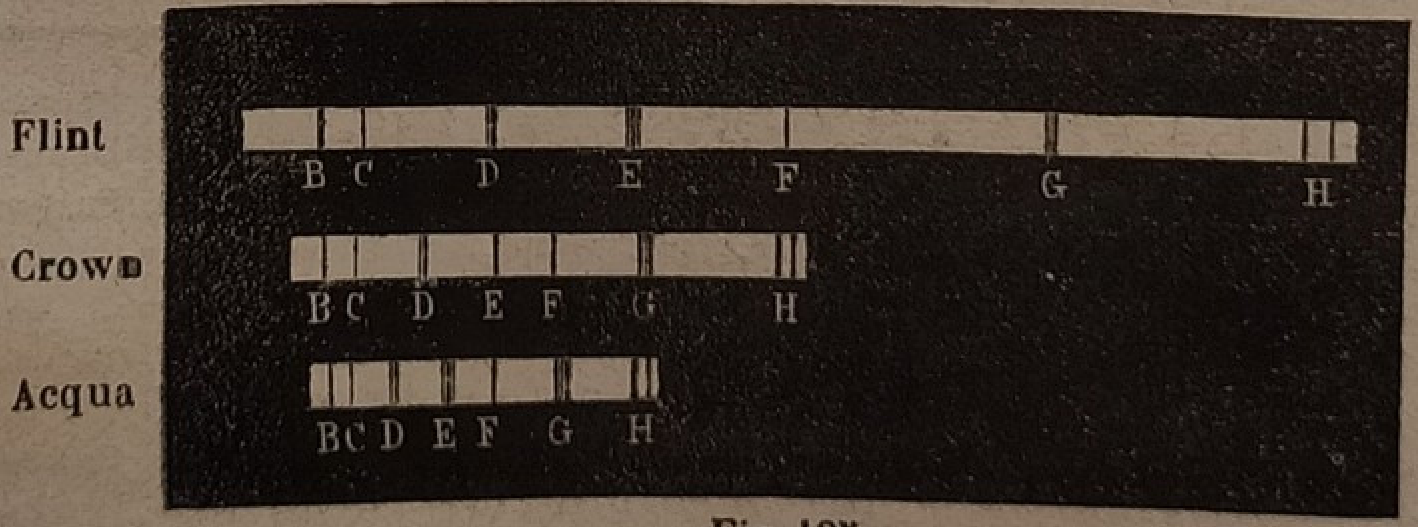


Fig. 125.

che lo spettro del flint è circa doppio di quello del crown, e circa triplo di quello dell'acqua. Ora l'indice medio di rifrazione del flint, corrispondente alla linea E, come si scorge

nella tabella della pag. 241 non è doppio di quello del crown, e non è triplo di quello dell'acqua.

Anzi, si dà perfino il caso contrario, cioè, che ad un indice di rifrazione più debole corrisponde una dispersione maggiore. Per es., l'essenza di trementina ha un indice di rifrazione minore del crown (v. tabella pag. 241), ma produce una dispersione maggiore.

Newton invece credeva che la dispersione fosse proporzionale all'indice (medio) di rifrazione.

8. *Rapporto fra la dispersione totale e parziale in prismi di sostanze diverse.* — Si è già dimostrato (§ 55, n° 12) che, per prismi della medesima sostanza, la lunghezza dello spettro, a parità delle altre condizioni (angolo d'incidenza e distanza dello schermaglio), cresce col crescere dell'angolo rifrangente. In questo caso, *col crescere della lunghezza dello spettro, cioè della dispersione totale, cresce in proporzione l'estensione di ciascun colore cioè la dispersione parziale.*

Invece, *per prismi di sostanze diverse, la dispersione parziale non è proporzionale alla dispersione totale.* Infatti, mentre, a parità di angolo rifrangente e di distanza dello schermaglio, l'intiero spettro del flint è circa 3 volte più lungo dello spettro dell'acqua, il rosso e il giallo nel primo sono solo circa 2,5 volte più estesi che nel secondo, il violetto invece nello spettro del flint è circa 4 volte più esteso che in quello dell'acqua.

Se poi si riducono i tre spettri precedenti ad avere eguale lunghezza fra le linee B e H, (come indica la fig. 126) proiet-

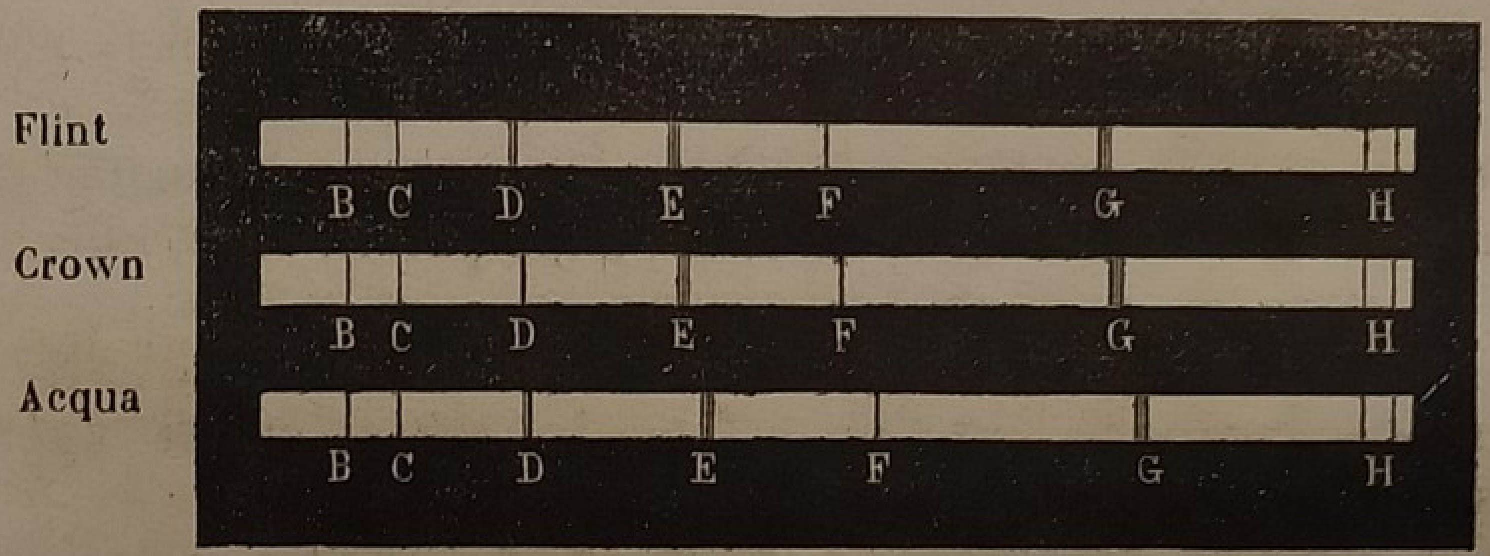


Fig. 126.

tandoli su tre schermagli collocati a distanze diverse dai tre prismi, allora si scorge che le distanze delle linee intermedie dalle estreme non coincidono. Così, mentre nello spettro dell'acqua la distanza da F a B è presso a poco eguale a quella da F ad H, nello spettro del crown la distanza BF è minore della FH, e in quella del flint ancora di più. Dunque il flint disperde di più la parte più rifrangibile dello spettro, e l'acqua disperde di più la parte meno rifrangibile.

E siccome ciascuna linea cade costantemente nel medesimo colore, è da concludere che in spettri di eguale lunghezza dati da prismi di eguale angolo rifrangente, ma di sostanze diverse, l'estensione dei colori non è eguale; ed in generale che l'estensione dei diversi colori di spettri diversi non è proporzionale alla lunghezza di questi; ossia che la *dispersione parziale non è proporzionale alla dispersione totale.* Il quale fatto, ha grande importanza per la costruzione degli stromenti ottici.

9. *Dispersione anomala.* — Dopo che si riconobbe l'errore di Newton, e che le linee di Fraunhofer, assieme coi limiti dei colori, hanno una certà variabilità di distanza da una sostanza all'altra, si riteneva tuttavia ancora che, almeno la successione delle linee e dei colori fosse sempre quale si osserva negli spettri ordinarii del vetro e del maggior numero dei liquidi, cioè, che i raggi rossi fossero sempre i meno rifratti, i violacei i più rifratti, e gli altri dovessero sempre avere una refrangibilità intermedia. Invece, Christiansen in Kopenhagen scoprì (nel 1870) che vi sono sostanze le quali danno uno spettro in cui la disposizione dei colori è diversa da quella degli spettri ordinarii; per es., una soluzione alcoolica di fucsina (rosso d'anilina) al 18,8 per 100 di concentrazione, collocata in un sottilissimo prisma cavo di vetro (affinchè sia minima la luce assorbita) dà uno spettro la cui estremità meno deviata è la violetta, poi viene il rosso, e infine il giallo all'estremità più deviata. Il verde e l'azzurro mancano poi affatto.

Così pure il vapore di iodo rifrange i raggi rossi più che gli azzurri.

Presentano anomalie analoghe gli spettri di tutte quelle sostanze che hanno i così detti *colori superficiali*, cioè, che hanno colore diverso secondochè si osservano per riflessione o per trasparenza, come, per es., gli inchiostri d'anilina, i quali danno tinte rosse, azzurre, violacee, ma in grossi strati appaiono verdastri.

§ 60. Spettro calorifico e chimico. 1. *Spettro calorifico. — Esplorando con adatti termometri la distribuzione del calore nello spettro solare si è constatato, che esso va crescendo dal violetto al rosso fino un poco al di là di questo, e poi decresce fino a divenire nullo ad una distanza dal rosso, circa eguale alla lunghezza dello spettro luminoso.*

Perciò, *nello spettro solare oltre i raggi calorifici luminosi esistono raggi calorifici oscuri, meno refrangibili dei raggi rossi*, i quali si dicono *ultrarossi.*

2. *L'apparecchio termometrico più adatto per tale esplorazione*

è una pila termoelettrica lineare, cioè composta di verghette di bismuto e antimonio, disposte in serie lineari, e contenute in una scatola metallica, la cui parete laterale ha una fenditura AB (fig. 127) di circa 2 mm. di grossezza, per la quale possono arrivare su una faccia della pila solo raggi, presso a poco di eguale refrangibilità, quando viene portata nelle diverse parti dello spettro.

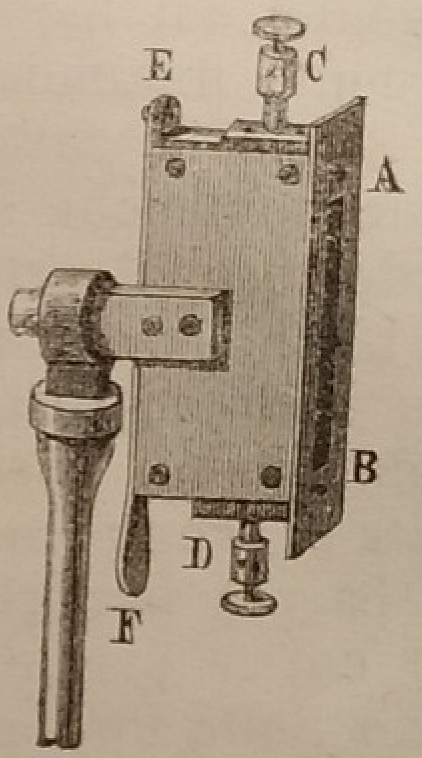


Fig 127.

Questa pila è poi congiunta ad un galvanometro a filo corto e grosso adatto per le correnti termoelettriche.

Di più, per tale scopo, bisogna, come fece Melloni, usare un prisma e una lente di sal gemma (cloruro di sodio cristallizzato) che è una sostanza *diatermana*, cioè trasparente tanto pel calore luminoso quanto pel calore oscuro, mentre il vetro ordinario è *atermano*, cioè non trasparente pei raggi calorifici oscuri, ma li assorbe.

3. Inoltre, *quando la pila passa per un gruppo di linee oscure dello spettro luminoso, essa attesta che assieme colla luce ivi manca pure il calore*. E nello spettro calorifico oscuro, un poco al di là del rosso, vi è una linea in cui il calore manca affatto, la quale si dice *linea fredda* di Fizeau.

4. Infine, a proposito della distribuzione del calore nello spettro solare è da notare che vi sono due sorta di spettri: cioè, quello ottenuto coi prismi per la rifrazione, e quello ottenuto pel fenomeno della *diffrazione*, coi reticoli, che consistono in una serie di righe parallele assai fine, incise in una lastra di vetro, la cui distanza è compresa fra $^1/_{10}$ e $^1/_{100}$ di mm. Ora, mentre nel primo la distribuzione dei colori è irregolare e dipende contemporaneamente dalla lunghezza delle onde e dalla natura del prisma, nel secondo la distribuzione dei colori è più regolare, e dipende solo dalla lunghezza d'onda, cioè dalla celerità della vibrazione.

Perciò questo si ritiene come lo *spettro normale.*

Ora Mouton in Francia e Lengley in America, con altre esperienze e misure, trovarono che in uno *spettro normale* il massimo dell'intensità calorifica non è oltre il rosso, ma tra le linee E e D, cioè nella parte più splendida dello spettro. Cosicchè, secondo tali sperimentatori, *gli effetti luminosi dell'energia solare sulla rètina sono approssimativamente proporzionali a quelli del calore sul termometro.*

5. *Effetti chimici della luce. — La luce è capace di produrre combinazioni e scomposizioni chimiche.*

6. *Esempi di scomposizione chimica* effettuata dalla luce sono i seguenti.

Il cloruro e il ioduro d'argento, preparati nell'oscuro e poi esposti alla luce solare, perdono il loro colore bianco e divengono neri, perchè la luce li decompone, separando il metallo (argento) dal metalloide (cloro, iodo), con cui è combinato, e l'argento finamente diviso appare nero.

Perciò la carta imbevuta di ioduro o cloruro d'argento, come quella che si usa nella fotografia, esposta alla luce solare perde tosto il primitivo colore bianco e diviene nera.

L'acido nitrico puro è bianco come l'acqua, ma esposto alla luce acquista colore giallo rossiccio, perchè quella lo scompone in ossigeno ed in acido iponitrico, che alla sua volta si scompone in altri prodotti nitrosi colorati.

La più importante azione decomponente della luce è quella per cui le piante sotto l'influenza della luce solare scompongono nelle loro parti verdi il gas carbonico dell'aria, ritengono il carbonio e restituiscono l'ossigeno. Ora tale scomposizione del gas carbonico e l'esalazione dell'ossigeno nell'aria avviene solo sotto l'influsso della luce.

Il che si può facilmente constatare ponendo un ramo verde fresco sotto una campana ripiena d'acqua satura di gas carbonico; alla luce si sviluppano numerose bollicine di gas dalle foglie, le quali salgono nella parte superiore della campana; e sono costituite da ossigeno. Codesto svolgimento di gas non ha punto luogo nell'oscurità; esso cessa tostochè tutto il gas carbonico venne sottratto all'acqua.

Così pure, la luce solare sviluppa nelle piante la materia colorante verde detta *clorofilla*. Perciò le foglie interne dell'insalata, dei cavoli, dei carciofi, ecc. le quali sono riparate dalla luce rimangono bianche; e le piante non prosperano nell'oscurità, mentre quelle tenute nelle camere crescono specialmente dalla parte rivolta alle finestre d'onde ricevono luce.

7. *Esempi di combinazioni chimiche effettuate dalla luce.* — All'ordinaria temperatura, l'idrogeno e il cloro mescolati non si combinano se sono nell'oscuro; ma se si espone alla luce solare un recipiente di vetro contenente i due gas, si sente tosto un'esplosione, dovuta alla loro repentina combinazione.

L'acqua di cloro (acqua che contiene gas cloro in soluzione) esposta alla luce si converte lentamente in acido cloridrico, perchè il cloro si combina coll'idrogeno dell'acqua, mentre l'ossigeno si sviluppa.

Le stoffe tinte con sostanze organiche, esposte alla luce svaniscono, perchè il loro carbonio e idrogeno si unisce all'ozono atmosferico. Perciò la luce solare imbianca la tela, producendo lentamente l'ossidazione della materia organica

che la insudicia, la quale viene poi separata con successive lavature.

8. *Spettro chimico.* — Ora se si fa cadere su una lastra fotografica uno spettro ottenuto con *un prisma e una lente di quarzo*, sostanza diafana pei raggi chimici, e poi si sviluppa l'immagine col processo fotografico, si trova che *l'azione della luce si estende dalla linea E di Fraunhofer, cioè dalla fine del verde, fino al di là del violetto estremo, per un' estensione presso a poco eguale a quella dello spettro luminoso.*

Questa azione chimica è nulla nel rosso, debolissima nel giallo e verde, cresce rapidamente e diviene massima nel violetto, e poi decresce oltre questo, nella parte invisibile ultravioletta fino alla detta distanza.

Di più, lo spettro chimico così fotografato è solcato da righe oscure, non solo nella regione visibile, ma ancora nella parte invisibile dello spettro solare, le quali furono distinte colle lettere successive L, M, N . . . . . S.

Questi raggi che non agiscono sull'occhio, ma sono capaci di effetti chimici, si dicono *attinici.* Essi si manifestano più o meno oltre la linea H del violetto estremo, secondo la natura del prisma che dà lo spettro, la sorgente da cui provengono, e la sostanza sensibile su cui agiscono.

9. L'influenza del prisma che dà lo spettro è dimostrata dal fatto, che per rendere manifesti i detti raggi conviene adoperare un prisma e una lente di quarzo, perchè non vengano assorbiti.

Quanto all'influenza della sorgente luminosa si è trovato, che la luce delle scintille elettriche e dell'arco voltaico, e anche quella del magnesio, danno una fotografia più lunga che non il sole.

Infine, l'azione chimica dei diversi raggi dello spettro varia anche secondo la natura delle sostanze su cui agiscono. Così, mentre la decomposizione del cloruro d'argento è sovratutto effettuata dai raggi azzurri, violetti, e ultravioletti, e non da quelli rossi e gialli, Draper ha dimostrato che la separazione dell'ossigeno dal carbonio effettuata dalle parti verdi delle piante è massima nel giallo e nel verde dello spettro, e secondo Pfeffer, i colori che all'occhio appaiono più splendidi agiscono anche più energicamente sulle piante.

E la debole azione chimica di questi raggi sul cloruro d'argento spiega il perchè nelle immagini fotografiche gli oggetti rossi, gialli e verdi riescono male riprodotti.

10. Il quale fatto, collegato col risultato delle esperienze di Mouton e Langley (nº 4), che gli effetti luminosi dell'energia solare sulla retina sono approssimativamente propor-

zionali a quelli del calore sul termometro, giustificano le parole di Dante

> Guarda il calor del sol che si fa vino,
> Giunto all'umor che dalla vite cola (*).

11. Però, dalle esperienze di Guglielmo Siemens (1880), il quale trovò che le piante illuminate di notte colla luce elettrica si sviluppano notevolmente, parrebbe doversi concludere che i raggi più refrangibili sono pure efficaci nella vegetazione.

12. *Si può rendere sensibile anche all'occhio la parte ultravioletta e in parte anche quella ultrarossa dello spettro*, occultando la parte luminosa; allora quella ultravioletta appare di colore *bigio lavanda*, e nella parte ultrarossa appare ancora una piccola porzione debolmente rossa.

13. Infine i raggi chimici si rendono poi ancora più manifesti mediante il fenomeno della *fluorescenza*, di cui si parlerà più innanzi.

14. Esistono dunque nello spettro solare raggi *ultrarossi* e *ultravioletti*. Si calcola che i raggi calorifici oscuri sono compresi fra 60 e 400 trilioni di vibrazioni, per modochè vi sarebbero circa tre ottave (una da 60 a 120, l'altra da 120 a 240, e la 3ª da 240 a 480 trilioni) di raggi di colore oscuro, rispetto ad una di raggi luminosi (da 400 ad 800 trilioni).

Infine i raggi chimici arrivano a circa 1000 trilioni.

§ 61. Aberrazione di rifrangibilità od aberrazione cromatica delle lenti. — 1. Le lenti ordinarie, oltre il difetto dell'*aberrazione di sfericità* (§ 54), ne presentano un altro che si dice *aberrazione di refrangibilità* o *aberrazione cromatica*, il quale consiste in ciò, che mentre esse deviano la luce, la scompongono pure, perchè agiscono come prismi.

Infatti, il contorno di un fascio conico di raggi rifratto da una lente è colorato.

E se si osserva un oggetto, per es., le lettere di uno scritto, con una lente convergente, si veggono i contorni iridescenti, specialmente se la lente è alquanto obliqua sulla direzione dei raggi luminosi e lontana dall'occhio.

2. Il che si spiega osservando che quando su una lente convergente *a b* (fig. 128) cade un fascio di raggi paralleli, i raggi violetti più rifratti formeranno il foco in un punto V più vicino alla lente che non quello R dei raggi rossi meno rifratti. (Nella figura la distanza RV è esagerata per renderla più manifesta; in realtà sarebbe circa $^1/_{40}$ della distanza focale, per le lenti di crown, e $^1/_{20}$ per quelle di flint). Perciò se si interseca il fascio rifratto con un diaframma bianco posto

(*) DANTE, *Purgatorio*, C. XXV, 78.

in *m n* tra la lente e il foco V, si vede un cerchio luminoso, bianco nell'interno, ove sono mescolati i raggi di tutti i colori che arrivano dai diversi punti della superfice della lente, mentre il contorno del cerchio appare colorato dai raggi rossi

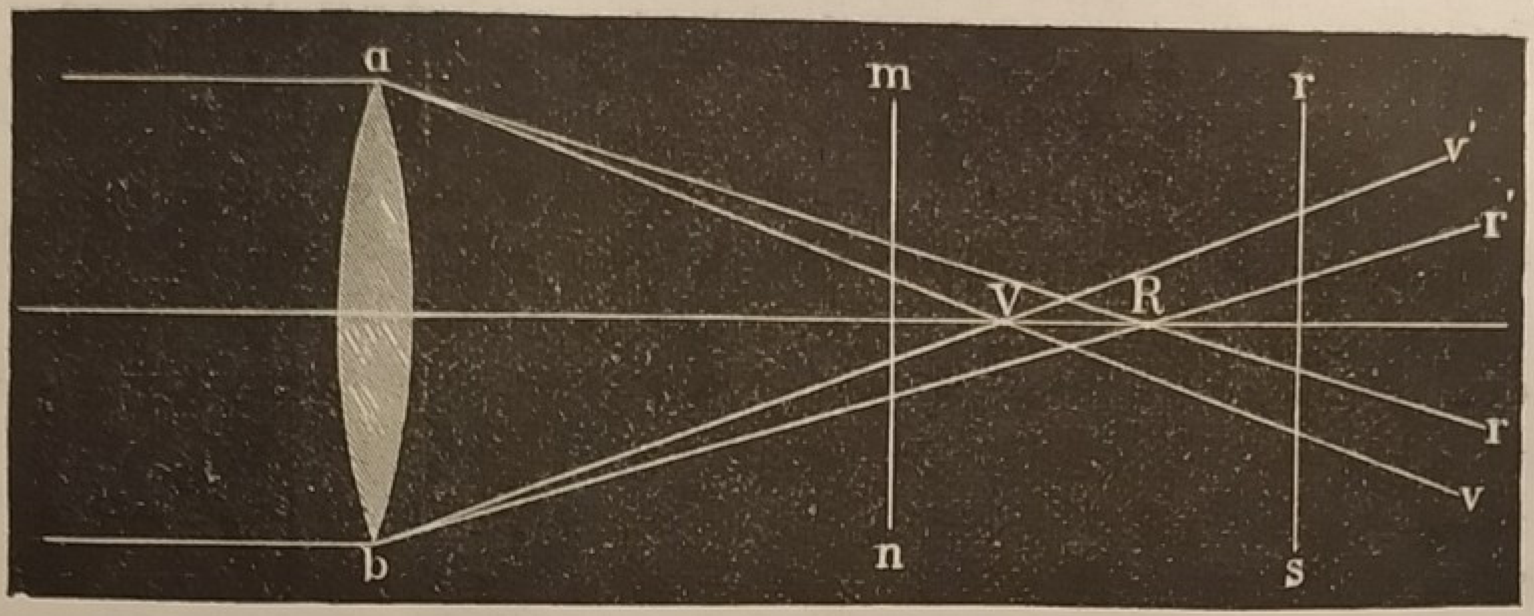


Fig. 128.

e gialli *a* R, *b* R meno deviati. Invece, collocando il foglio in *r s* al di là del foco R, il contorno del cerchio appare colorato dai raggi più rifratti *a* V *v*, *b* V *v*' violetti e azzurri che ivi divengono esterni.

§ 62. Acromatismo dei prismi e delle lenti. — 1. Diconsi *acromatici* i prismi e le lenti che deviano la luce senza scomporla.

2. *Per dimostrare sperimentalmente come sia possibile deviare la luce senza scomporla* si può fare entrare in una camera oscura un fascio di luce solare AB (fig. 129) che si riceve sopra un

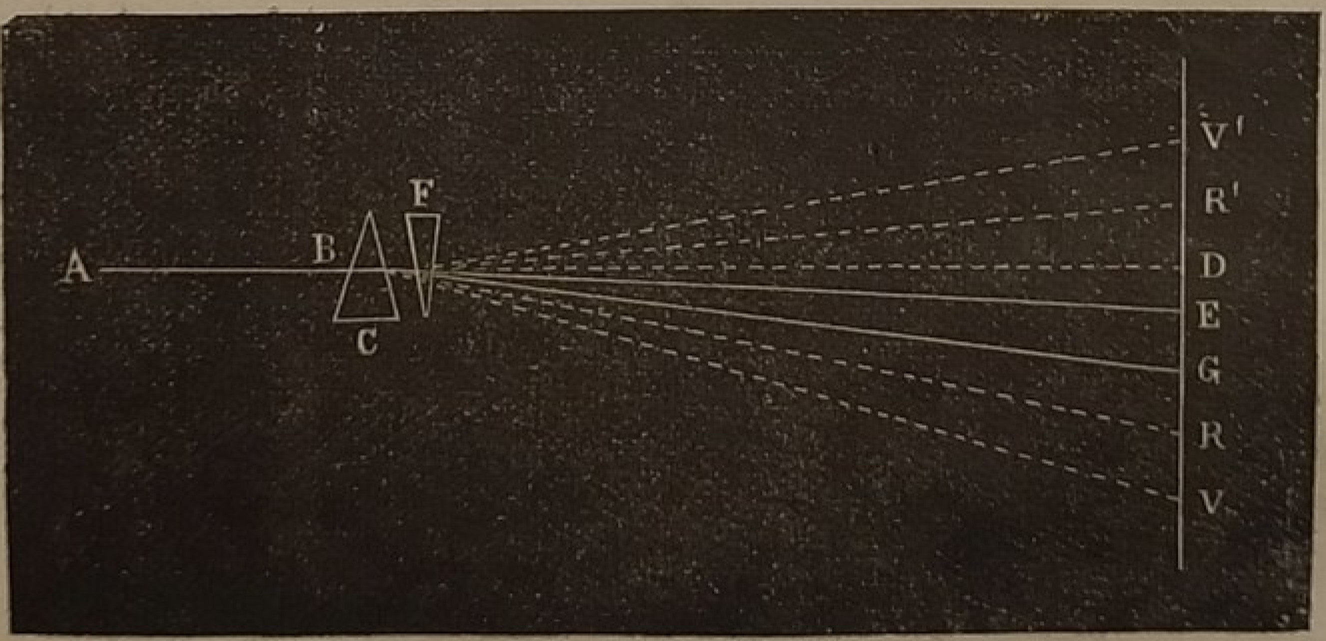


Fig. 129.

diaframma in D. Poi si interpone sul tragitto di una parte del fascio un piccolo prisma C di crown col vertice, per es., in alto, il quale dà un piccolo spettro R V verso la base del prisma, cioè in basso, che si riceve sullo schermaglio notando la distanza del medesimo dai raggi incidenti, i quali non essendo

tutti intercettati dal prisma arrivano ancora in parte sullo schermaglio in D. Poscia si fa passare una parte del fascio solo a traverso un prisma F di flint, il quale ha il vertice in basso e un angolo rifrangente circa metà di quello di crown, e perciò proietta sullo schermaglio al disopra del fascio incidente uno spettro R′ V′ di eguale estensione del primo (per essere la dispersione del flint circa doppia di quella del crown) ma meno deviato verso la sua base che lo spettro del crown (perchè il prisma di flint ha solo un angolo rifrangente circa metà dell'altro prisma). Infine si fa passare una parte del fascio luminoso contemporaneamente attraverso i due prismi collocati l'uno di fianco all'altro nella detta posizione inversa, e si vede sullo schermaglio in E G che il fascio attraversante i medesimi non è più colorato, ma è ancora deviato verso la base del prisma di crown, di una quantità eguale alla differenza delle deviazioni dei due prismi.

3. Il che avviene così. Siccome la dispersione del flint, a parità di angolo rifrangente del prisma, è circa doppia di quella del crown (secondo la tabella della pag. 241, la dispersione del flint, n° 3, è 0,0384, e quella del crown, n° 13, è 0,0204), mentre l'indice medio di rifrazione del flint è notevolmente minore del doppio di quello del crown (secondo la indicata tabella l'indice di rifrazione del flint, n° 3, per la linea E è 1,6145, e quello del crown n° 13 è 1,5314), così, due prismi, uno di crown, l'altro di flint, i cui angoli rifrangenti sieno nel rapporto di 60° a 35°, hanno eguale dispersione, mentre quello di crown per avere angolo rifrangente maggiore dell'altro di flint produce una deviazione maggiore. Quindi, se i due prismi sono disposti inversamente coi loro angoli rifrangenti, le loro dispersioni si distruggono siccome eguali e contrarie, mentre rimane una deviazione a favore del prisma di crown, che avendo un angolo rifrangente notevolmente maggiore di quello del flint, produce una deviazione maggiore di questo.

4. Il calcolo dimostra che *gli angoli rifrangenti dei due prismi debbono essere assai approssimativamente in ragione inversa della loro dispersione*. Così, la dispersione del flint essendo circa doppia di quella del crown, l'angolo rifrangente del prisma di flint deve essere circa metà di quello del crown.

5. Il problema dell'acromatismo consiste nel rendere paralleli fra loro i raggi emergenti dai due prismi, il che distrugge la dispersione e quindi la colorazione, senza però che i raggi emergenti sieno paralleli ai raggi incidenti, il che distruggerebbe anche la deviazione. Il calcolo dimostra che con due soli prismi diversi si rendono paralleli solo i raggi di due refrangibilità diverse. Ma scegliendo opportunamente questi

raggi, l'occhio non avverte la debole divergenza degli altri, ed il prisma risulta sensibilmente acromatico.

6. Per ottenere l'acromatismo perfetto si richiederebbero almeno tanti prismi quanti sono i colori principali dello spettro con angoli rifrangenti opportunamente determinati.

7. Newton riteneva impossibile l'acromatismo, perchè credeva che la dispersione della luce, cioè la divergenza dei raggi che attraversano un prisma, fosse proporzionale alla deviazione, per modo che distruggendo l'una si distruggesse anche l'altra. Fu Dollond (1775), il quale riuscì pel primo a costrurre stromenti ottici acromatici.

8. Inversamente, è possibile *scomporre la luce senza deviarla.* Tale risultato si ottiene col *prisma d'Amici*, il quale dà uno spettro nella direzione stessa del fascio incidente. Esso consta di due prismi opposti, uno di flint, l'altro di crown, addossati l'uno all'altro e disposti inversamente coi loro vertici, e in maniera che il secondo annulli la deviazione subita nel primo dai raggi medii dello spettro (per es. da quelli corrispondenti alla linea E), mentre la dispersione del primo supera quella del secondo, e perciò riesce ancora visibile lo spettro prodotto da quello.

9. Oggidì, per ottenere meglio il detto risultato, si usano sistemi composti di un maggiore numero di prismi, per avere uno spettro più esteso, come per es. quello rappresentato dalla fig. 130 composto di 5 prismi. I tre intermedii sono ret-

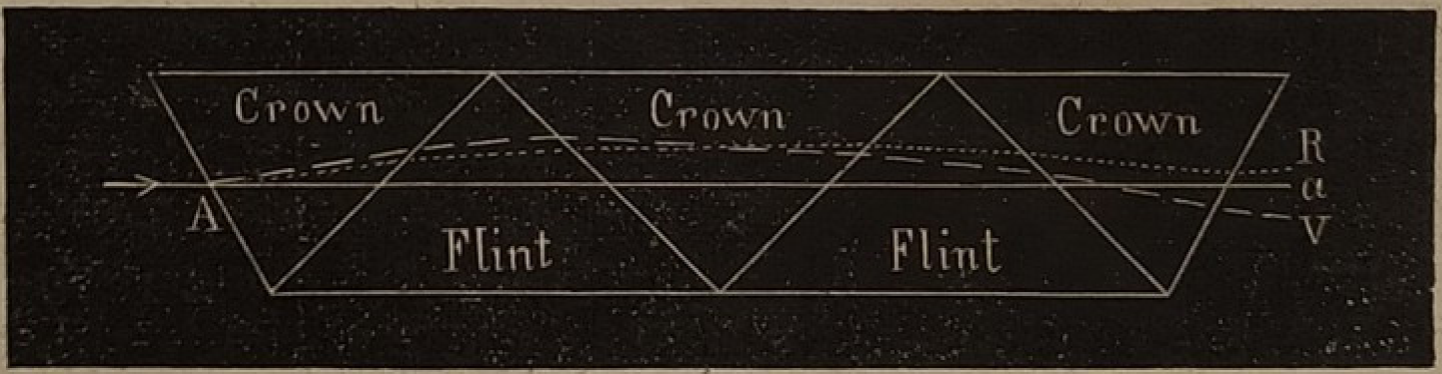


Fig. 130

tangoli e gli estremi hanno gli angoli richiesti dalla indicata condizione imposta ai raggi della linea E. La linea retta continua A*a* indica la direzione dei raggi incidenti, quella a punti AR indica il cammino dei raggi rossi, e quella a tratti AV indica la via dei raggi violetti.

Siccome queste si incrociano, perciò lo spettro risulta rovesciato rispetto a quello che si otterrebbe se i cinque prismi fossero della stessa qualità di vetro.

Su tale risultato sono fondati, come vedremo, gli spettroscopi a visione diretta.

10. *Lenti acromatiche.* — Le lenti acromatiche hanno, come

i prismi acromatici, la proprietà di rifrangere la luce senza decomporla. Esse sono ordinariamente costituite da due lenti (fig. 131), una convergente A A, biconvessa, di crown, l'altra B B concavo-convessa divergente di flint, la quale annulla la dispersione prodotta dalla prima senza annullare la deviazione, e quindi la convergenza dei raggi luminosi prodotta da quella, a quel modo che il prisma di flint, nell'esperienza precedente non annulla la deviazione prodotta dal prisma di crown.

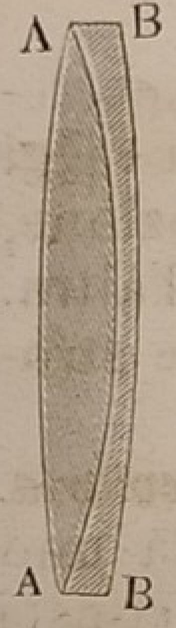


Fig. 131.

Infatti, se si fa passare un fascio di raggi paralleli per la sola lente convergente di crown, essa dà un fascio conico col contorno colorato dai raggi meno rifrangibili prima del foco, ed inversamente dopo questo (fig. 128, pag. 249). Se si fa attraversare lo stesso fascio per la seconda lente divergente di flint, essa lo riduce in un fascio divergente il cui contorno è parimente colorato, ma coi raggi più refrangibili. Se poi si fa attraversare il fascio contemporaneamente per le due lenti, si vede che esso non è più colorato nel contorno, ma è ancora convergente, sebbene meno di quello che lo era per la sola azione della lente convergente.

Il che avviene per ciò che la lente divergente di flint distrugge l'aberrazione cromatica prodotta dalla lente convergente di crown senza annullare la convergenza dei raggi prodotta da questa.

11. Nelle lenti, come nei prismi, si richiederebbero sette vetri per ottenere l'acromatismo perfetto; ma negli strumenti d'ottica se ne adoperano solo due od al più tre, dando loro la curvatura necessaria per acromatizzare i raggi medii corrispondenti alle linee C ed F di Fraunhofer.

§ 63. L'occhio e la visione. — 1. *Struttura generale dell'occhio.* — L'occhio umano e degli animali superiori è un globo cavo, il cui involucro è costituito da tre tessuti principali; l'esterno, composto di due parti, che sono la *cornea* e la *sclerotica;* il mediano, che si dice *coroide* e l'interno che è la *rètina.* La cavità interna è poi ripiena da tre mezzi rifrangenti, che, per ordine di disposizione dall'innanzi all'indietro, sono: l'*umore acqueo, il cristallino e l'umor vitreo.*

2. *Sclerotica e cornea.* — La sclerotica (SSS, fig. 132, la quale rappresenta la sezione orizzontale dell'occhio umano destro), è un tessuto consistente, opaco e bianco (costituente il bianco dell'occhio) che avvolge tutto il globo oculare ad eccezione della parte anteriore, ove si unisce ad una calotta (C C) più curva e trasparente come un vetro da orologio, che è la *cornea.*

Alla parte anteriore della sclerotica si attaccano 6 muscoli, 4 retti (M M) e 2 obliqui, che servono a muovere il globo oculare.

3. *La coroide e l'iride.* — La coroide è una membrana vascolare nera che tappezza internamente la sclerotica e impedisce le riflessioni della luce nell'interno dell'occhio. Essa si estende fino al contorno della sclerotica, ove si unisce ad una corona di pieghe raggianti (pp) dette *processi ciliari*, e poi all'iride (ii) che è un diaframma con un foro centrale (P) detto *pupilla*, pel quale passano i raggi luminosi che entrano nell'occhio, e che lascia vedere il fondo nero interno del medesimo, d'onde il *colore nero della pupilla*, mentre il colore proprio dell'occhio dipende da quello dell'iride. Questa è munita di fascetti fibrosi radiali e anulari, mediante i quali si estende *involontariamente*, in guisa da diminuire l'apertura della pupilla e lasciare entrare minor quantità di luce, quando questa è molto viva, come pure nell'osservazione di oggetti vicini, mentre si contrae in guisa da aumentare l'apertura della pupilla e lasciare entrare maggior copia di luce, quando questa è debole, come pure nell'osservazione di oggetti lontani.

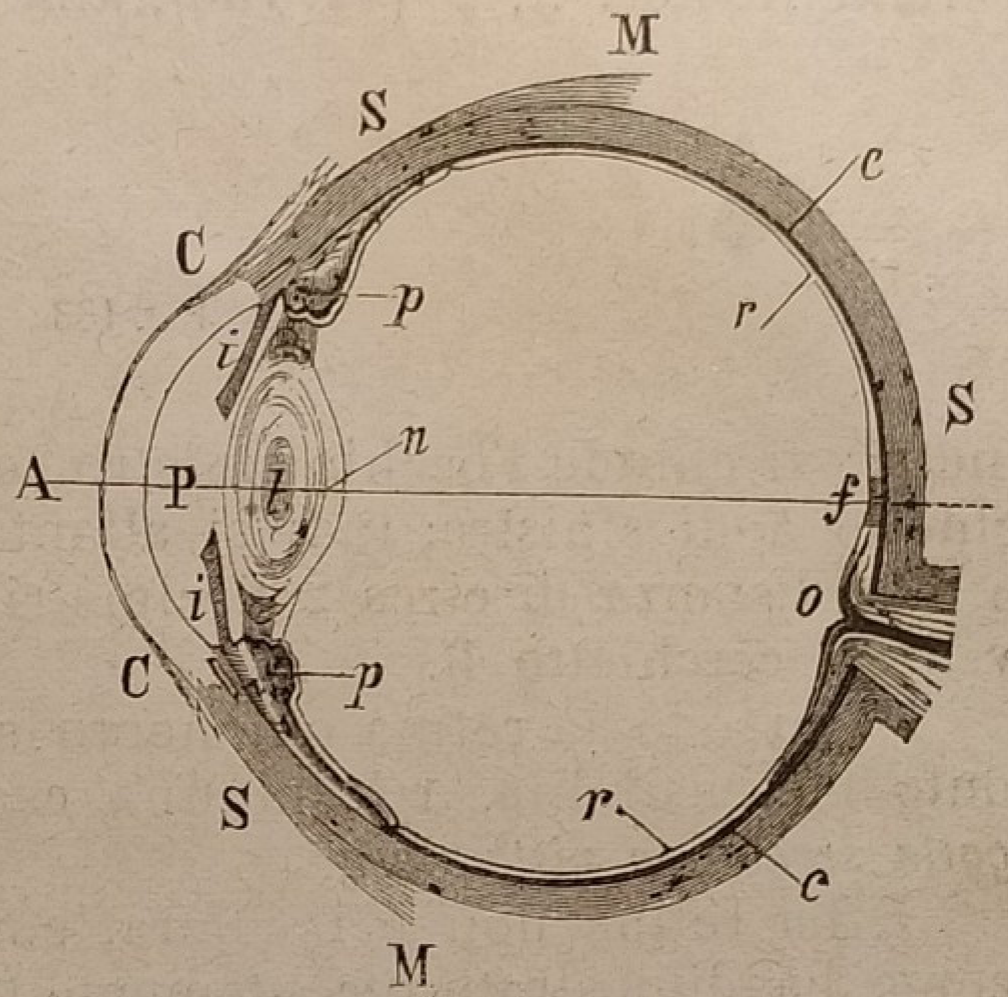


Fig. 132.

4. *La rètina.* — Il nervo ottico (o) entra nell'occhio a traverso la sclerotica e la coroide e poi si espande in modo da costituire una membrana trasparente (durante la vita) che è la *retina* (rr), la quale tappezza internamente la coroide. Essa è formata da 10 strati, dei quali l'ultimo, verso la coroide, è il più importante, ed è costituito da una palizzata di *bastoncini* cilindrici normali alla superfice interna, fra cui stanno rigonfiamenti in forma di bottiglia allungata detti *coni*. Questi sono numerosissimi in prossimità dell'asse del bulbo dell'occhio, nella regione più sensibile della rètina, ove si osserva (nell'occhio morto) una macchia gialla detta *macula lutea*, nel cui centro vi è una depressione (f) che si dice *fovea centralis*, ove la rètina è più sottile, perchè ivi esistono solo gli elementi più necessari per la visione, i quali invece vanno diradandosi all'intorno, finchè scompaiono.

5. *Punto cieco.* — Però, nel luogo (o) in cui il nervo ottico

entra nell'occhio, i detti coni e bastoncini mancano; perciò si trova quivi una regione insensibile, detta *punto cieco*, del quale si può provare l'esistenza colla seguente esperienza. Su un foglio di carta si fanno due segni qualunque, per es. due cerchietti neri A, B (fig. 133), alla distanza di circa 6 centi-

Fig. 133.

metri; si chiude l'occhio sinistro, e si fissa il destro sul cerchietto A di sinistra; indi si allontana gradatamente il foglio, e alla distanza di circa 2 decimetri dall'occhio, questo più non vede il cerchietto B.

6. Quando la retina o il nervo ottico, per malattia, ha perduto la sensibilità, risulta una cecità incurabile che si dice *gotta serena*, o *vista nera*.

7. La retina non è incolora, come si credeva finora, ma, come ha dimostrato recentemente (1878) il prof. Boll, a Roma, ha un bel colore porpora, che però nell'occhio morto svanisce rapidamente sotto l'azione della luce, e non si mantiene all'oscuro oltre le 24 ore dopo la morte.

8. Subito dopo l'uccisione di certi animali, vennero osservate sulla loro retina le immagini degli oggetti da essi veduti ultimamente; ma non si conosce ancora quale parte abbia nella visione tale curioso fenomeno.

9. *Cristallino.* — Dei tre mezzi rifrangenti contenuti nell'interno dell'occhio, il più importante è il *cristallino* (*l*), che è una lente convergente, la cui faccia posteriore è più convessa dell'anteriore, della grossezza di circa 4 mm., collocata dietro l'iride, e costituita da più strati concentrici di materia trasparente, gelatinosa, elastica, di consistenza e rifrangenza crescente verso l'interno, e avvolta da una membrana sottilissima, *la capsula*, che aderisce ai *processi ciliari*, cioè ad un'espansione della coroidea. Non esiste camera posteriore fra l'iride e il cristallino come si credeva una volta.

Quando il cristallino perde la sua trasparenza, risulta la malattia detta *cateratta*, cui si rimedia togliendo quello e compensandolo con occhiali convergenti (detti *stenopeici*).

10. *Umor acqueo e vitreo.* — Il cristallino divide l'interno dell'occhio in due camere diseguali, delle quali l'anteriore piu piccola, compresa fra esso e la cornea trasparente, è piena di un liquido somigliante all'acqua, e perciò si dice *umor acqueo*; la posteriore, più grande, compresa fra il cri-

stallino e la rètina, contiene una materia trasparente gelatinosa, somigliante all' albume dell' uovo o al vetro fuso, perciò detta *umor vitreo*, acclusa in una sottile membrana trasparente, detta *ialoide*, la quale aderisce alla faccia posteriore del cristallino ed alla retina. Nel medesimo nuotano talvolta residui di cellule, fibre e membrane che appaiono siccome corpuscoli neri (mosche volanti) quando si fissano gli occhi incantati verso una superfice chiara e uniforme.

11. *Produzione delle immagini nell'occhio.* — Lo studio sperimentale e teorico dell'occhio dimostra che questo è uno stromento ottico paragonabile ad una camera oscura, nella quale la pupilla è il foro per cui entrano i raggi luminosi, il cristallino e gli altri mezzi rifrangenti costituiscono un sistema convergente, che forma sulla retina un foco reale coniugato dei raggi luminosi che partono da un punto, e genera così una immagine di quello. Uno dei detti raggi non è deviato, siccome quello che passa pel centro ottico di una lente, ed è quello passante per un punto (*n* fig. 132) detto *nodale*, distante circa $^1/_2$ mm. dalla superfice posteriore del cristallino. I raggi poi che partono da punti diversi di un oggetto A B (fig. 134) si

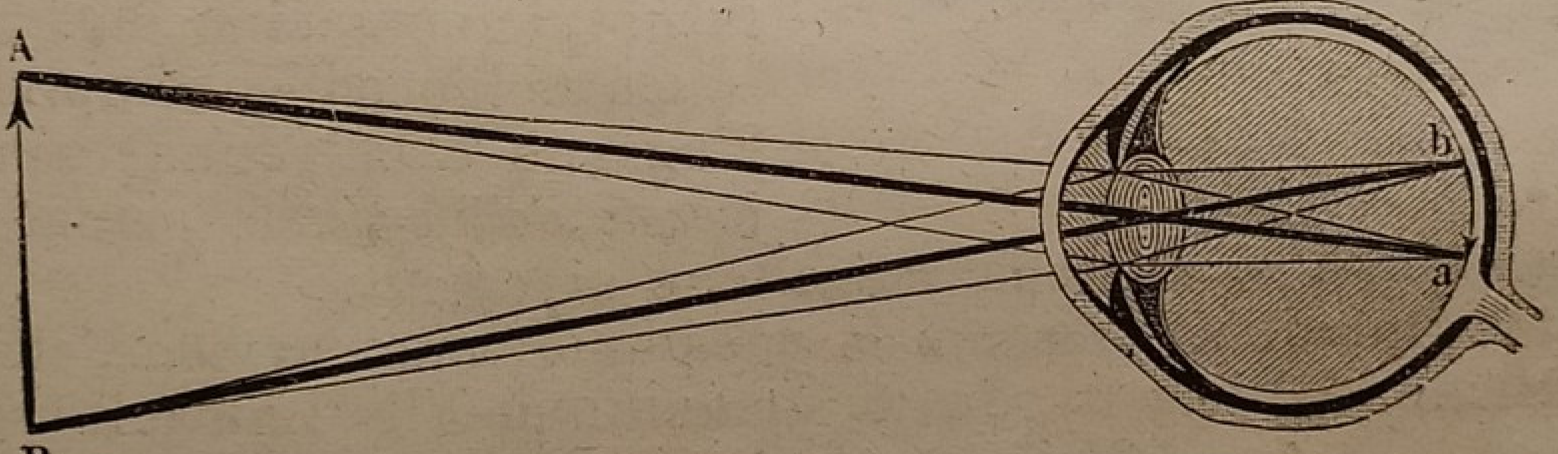


Fig. 134.

incrociano nel detto punto, cosicchè *risulta sulla retina un'immagine* a b *reale e rovesciata dell'oggetto*.

12. Puossi vedere codesta immagine rovesciata nell'occhio di un bue, facendo superiormente un buco *a b* (fig. 135) nella sclerotica e nelle altre membrane opache sottostanti, per potere guardare a traverso tale apertura. Affinchè l'occhio meglio conservi la sua forma, lo si adagia quindi entro un recipiente emisferico come mostra la figura. Ad impedire l'uscita dell'umor vitreo dalla apertura *a b* vi si può applicare una lastrina di vetro. Allora sulla retina si vede l'immagine reale rovesciata degli oggetti esterni cui l'occhio è rivolto.

13. Lo stesso fatto si può constatare spogliando un occhio della parte posteriore dello sclerotica e della coroide, e lasciando solo la retina; ponendo poscia dinanzi al medesimo

una fiamma, se ne vede distintamente su quella, per trasparenza, l'immagine rovesciata.

14. Infine, siccome prova sperimentale che le immagini sulla retina si formano rovesciate vale pure la seguente.

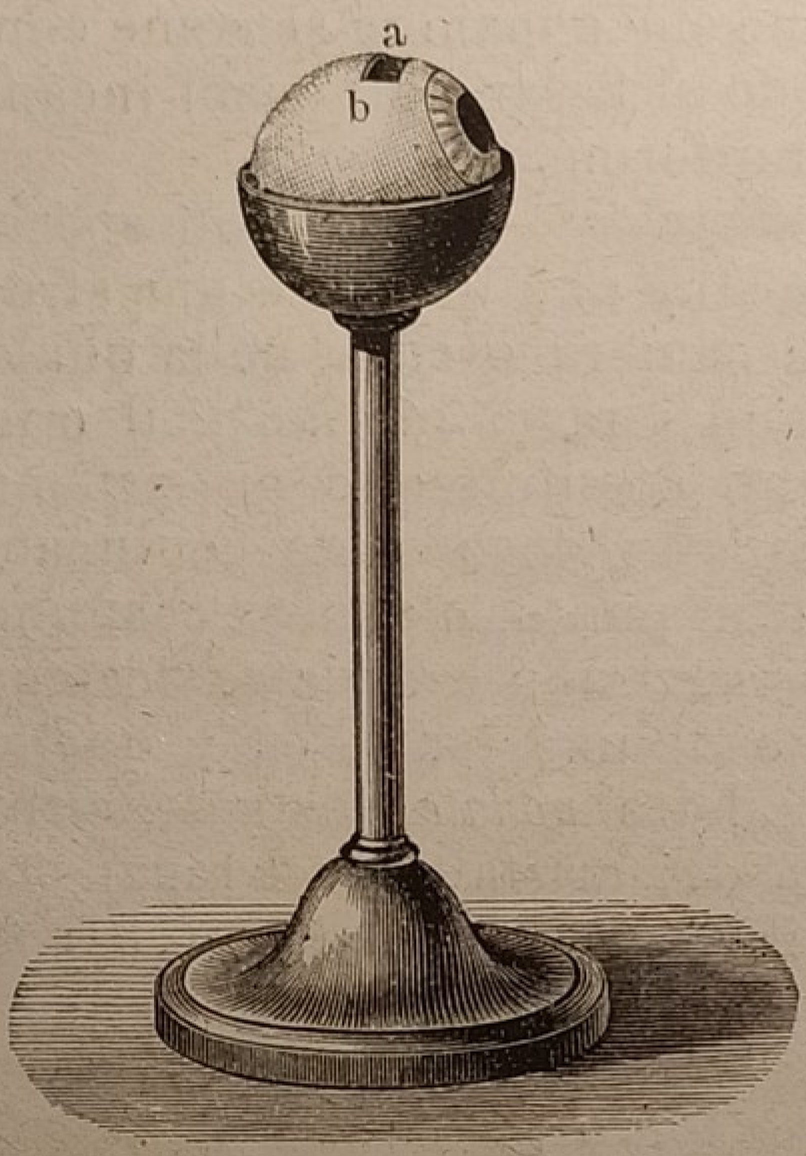


Fig. 135.

Si fa un foro con uno spillo in un foglio di carta, e si guarda verso una finestra a traverso il foro, distante 4 o 5 centimetri dall'occhio; indi si fa discendere vicinissimo a questo un diaframma finchè intercetti i raggi che entrano nella pupilla superiormente, e così si vede scomparire dapprima l'orlo inferiore del foro. Viceversa, scompare l'orlo superiore quando si fa muovere dal basso in alto il diaframma vicinissimo all'occhio.

15. Pertanto *le immagini retiniche sono rovesciate* perchè i raggi si incrociano nel centro ottico dell'occhio, compreso fra l' oggetto e la retina; *sono più piccole dell' oggetto*, perchè quel punto è più vicino alla retina che all'oggetto.

16. Quindi si presenta la questione: come avviene che noi veggiamo gli oggetti diritti quantunque le immagini sieno rovesciate? La difficoltà si risolve osservando che noi non vediamo l'immagine che si forma sulla retina come farebbe un'altra persona che l'osservasse, ma sentiamo solo l'esistenza di ciascun punto luminoso sulla retta che passa pel punto che riceve l'impressione e pel centro ottico dei mezzi rifrangenti. Ora siccome queste rette si incrociano nel detto centro, l'occhio deve percepire in alto il punto luminoso che scuote la rètina in basso, ed inversamente, a quel modo che una persona spiante dietro un foro riferirebbe in alto la provenienza di un proiettile che colpisse il suo viso in basso, ed inversamente.

17. *Retta visuale.* — Quando miriamo un punto, la sua immagine si forma sulla retta (*Anf*, fig. 132, pag. 253), che passa per quello e pel centro ottico dell'occhio, la quale va ad incontrare la retina nella fovea e perciò si chiama *retta visuale*; essa non coincide coll'asse di simmetria dell' occhio, perchè la macchia lutea non è nel centro della rètina, ma un poco spostata verso le tempia.

18. *Campo visivo.* — È *lo spazio che contiene gli oggetti di cui l'occhio può percepire l'immagine*, e naturalmente esiste un campo visivo per ciascun occhio separatamente e pei due occhi assieme. Però, solo le parti dell' immagine che cadono sulla fovea si distinguono nettamente e le altre appaiono sempre meno distinte a misura che ne sono più lontane. Ora la fovea è così piccola che viene tutta occupata dall'immagine dell'unghia del nostro indice tenuta alla lontananza della lunghezza del braccio. Ciò malgrado noi possiamo abbracciare un *campo visivo* assai più esteso, per la grande mobilità dell'occhio, che fissa successivamente i varii punti di un oggetto. Di tutti gli stromenti ottici l'occhio è quello che possiede un campo visivo più ampio, il quale si estende dall'alto in basso per 120°, da destra a sinistra per 160° per ciascun occhio, e per ambi gli occhi, in direzione orizzontale si estende per 180°.

Solo gli oggetti assai piccoli, e non molto illuminati riescono invisibili se l'immagine non cade sulla fovea. Il che spiega perchè riesce difficile nel crepuscolo rintracciare una stella nel firmamento od una vela sul mare, mentre si discernono bene una volta fissate.

19. Infine è da notare che non solo le immagini retiniche producono impressioni luminose, ma ogni eccitamento dei nervi ottici, come ogni eccitamento dei nervi acustici genera una sensazione sonora. Violenti scuotimenti degli occhi, un urto, una scossa elettrica nei tessuti dell' occhio, generano bagliori; una pressione, una corrente elettrica generano una chiarezza del campo visivo; per l'azione del sangue e del cervello sui nervi ottici risultano superfici rischiarate, macchie chiare, striscie nebulose mutabili, fantasmi.

20. *Capacità di accomodamento dell'occhio alle distanze.* — Si è veduto nella teoria delle lenti (§ 52) che la distanza dell'immagine da una lente convergente varia col variare della distanza dell'oggetto; cioè diminuisce col crescere di quella distanza, ed inversamente. Ora siccome l'occhio agisce come una lente convergente, e per vedere distintamente gli oggetti l' immagine deve formarsi esattamente sulla retina e non innanzi, nè dietro, parrebbe che si dovessero solo vedere gli oggetti distintamente, quando si trovano ad una determinata distanza. Invece l'esperienza ci insegna che noi possiamo vedere distintamente, quantunque non nello stesso istante, oggetti a distanze assai differenti, cioè che l' occhio ha la *capacità di accomodarsi alle distanze.*

21. L'accomodamento successivo dell' occhio alle distanze è dimostrato dalla seguente osservazione. Fissando un oggetto in modo da vederlo distinto, gli altri che si trovano più

lontani, appaiono confusi; ed inversamente fissando un oggetto lontano appare confuso un altro più vicino.

22. Dalle esperienze di Cramer e di Helmholtz risulta che *la capacità di accomodamento alle distanze dipende da piccoli cangiamenti di curvatura che subiscono le due facce del cristallino* per l'azione dei muscoli dell'occhio. Infatti, se si colloca dinnanzi all'occhio una fiamma si veggono tre immagini: una più splendida dovuta alla riflessione della luce sulla cornea trasparente; una seconda meno viva dovuta alla riflessione della luce sulla superfice anteriore del cristallino, ed una terza più oscura dovuta alla riflessione sulla superfice posteriore interna. Ora, quando l'occhio passa dall'osservazione di un oggetto lontano a quella di uno vicino, la 1ª immagine non varia, mentre le altre due, e sovratutto quella della faccia anteriore del cristallino, diminuiscono; il che, per la teoria degli specchi curvi, prova che aumenta sovrattutto la convessità della faccia anteriore del cristallino. Perciò diminuisce la sua distanza focale in guisa che l'immagine si forma sulla retina e non dietro questa.

Inversamente avviene nell' osservazione di oggetti lontani.

Perciò gli occhi cui venne esportato il cristallino nell'operazione della cateratta, hanno perduto la proprietà di accomodarsi alle distanze.

Le variazioni di curvatura della faccia anteriore del cristallino si compiono mediante i muscoli ciliari.

23. *Distanza minima e massima della visione distinta.* — L'accomodamento dell'occhio alle distanze ha due limiti, uno *prossimo*, l'altro *remoto*, i quali variano nei diversi individui.

Infatti, se si avvicina successivamente un oggetto, per es. uno scritto, all'occhio, si vede che quando la distanza diviene minore di un certo limite non se ne ha più una visione distinta. La distanza a cui ciò avviene si dice *distanza minima della visione distinta.* Per un occhio normale è di 10 a 15 cm.

Si chiama poi *distanza massima della visione* distinta la massima distanza a cui si può vedere distintamente un oggetto. Siccome un occhio normale può riunire sulla retina anche i raggi paralleli, così, per quello, la distanza massima della visione distinta è *infinita.* Infatti, coll'aumentare la distanza sfuggono bensì le minuzie di un oggetto, perchè per vedere distinti ad occhio nudo due punti vicini, la loro distanza, come vedremo, non deve essere inferiore a un certo limite, ma l'immagine dell'oggetto non diviene confusa, come quando questo è troppo vicino all'occhio; il che prova che essa si forma sempre sulla rètina.

Nello stato di riposo l'occhio è sempre accomodato al suo

punto remoto, perciò si richiede una certa tensione per fissare oggetti vicini.

Fra la distanza minima e massima dell'accomodamento esiste poi una distanza detta della *visione distinta*, che è quella alla quale si collocano abitualmente gli oggetti alquanto minuti, per es. gli scritti, per vederli più distintamente possibile. Questa distanza varia per diversi occhi; per un occhio normale è di 25 cm. circa. Essa non deve confondersi colla *distanza minima* della visione distinta.

24. *Occhi normali, miopi e presbiti.* — Gli occhi che possono accomodarsi a tutte le distanze comprese fra la minima (12 cm.) e l'infinita si dicono *normali* o *emmetropici* (ἔμμετρος, giusto).

Ma vi sono occhi il cui punto remoto di accomodamento non è a distanza infinita, ma più o meno piccola, soventi di pochi centimetri; e questi hanno pure il punto prossimo a distanza minore degli occhi normali (5 o 6 cm.). Tali occhi si dicono *miopi* (μύω, socchiudo, perchè socchiudono o ammiccano gli occhi per vedere) o *brachimetropici* (βραχύς, corto). Secondo Donders la miopia, il più sovente, dipende da soverchia lunghezza dell'asse antero-posteriore dell' occhio, per la quale i raggi provenienti da punti lontani si riuniscono prima della retina.

Infine, esistono occhi la cui distanza minima della visione distinta è maggiore di quella degli occhi normali, permodochè essi non possono riunire sulla retina i raggi che provengono da punti vicini, ma solo quelli che provengono da punti lontani, cioè che sono sensibilmente paralleli, e perfino quelli che sono già convergenti, per modochè il loro punto remoto è dietro la retina; questi si dicono *ipermetropici* (ὑπέρ, sopra) Cotesto difetto, che si attribuisce ad una brevità dell'asse antero-posteriore dell'occhio, si distingue oggidì, da quello finora denominato *presbitismo* (πρέσβυς, grigio) che si incontra soventi nei vecchi, il quale consiste anche in un difetto di adattamento dell'occhio alle piccole distanze, ma è dovuto all'irrigidimento degli strati esterni del cristallino, ed anche a rilassatezza delle fibre muscolari che lo comandano.

25. Si possono *determinare i due punti di accomodamento dell'occhio* coll'esperienza di Scheiner. In un foglio di carta si fanno due forellini la cui distanza (1 a 2 mm.) sia minore del diametro della pupilla, e si mettono questi vicinissimo all'occhio; poi si guarda a traverso i medesimi sul fondo chiaro del cielo un piccolo oggetto, per es. un ago, che si avvicina o si allontana lentamente dall'occhio; così lo si vede doppio quando è a distanza minore di quella dalla visione distinta, semplice

quando è a questa distanza, mentre riappare doppio quando abbia oltrepassato il punto remoto.

Perchè nel primo caso i due fascetti di raggi che passano pei due forellini convergono verso un punto collocato dietro la rètina, e perciò incontrano questa in due luoghi diversi, onde si producono due immagini. Nel secondo si riuniscono precisamente negli stessi luoghi della retina e perciò producono una sola immagine. Infine, quando si è oltrepassato il punto remoto, l'immagine riappare doppia, perchè l'occhio non potendo accomodarsi a quella distanza, non può riunire in una sola le immagini che producono i raggi passanti pei due forellini. Ma siccome gli occhi normali hanno il punto remoto a distanza infinita, perciò essi veggono sempre l'ago semplice comunque aumenti la distanza di questo dall'occhio.

26. *Occhiali.* — Negli occhi miopi o brachimetropici i fochi dei punti luminosi lontani si formano prima della retina, cioè i raggi sono troppo convergenti; perciò si corregge tale difetto con adatte lenti divergenti, le quali allontanando i fochi li portano sulla retina.

Tanto l'ipermetropia, cioè il difetto costituzionale dell'occhio di non potersi adattare alle piccole distanze, quanto il presbitismo che si sviluppa col crescere degli anni, consistendo in un difetto di convergenza dei raggi, si correggono colle lenti convergenti.

Ed è da condannarsi l'indifferenza nel sopportare i difetti dell'occhio, e peggio il pregiudizio di credere dannosi gli occhiali, mentre il savio uso di questi è l'unico mezzo per preservare l'occhio da malattie incurabili e dalla cecità.

27. Le lenti di cristallo di rocca che trovansi in commercio sono da preferire a quelle di vetro, non solo perchè conservano meglio la levigatezza della loro superfici, ma anche perchè essendo il cristallo di rocca più rifrattivo del vetro, si ha bisogno di minore curvatura, il che produce minori aberrazioni.

Wollaston il primo raccomandò i menischi divergenti pei miopi e convergenti pei presbiti, con la concavità rivolta all'occhio, i quali, perchè permettono di vedere gli oggetti lontani dall'asse ottico, ebbero il nome di lenti *periscopiche.*

28. *Aberrazione cromatica e sferica dell'occhio.* — Siccome noi ordinariamente non veggiamo gli oggetti iridescenti, si era creduto che l'occhio fosse acromatico; ma oggidì è dimostrato che *l'acromatismo dell'occhio non è perfetto*, e che si possono percepire contorni iridescenti di oggetti non fissati.

L'aberrazione cromatica dell'occhio non è sensibile nella visione ordinaria, perchè la dispersione dei mezzi rifrangenti è assai debole.

29. Così pure l'occhio non è esente *dall'aberrazione sferica*, la quale però viene specialmente impedita dall'iride, che non permette il passaggio dei raggi periferici.

30. *Irradiazione.* — È il fenomeno pel quale le superfici molto chiare appaiono più estese di quelle oscure, quantunque abbiano eguali dimensioni. Infatti se si osservano dalla distanza di 4 a 5 metri due cerchi o quadrati eguali bene illuminati, uno bianco su fondo nero, e uno nero su fondo bianco, il primo appare maggiore del secondo.

Così pure, osservando la fig. 136 dalla distanza di qualche metro, la striscia bianca inferiore su fondo nero sembra più larga della nera superiore su fondo bianco, quantunque abbiano eguale larghezza.

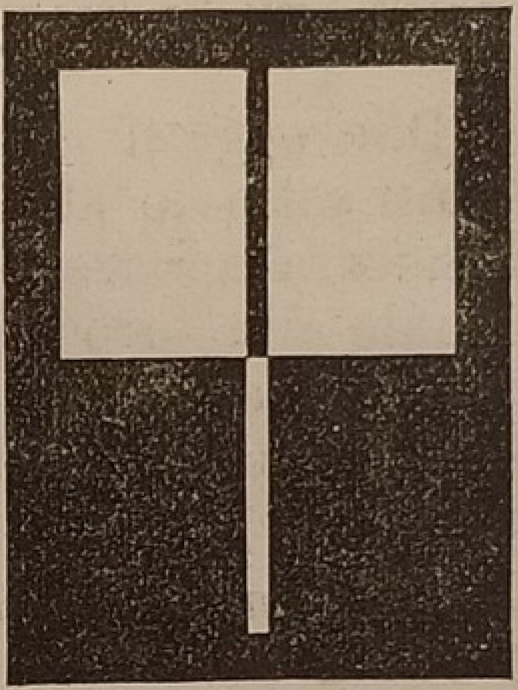


Fig. 136.

Per la stessa ragione la falce luminosa della luna, prima del primo e dopo l'ultimo quarto, appare appartenere ad un cerchio di maggior diametro che il rimanente disco oscuro, il quale riesce visibile per la così detta *luce cinerea*, che la terra illuminata dal sole manda alla porzione del disco lunare che è nelle tenebre.

L'irradiazione non è eguale per tutte le persone, e la sua intensità cresce con quella della luce, ma non nello stesso rapporto.

31. Plateau (1838) attribuiva l'irradiazione all'estendersi di una forte impressione luminosa sulla retina alle parti vicine a quelle scosse della luce. Oggidì, dietro le osservazioni di Helmholtz (*Ottica fisiologica*, § 21), per cui tale fenomeno si manifesta sovratutto coll'imperfetta accomodazione dell'occhio, lo si attribuisce a ciò, che per tale cagione i raggi che partono da un punto luminoso, invece di riunirsi in un punto unico sulla retina, si incontrano prima o dopo, e perciò formano su quella dei *cerchi di diffusione*; quindi anche nel caso della accomodazione perfetta, risultano tali cerchi per l'aberrazione sferica e cromatica dell'occhio.

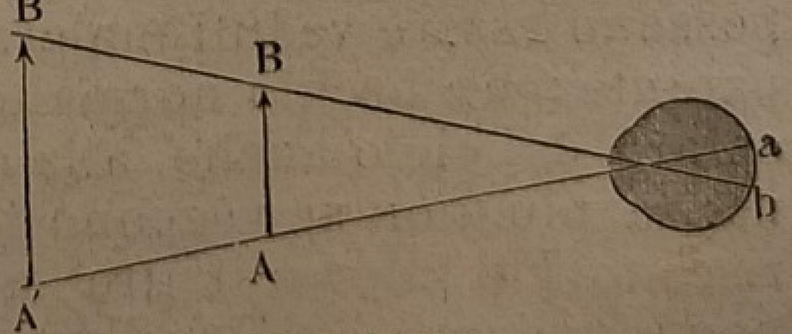


Fig. 137.

32. *Angolo visuale.* — L'angolo che le rette visuali condotte ai punti estremi A, B (fig. 137) di un oggetto, formano nel centro ottico dell'occhio in cui esse si incrociano, si dice *angolo visuale*. Esso determina la *grandezza apparente* dell'oggetto, la quale

a parità di distanza, cresce colla grandezza reale di quello, e per uno stesso oggetto diminuisce col crescere della sua distanza; perciò gli oggetti sembrano tanto più piccoli quanto più sono distanti, perchè diminuisce la grandezza reale della loro immagine nell'occhio.

La distanza tra gli alberi di un viale o tra le case di una lunga via appare diminuire colla distanza, appunto perchè diminuisce l'angolo visuale.

Così pure una strada orizzontale appare sollevarsi in lontananza ed ogni sollevamento del suolo appare più erto di quello che è, perchè non solo le dimensioni orizzontali, ma anche quelle verticali appaiono diminuire colle distanze.

Due oggetti di diversa grandezza A B e A′ B′ (fig. 137) sono veduti sotto lo stesso angolo visuale, e perciò hanno la stessa grandezza apparente, quando la loro grandezza reale è proporzionale alla loro distanza. Cioè. oggetti diversi le cui grandezze stanno come 1 : 2 : 3, ecc., vengono veduti sotto lo stesso angolo visuale se le loro distanze stanno fra loro nello stesso rapporto.

33. *Condizioni per la visione distinta.* — Le condizioni perchè si abbia una visione distinta di un oggetto, sono due: 1° la sua immagine deve formarsi (come si è già notato, n° 20) precisamente sulla rètina (nella macchia lutea) e non innanzi nè dopo; 2° deve avere sufficente estensione.

La prima è soddisfatta mediante la capacità di accomodamento.

Relativamente alla seconda è da notare che, per la percettibilità di un oggetto, l'angolo visuale sotto cui lo si vede, o la sua grandezza apparente, non deve essere inferiore ad un certo limite che dipende dall'illuminazione e colore dell'oggetto, dalla qualità del fondo su cui quello si osserva, e dalle qualità dell'occhio. Per un occhio ordinario, e per un'illuminazione moderata, un oggetto è ancora percettibile sotto un angolo di 30″; ma un oggetto assai splendente, siccome un filo metallico incandescente su un fondo oscuro, viene ancora veduto sotto un angolo di 2″. Anche i corpi oscuri su fondo chiaro possono essere veduti malgrado una piccolissima grandezza apparente; un occhio normale può vedere un capello sul fondo chiaro del cielo anche alla distanza di 1 a 2 metri. In lontananza più non si veggono le particolarità di un edifizio, spariscono gli intervalli tra gli alberi di una lontana foresta, non veggiamo l'indice d'un orologio a muoversi sul quadrante, perchè troppo piccolo ne è l'angolo visuale.

34. *Angolo ottico.* — Nel fissare un punto A (fig. 140, pag. 265)

noi facciamo convergere le linee visuali dei due occhi per modo che le due immagini del medesimo si formino sulle due fovee di quelli. L'angolo mAm' formato dalle rette visuali dei due occhi dirette verso un punto che viene fissato si dice *angolo ottico*. Esso diminuisce pure, come l'angolo visuale (n° 32), col crescere della distanza del punto osservato.

35. *Valutazione della distanza e della grandezza degli oggetti.* — Il nostro giudizio intorno alla vera grandezza degli oggetti e la loro distanza si forma poco a poco mediante l'esperienza e col concorso di parecchi elementi che sono: l'angolo visuale, l'angolo ottico, il confronto con oggetti di grandezza nota, la diminuzione di chiarezza dell'immagine per la distanza e per l'interposizione di un mezzo più o meno trasparente, ecc.

Quando si conosce la grandezza di un oggetto, siccome quella di una persona, di un albero, di una casa, se ne valuta la distanza dalla sua grandezza apparente, cioè dall'angolo visuale sotto cui lo si vede, il quale, come si è notato (n° 32) diminuisce colla distanza. Se la sua grandezza ci è sconosciuta la si giudica da quella degli oggetti vicini di grandezza nota. Viceversa, dalla grandezza apparente giudichiamo la grandezza reale degli oggetti quando ne conosciamo la distanza. Ma siccome noi non ci fondiamo, in generale, su misure precise, ma solo approssimate, e il punto di partenza dei nostri confronti è sovente più o meno incerto, così non è a meravigliare se i nostri giudizi intorno alle grandezze e alle distanze sono talvolta fallaci.

Nel giudizio delle distanze di oggetti a noi vicini esercita anche molta influenza l'angolo ottico (n° 34), che allora varia notevolmente colla distanza.

36. *Illusioni ottiche intorno alla grandezza.* — A parità di angolo visuale noi giudichiamo un oggetto tanto più vicino quanto più ne distinguiamo le particolarità. Perciò, quando l'atmosfera è più trasparente, siccome avviene dopo la pioggia che trascina in basso il limo atmosferico, vediamo meglio le particolarità dei monti, e questi ci paiono più vicini che d'ordinario; inversamente avviene quando l'atmosfera è torbida.

Il sole e la luna, al sorgere e al tramonto splendono di minor luce che al mezzodì, perchè quella arriva a noi indebolita nello attraversare i più bassi e più densi strati della nostra atmosfera; di più allora noi veggiamo tra quegli astri e noi molti oggetti interposti sulla pianura; perciò li riteniamo più lontani che quando sono sollevati sull'orizzonte. Giudicandoli più lontani ci appaiono più grandi, quantunque il loro angolo visuale sia sempre lo stesso.

Così pure, nel chiaro splendore della neve le località di un

paese invernale ci paiono più vicine, e di notte un fuoco ci pare più vicino che di giorno, perchè più chiaro splende; e la volta del cielo, ci pare alquanto schiacciata, perchè gli strati aerei trovantisi su di noi, sono più trasparenti e più chiari che quelli all'orizzonte, e perciò ci appaiono più vicini.

Gli angoli vuoti AOC, BOD (fig. 138) ci sembrano minori di quelli COB, AOD divisi in settori mediante linee; epperciò la retta CD non sembra perpendicolare all'altra AB. Così pure una camera ci sembra più piccola quando è vuota che quando è ammobigliata.

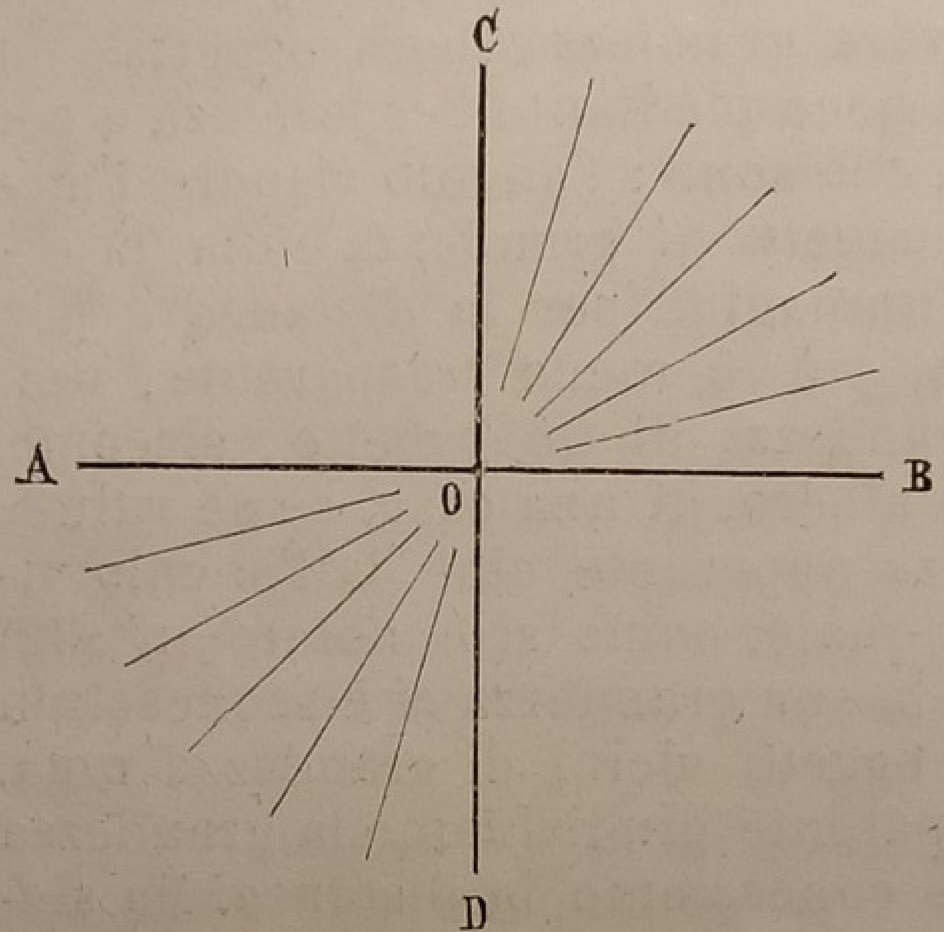


Fig 138.

Le linee di eguale lunghezza vengono solo riconosciute tali quando sono parallele; le linee verticali vengono giudicate da $^1/_5$ a $^1/_{30}$ più lunghe di quelle orizzontali di eguale lunghezza. Perciò un quadrato ci sembra più alto che largo, e così pure un cilindro ci sembra più alto e più stretto di quello che è.

37. *Illusioni ottiche intorno alle direzioni.* — Ancora più sensibili sono le illusioni intorno alle direzioni. Le linee parallele tanto orizzontali quanto verticali (fig. 139) ci sembrano divergenti o convergenti, quando sono attraversate in opposta direzione da altre linee parallele oblique a quelle, e le linee trasversali non paiono rette.

Fig. 139.

38. *Visione semplice coi due occhi.* — Noi ordinariamente vediamo gli oggetti semplici e non doppi, malgrado ne abbiamo due immagini, una per occhio. Però si possono facilmente vedere gli oggetti doppi. Così, se si tengono due dita verticalmente, l'un dopo l'altro, avanti gli occhi, cosicchè il primo ne disti circa $^1/_3$ di metro e l'altro alquanto più, fissando il dito più vicino esso viene veduto unico, mentre si vede contempora-

neamente doppio il più lontano; inversamente se si fissa il più lontano si vede doppio il più vicino.

Si possono pure vedere gli oggetti doppi spostando alquanto uno degli occhi con un dito, spingendolo per es. alquanto dal basso in alto.

39. Quindi è evidente che per l'unità della sensazione si richiede che le due immagini dell'oggetto cadano nello stesso tempo su determinate parti della rètina, le quali sono in tale rapporto fra loro che le impressioni di ciascuna si confondono in una percezione unica, e che i movimenti dell'occhio sono coordinati per modo da fare cadere le due immagini dell'oggetto in quelle parti corrispondenti delle due rètine.

Secondo i fisiologi, la ragione per la quale noi vediamo gli oggetti semplici malgrado le due immagini, si deve ricercare nelle diramazioni dei nervi ottici, anzichè nell'abitudine, perchè *i due occhi, sono due rami con una stessa radice*, e da ciascun elemento della radice semplice parte un ramo per occhio, il che si prova con molteplici esperienze.

40. Quindi si spiegano le condizioni da cui dipende la visione semplice o doppia colle seguenti considerazioni. Siano L ed R (fig. 140, 141) i due occhi, A e B due punti collocati a

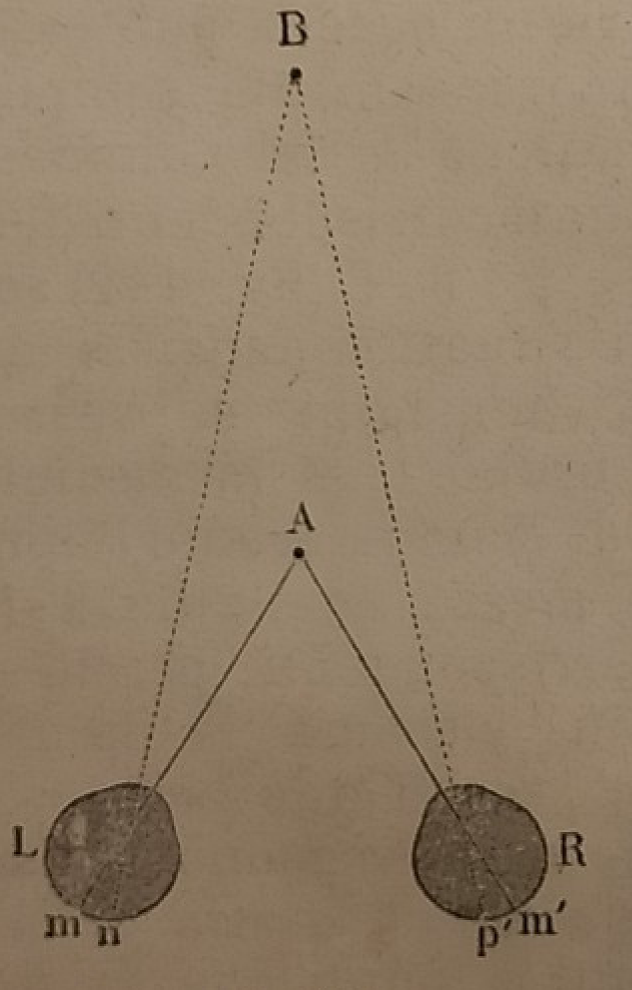


Fig. 140

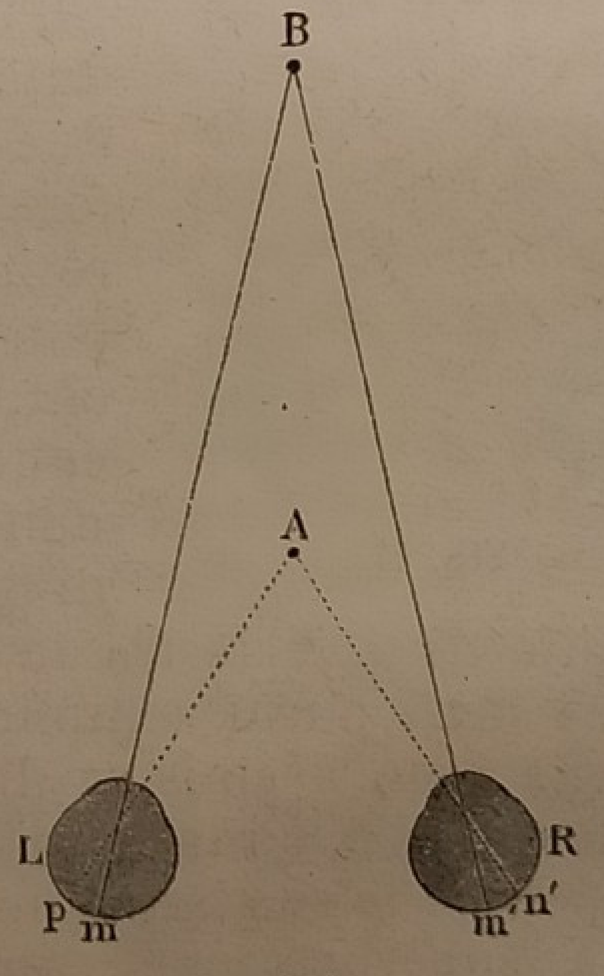


Fig. 141.

distanze differenti. Quando fissiamo il punto A (fig. 140), facciamo convergere verso il medesimo le rette visuali dei due occhi, per modo che le immagini si formino sulle due fovee. Allora la immagine di un punto più lontano B, nell'occhio sinistro L, si forma in un punto n a destra di quella m del punto A, mentre nell'occhio destro R l'immagine p' dello stesso punto B

si forma a sinistra di quella m' del punto A. Cioè le due immagini n e p' del punto B non fissato, non si formano nei due occhi in punti corrispondenti della retina, e questa è la cagione per cui vediamo il punto B doppio. Siccome l'immagine n di B nell'occhio sinistro L giace a destra di m, il punto B ci pare giacere a sinistra di A, mentre l'occhio destro vede il punto B a destra di A, perchè la sua immagine p' è a sinistra di m'.

Se si è fissato il punto A coi due occhi, per modo da vederlo semplice, mentre il punto B appare doppio, si può fare scomparire l'immagine sinistra o destra di B, intercettando i raggi che da quel punto giungono nell'occhio sinistro o destro. Invece, se si fissa il punto più lontano B (fig. 141), cosicchè appaia doppio il punto A, sparisce l'immagine di questo che l'occhio sinistro vede a destra di B, interponendo uno schermo fra A e l'occhio sinistro.

41. *Superfice oroptera.* — Del resto per vedere un oggetto semplice coi due occhi non è necessario che le due rette visuali sieno esattamente dirette al medesimo, che cioè la sua immagine in ciascun occhio si formi nella fovea, perchè se no si potrebbe vedere un solo oggetto semplice e tutti gli altri apparirebbero doppi. Un'intera serie di oggetti può essere veduta contemporaneamente semplice coi due occhi, purchè le loro immagini si formino in punti corrispondenti delle due rètine. Così se A, B, C (fig. 142) sono tre punti diversi situati innanzi ai due occhi, le loro immagini si susseguono collo stesso ordine nei medesimi; cioè nella rètina di ciascun occhio l'immagine di B giace nel mezzo, quella di C a sinistra, e quella di A a destra in punti corrispondenti, perciò si veggono i detti punti semplici. Di più, siccome le immagini p e p' giaciono a sinistra di m ed m', così i due occhi veggono C a destra di B, e inversamente i due occhi veggono A a sinistra di B perchè le sue immagini n e n' giaciono a destra di m e m'.

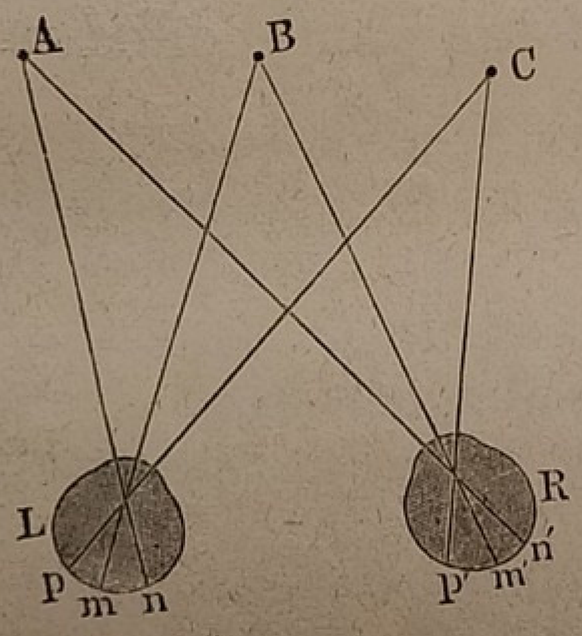


Fig. 142.

La superfice che contiene tutti i punti che in un dato istante ci appaiono semplici, malgrado le due immagini che di essi si formano nei due occhi, si dice *oroptera*.

42. Quando si vede un oggetto semplice coi due occhi, quando cioè le sue immagini cadono su punti corrispondenti delle due rètine, lo si vede più chiaro che con un occhio solo, il che si può facilmente verificare.

43. Nell'osservazione di oggetti vicini la visione coi due

occhi somministra un mezzo essenziale per giudicare esattamente le distanze. Il che si può facilmente verificare provando ad accendere un lume, osservandolo con un occhio solo o con due. Nel primo caso non portiamo il fiammifero acceso esattamente sullo stoppino, come nel secondo. Così pure riesce difficile infilare un ago con un occhio solo.

Ciò avviene perchè l'angolo visuale per oggetti vicini varia assai sensibilmente colla distanza, cosicchè dalle variazioni di esso noi possiamo giudicare delle distanze.

44. *Percezione del rilievo dei corpi.* — Le due immagini di un corpo solido nei due occhi sono fra loro alquanto diverse. Quella dell'occhio destro si estende alquanto di più verso la destra del corpo che non l'immagine sinistra, la quale invece si estende di più dalla parte sinistra di quello. Per es., se si osserva un cubo coll'occhio destro, si vede più estesa la faccia che è a destra ed inversamente coll'occhio sinistro. Se poi si tiene un libro sottile verticalmente e di taglio fra i due occhi, coll'uno vediamo il frontispizio e coll'altro la pagina finale.

Ora dalla percezione contemporanea delle due immagini nasce quella del rilievo. Ciò si può verificare semplicemente tenendo la concavità di un pennino bene illuminato avanti ai due occhi; osservandolo con un occhio solo ci appare piatto, mentre coi due occhi lo vediamo concavo. Invece nella osservazione di una superficie piana o di un disegno non si ha differenza di immagini nei due occhi.

Quindi risulta che la percezione del rilievo dei corpi nasce dalla percezione contemporanea delle due immagini alquanto diverse che un corpo solido somministra ai due occhi. Infatti si può produrre artificialmente la percezione del rilievo mediante due disegni che presentino ai due occhi la rispettiva immagine alquanto diversa. Per es. se si pone un cartoncino tra le fig. 143 e 144, in modo che la prima sia veduta solo coll'occhio sinistro, e la seconda solo dal destro, facendo convergere le rette visuali dei due occhi come se si volesse guardare a traverso il foglio, con un poco di abitudine si riesce a vedere un cubo trasparente.

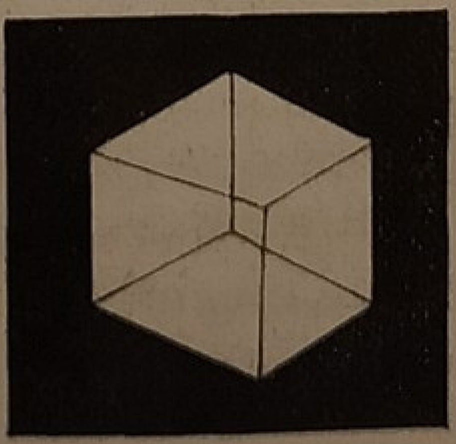


Fig. 143.

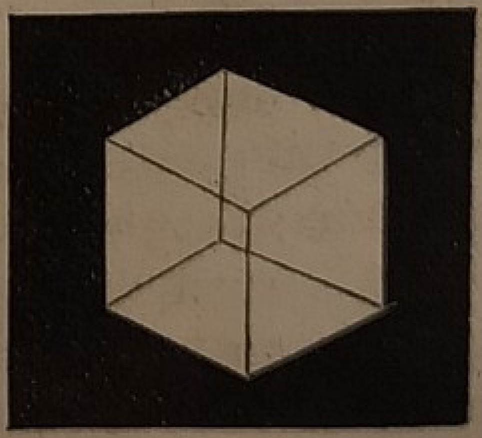


Fig. 144.

45. *Stereoscopio.* — Si ottiene nel modo migliore questo risultato, di presentare all'occhio la percezione del rilievo mediante disegni, collo *stereoscopio* (*στέρεος*, solido) di Brewster (1843), che consiste

in una cassetta annerita internamente, aperta da una parte per lasciarvi entrare la luce che deve illuminare i disegni stereoscopici che si pongono all'estremità più ampia della medesima, mentre all'altra estremità più stretta si osservano quelli attraverso a due prismi L, R (fig. 145), a superfice convessa che fanno l'ufficio di lenti convergenti, di circa 15 cm. di distanza focale, la cui parte più grossa è rivolta verso i due fianchi e la parte più sottile verso l'asse dell'apparecchio. Codeste mezze lenti danno due immagini virtuali alquanto ingrandite, sovrapposte nella parte comune e distinte nelle parti che differiscono pei due occhi, cosicchè si ha l'impressione del rilievo come se si osservasse l'oggetto che esse rappresentano. Per limitare la visione di ciascun occhio alla rispettiva immagine, la cassa è divisa longitudinalmente per metà da una parete.

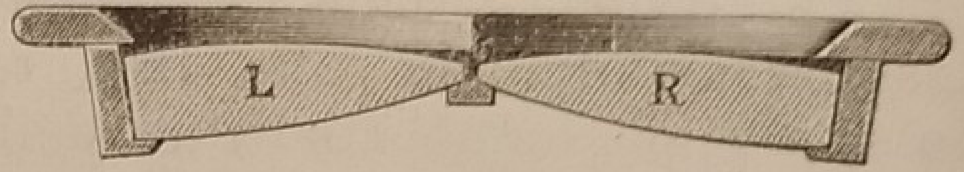


Fig. 145

Infine per illuminare le immagini non trasparenti, la parete mobile laterale superiore è tappezzata da una superfice splendente, che in opportuna posizione riflette la luce verso il disegno.

§ 64. Fenomeni ottici fisiologici o soggettivi. — 1. Così si dicono quelli che non dipendono dalle proprietà fisiche della luce, ma dalle proprietà fisiologiche speciali dei nervi ottici. Tali sono la *persistenza delle immagini sulla rètina*, le *immagini successive*, il *contrasto dei colori*, il *daltonismo*.

2. *La persistenza delle immagini sulla rètina* consiste in ciò che la durata dell'impressione luminosa nel nostro occhio è maggiore della durata della luce, e perciò le immagini non scompaiono immediatamente coll'allontanamento dei punti luminosi, ma durano circa $^1/_7$ di secondo.

Infatti, se si fa rotare un disco opaco, munito di un foro verso il suo contorno, dinnanzi ad un carbone incandescente in riposo, questo si vede continuamente quando il disco fa un giro in meno di $^1/_7$ di secondo. Ciò dimostra che la persistenza della immagine del carbone dura $^1/_7$ di secondo. Però essa varia colla qualità e intensità della luce.

3. Perciò un carbone incandescente fatto rapidamentegirare appare come un nastro luminoso, perchè noi lo veggiamo in un punto della curva che percorre mentre esiste ancora sulla rètina l'immagine che esso ha destato quando si trovava nel punto diametralmente opposto.

Per la stessa ragione il lampo ci appare come una linea

luminosa, mentre è prodotto da una scintilla che si propaga rapidissimamente.

Mettendo su di una trottola rapidamente girante, e forata nella direzione dell'asse, un filo metallico opportunamente ripiegato, pare di vedere un vaso di vetro.

Per la stessa cagione la superfice di un disco diviso in settori alternativamente bianchi e neri (fig. 146) in celere rotazione appare grigia.

Sul quale fatto è fondato il metodo di ricomposizione della luce bianca, mediante il disco a settori colorati di Newton (§ 56, n° 5).

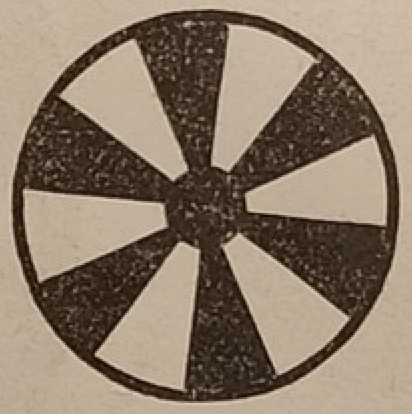


Fig. 146.

4. Il *taumatropo* (θαῦμα, miracolo) consiste in un disco di legno o di cartone sulle cui due facce sono disegnate due parti di un medesimo soggetto, per es., un uccello e la sua gabbia, oppure una persona e un paracqua. Facendolo rapidamente girare in modo da presentarne alternativamente all'occhio le due facce, si veggono le due parti riunite.

5. Ogni oggetto che si muove rapidamente appare come una linea o superfice nella quale le singole impressioni si confondono. Ma ogni singola impressione riappare, quando l'oggetto viene illuminato per un tempo brevissimo.

Quindi se un oggetto che si muove viene illuminato fugacissimamente esso appare in riposo. Così un uccello volante, una ruota girante, il disco di Newton, illuminati da una scintilla di una bottiglia di Leyda, appaiono in riposo, perchè nel tempo della durata della scintilla lo spostamento dell'oggetto è insensibile, e siccome l'impressione dura circa $^1/_7$ di secondo, perciò noi lo vediamo per tale tempo immobile nello spazio.

6. Inversamente, se a traverso i fori di un disco rotante si osservano interrottamente i disegni delle diverse posizioni di un corpo in moto, pare di vedere questo a muoversi.

Su tale fatto è fondato il *fenachisticopio* (φενακίζω, illudo) di Plateau (fig. 147), costituito da due dischi girevoli sullo stesso asse: uno più grande con fori equidistanti alla periferia, e uno minore nel quale sono disegnate diverse fasi di un medesimo movimento. Se attraverso i fori del disco maggiore si guarda il disco minore, quelle figure paiono in moto.

Per es., se il disco anteriore ha 12 fori (come in quello della figura) e se, sul posteriore, sono disegnate altrettante posizioni di un pendolo oscillante, pare di vedere questo in oscillazione. Perchè, per es., quando passa avanti all'occhio

il foro 1, si vede pel medesimo il pendolo nella sua posizione estrema sottostante. Ora l'impressione ricevuta in tale istante

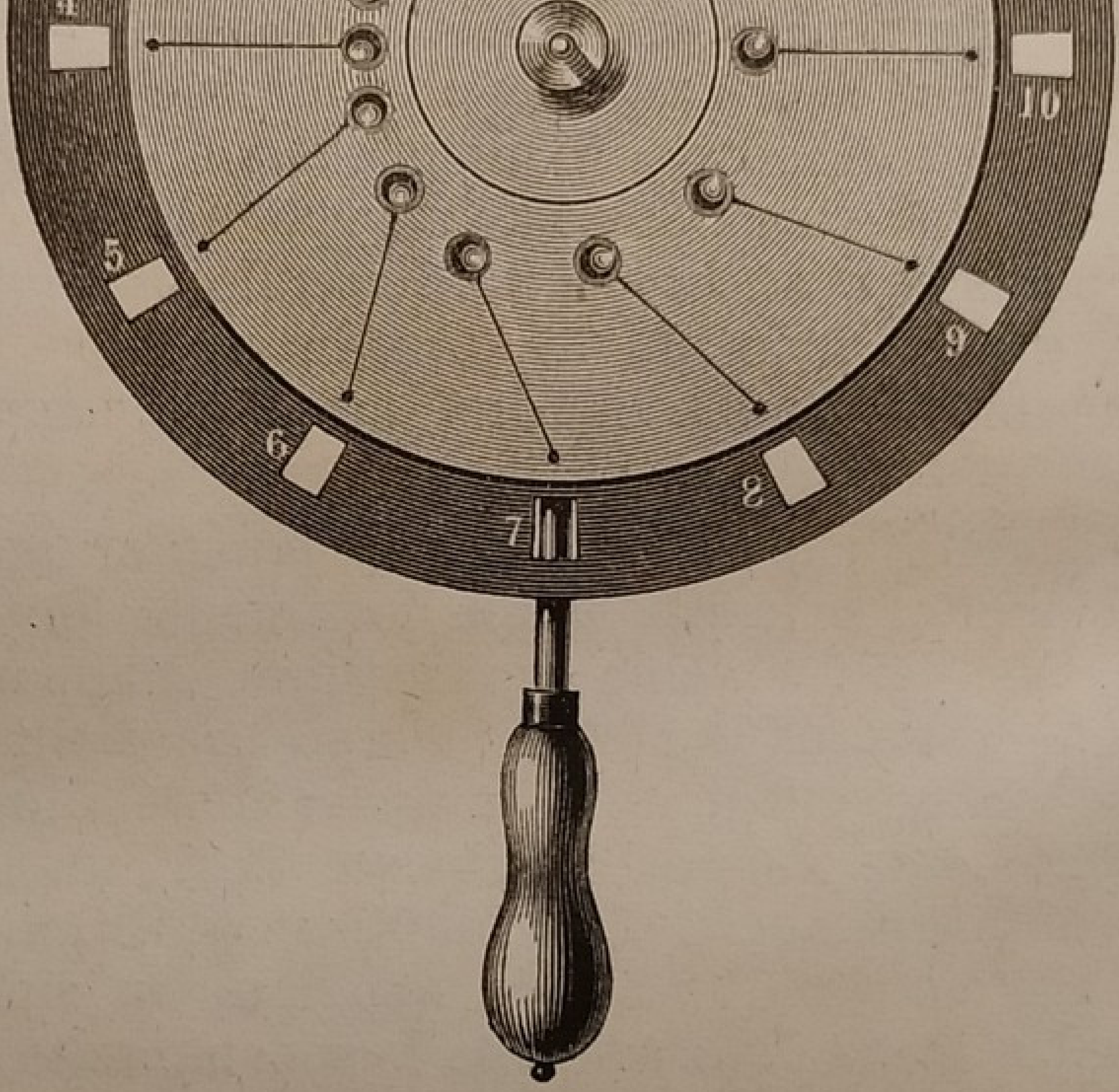


Fig. 147.

permane finchè passa avanti l'occhio il foro 2 che lascia vedere il pendolo in una prima posizione discendente, e così di seguito.

7. La fig. 148 rappresenta un'altra forma di fenachisticopio detto *americano*. Esso rappresenta una palla rimbalzante.

Collocando nell'interno del medesimo i disegni detti di Quinke si rendono percettibili le vibrazioni acustiche e ottiche.

8. Così pure, se si portano le singole impressioni che si succedono rapidamente nello stesso luogo della rètina in luoghi diversi della medesima esse appaiono distinte. Sul quale fatto è fondata l'analisi ottica dei fenomeni mediante gli specchi giranti § 19, n° 6).

9. Come gli oggetti debbono avere determinata grandezza per essere all'occhio percettibili (§ 63, n° 33) così deve pure l'im-

pressione luminosa durare per un tempo sufficente per produrre azione sulla rètina. Perciò, se l'oggetto si muove troppo rapidamente più non lo percepiamo. Così noi non veggiamo una palla da cannone che si muove con grande celerità. Parimente non veggiamo i raggi delle ruote che girano rapidamente.

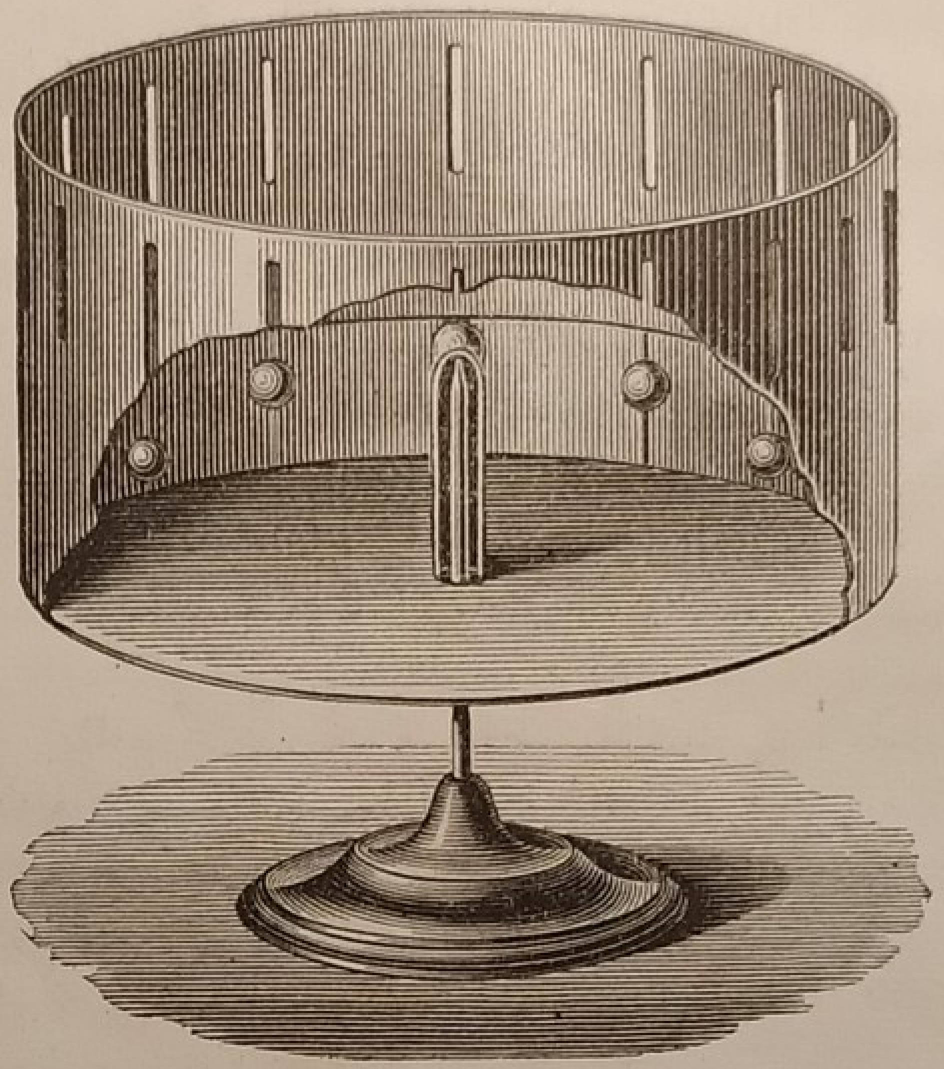


Fig. 148.

10. *Le immagini successive od accidentali.* — Se si chiudono per alcuni minuti gli occhi e si coprono ancora colla mano, per fare sparire ogni traccia di precedente impressione luminosa, quindi si osserva per circa $^1/_3$ di secondo un oggetto chiaramente illuminato, ed infine si richiudono gli occhi e si ricoprono colla mano, si vede ancora per breve tempo l'immagine dell'oggetto, che si indebolisce e dilegua poco a poco.

Per es., se si guarda il cielo a traverso i vetri di una finestra e poi si rivolgono gli occhi altrove chiudendoli, si vedono ancora gli spazii chiari intersecati da quelli oscuri, corrispondenti all'intelaiatura della finestra.

Tale immagine successiva si dice *positiva*, perchè il suo aspetto, per la chiarezza e il colore delle diverse parti coincide con quello dell'oggetto.

Il fenomeno si attribuisce alla persistenza delle impressioni sulla rètina.

11. Invece, se si osserva l'oggetto per circa 10 secondi e poi si rivolge l'occhio ad una superfice bianca, risulta un'immagine successiva invertita, cioè si veggono oscure le parti chiare dell'oggetto, ed inversamente le parti oscure di questo appaiono chiare. Per es., nel caso in cui si è osservata la finestra, appare un'immagine successiva di questa, in cui i luoghi corrispondenti ai vetri sono oscuri e quelli corrispondenti al telaio sono chiari. Tale immagine successiva si dice perciò *negativa*.

Codesta inversione si spiega osservando che le parti della rètina colpite da luce più chiara sono più affaticate di quelle colpite da luce meno viva, e perciò meno sensibili di queste all'azione della luce della parete bianca.

12. Quando poi si fissa per qualche tempo una superfice

colorata su fondo bianco, e poi si rivolgono gli occhi lateralmente alla superfice bianca, si vede un'immagine successiva di colore complementare. Se la superfice era azzurra, l'immagine successiva è gialla; se era rossa, questa è verde, ecc.

Così pure se si osserva per qualche tempo a traverso un vetro rosso, e poi si guardano senza di esso gli oggetti, questi ci appaiono verdi.

Tale fenomeno si attribuisce a ciò che la retina stancandosi diviene sempre meno sensibile al colore di un oggetto, mentre conserva la sua sensibilità pei raggi della luce bianca che non facevano parte del colore che ha generato la prima impressione.

13. Che i nervi eccitati si stanchino e però si ottundano alle impressioni, risulta già dall'osservare che quando dalla luce viva del giorno si entra in una camera debolmente illuminata, dapprima non vediamo nulla, ma poi, quando i nervi ottici si sono riavuti, cominciamo a discernere i vari oggetti, e finalmente li distinguiamo benissimo. Sebbene a produrre tale fenomeno concorra il dilatarsi involontario della pupilla per lasciare entrare nell'occhio maggiore quantità di luce, vi concorre anche il fatto che i nervi dopo essersi alquanto riposati divengono più sensibili alla debole luce del nuovo ambiente.

14. Del resto, che la rètina si attutisca per l'osservazione prolungata di un oggetto vivamente colorato risulta anche da ciò che questo pare perdere della sua colorazione.

Infatti, se si fissa lungo tempo un quadrato rosso sopra fondo bianco, poco a poco il rosso appare meno vivo. Volgendo poscia lo sguardo sul fondo chiaro, si vede un quadrato di colore complementare, cioè verde, perchè i nervi che percepiscono il rosso (§ 57, n° 6) sono stanchi, e per la percezione degli altri colori effettuata dalle altre due specie di nervi si ha la sensazione del verde. Infine, se si rivolgono gli occhi solo poco di fianco, in modo che la nuova immagine si sovrapponga in parte alla primitiva, si veggono due quadrati R, V (fig. 149) d'un rosso sbiadito ove si coprono, d'un rosso vivo R in corrispondenza dei punti della rètina colpiti di fresco, e d'un verde chiaro V ove i nervi del rosso sono già stanchi e ricevono la luce bianca del fondo.

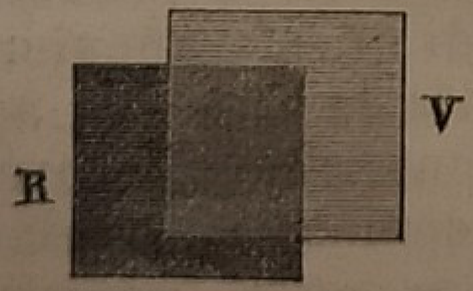


Fig. 149.

15. Infine, si deve notare che tali esperimenti si debbono fare con moderazione e interrottamente, perchè offendono la vista. Plateau è divenuto cieco per abuso di tale studio, e Fechner si trovò pure nello stesso pericolo.

16. *Il contrasto dei colori consiste in una vicendevole azione che esercitano l'uno sull'altro i colori vicini come pure le luci di diversa chiarezza.*

Se su di un foglio di carta rossa si pone un pezzo di carta bianca, grigia, o anche nera, dopo poco tempo, questa appare verde azzurra; se invece la si pone su una carta azzurra, pare gialla, cioè appare sempre di colore complementare a quello del fondo.

Il fenomeno avviene anche ponendo semplicemente colori diversi vicini, e non su un fondo esteso. Così una striscia gialla in vicinanza di una rossa appare verde, mentre questa appare porpora.

Ancora più chiaro si manifesta tale fenomeno incollando una striscia di carta bianca della larghezza di 1 mm. su di una lastra di vetro colorato, e poi guardando attraverso alla medesima una superficie bianca; la striscia appare allora di colore complementare a quello del vetro, cioè rossa su un vetro verde, azzurra su un vetro giallo, ecc.

17. Un fenomeno dello stesso ordine è quello delle *ombre colorate*. Per osservarlo si lasciano arrivare su uno schermaglio due luci di diversa tinta, per es. la luce bianca del giorno e quella aranciata di una fiamma di candela, e si pone dinanzi allo schermo, un corpo che dia un'ombra per es. un lapis. Si veggono allora due ombre di diverso colore; l'una che riceve solo la luce della candela è aranciata, invece l'altra che riceve solo la luce bianca diurna appare azzurra.

Il che si spiega per ciò che il colore aranciato dello schermaglio genera nell'occhio un'immagine successiva azzurra per la quale la luce bianca appare azzurra.

Invece della luce della fiamma si può anche usare la luce del giorno fatta passare a traverso vetri colorati.

Così pure, le ombre dei corpi illuminati della luce quasi aranciata del sole nascente o tramontante sembrano azzurrognole. Ed i luoghi della volta celeste che si trovano fra altri illuminati vivamente dal rosso serale, sembrano verdi.

18. *Il contrasto delle luci di diversa chiarezza* si manifesta, per es., nel seguente caso. Se si pone un corpo opaco sottile, come un lapis, fra una fiamma e una superfice bianca, si vede uu'ombra oscura su fondo chiaro; se indi si pone una seconda fiamma eguale accanto alla prima, si veggono due ombre su fondo chiaro; ora ciascuna ombra riceve la stessa quantità di luce che riceveva prima l'intera superfice, eppure essa appare oscura, mentre prima colla stessa quantità di luce lo spazio dalla medesima occupato appariva chiaro.

In generale, una superfice di mediocre chiarezza appare più chiara in vicinanza di un'altra oscura e invece sembra meno chiara in vicinanza di un'altra più chiara.

19. I fenomeni del contrasto sono, come i colori complementari delle immagini successive, effetto della stanchezza delle varie specie di nervi che percepiscono i colori. Quando si osserva un cerchio bianco su fondo rosso, la retina si stanca pel rosso, e perciò può solo più percepire gli altri due colori che assieme con quello costituiscono il bianco, e i quali danno luogo al colore complementare verde azzurro.

Anche la superfice grigia e nera può presentare il colore complementare, perchè diffonde un poco di luce bianca.

20. Dal fenomeno del contrasto consegue che i colori complementari vicini si rinforzano a vicenda, perchè ciascuno tende a far nascere l'impressione dell'altro.

Invece, due colori vicini presso a poco identici tendono a far nascere l'uno sull'altro il colore complementare e quindi a spegnersi. Un verde vivo tenderà a far nascere il colore rosso su di un verde pallido vicino, che perciò sembrerà ancora più sbiadito. Vi sono dunque *colori amici*, perchè si ravvivano a vicenda, e sono quelli complementari; mentre i colori identici o poco differenti sono *nemici*, perchè tendono a spegnersi a vicenda.

Perciò, osservando attentamente una superfice colorata, l'impressione si va successivamente smorzando, perchè ciascun punto luminoso tende a spegnere il colore dei punti vicini.

Codeste leggi sono importanti nelle arti decorative, come pure negli abbigliamenti delle persone.

21. Tra i fenomeni ottici soggettivi si deve anche annoverare la malattia detta *daltonismo* (perchè Dalton ne era affetto) per la quale l'occhio non è capace di distinguere qualche colore, il che si attribuisce ad una cecità parziale di una specie di nervi.

La forma più comune di questa cecità rispetto ai colori è quella di persone che non distinguono il verde e il rosso l'uno dall'altro. Esse riconoscono una veste rossa distesa sopra un prato verde, o una ciliegia rossa, in mezzo alle foglie verdi, solo per la sua forma e non pel suo colore. Esse confondono non solo il rosso, il bruno, il verde, ma anche il rosa, il porporino e l'azzurro. Così pure non distinguono l'estremità rossa dello spettro, la quale loro sembra oscura.

22. Infine, è pure un fenomeno ottico soggettivo, il fatto già esposto (§ 57, n° 5), che il nostro occhio non è capace di distinguere i colori composti da certi colori semplici.

§ 65. La camera oscura e la camera lucida. — 1. *La camera oscura portatile* di G. B. Porta (1658) consiste in una cassetta di legno (fig. 150) alla cui parte laterale anteriore, che si ri-

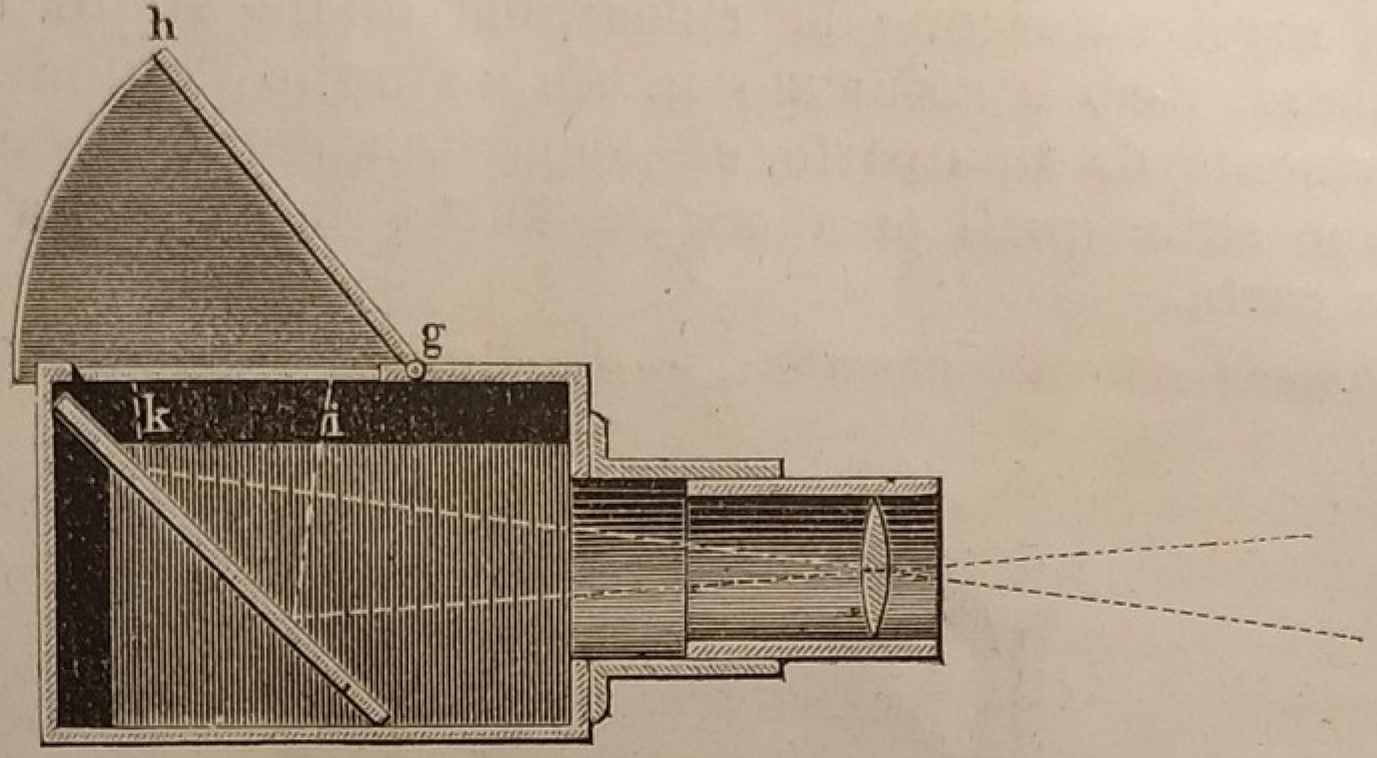


Fig. 150.

volge all'oggetto, è fissato un tubo in cui sta una lente convergente, la quale darebbe sulla parete opposta un'immagine reale, rovesciata e impicciolita degli oggetti esterni collocati a distanza maggiore del doppio della sua distanza focale principale (§ 52, n° 2). Per ottenere questa immagine orizzontale, in modo da poterla disegnare, si fanno riflettere i raggi (come indica la figura) verso l'alto, da uno specchio piano inclinato di 45° sull'asse della lente, cosicchè l'immagine si forma in *ik* su una lastra di vetro smerigliato. Il coperchio *gh* serve a trattenere la luce esterna, affinchè l'immagine sia più visibile.

Fig. 151.

2. La fig. 151 rappresenta un'altra *camera oscura verticale*, nella quale la lente e lo specchio sono collocati in alto, e sulla tavoletta orizzontale sottostante si colloca un foglio di carta su cui viene proiettata l'immagine, la quale si può così comodamente disegnare da una persona circondata da una tenda per escludere la luce laterale.

3. *Camera oscura a prisma.* — Chevalier ha reso tale appa-

recchio più semplice e portatile, sostituendo allo specchio e alla lente un prisma triangolare, che agisce ad un tempo come lente convergente, perchè ha le facce curve, e come specchio, perchè i raggi subiscono la riflessione totale su di una sua faccia piana. Esso è collocato in un astuccio d'ottone aperto superiormente da una parte, ed opportunamente sostenuto da tre gambe sulle quali si appoggia anche la tavoletta che sostiene la carta.

4. *Camera oscura fotografica.* — La fig. 152 rappresenta la ca-

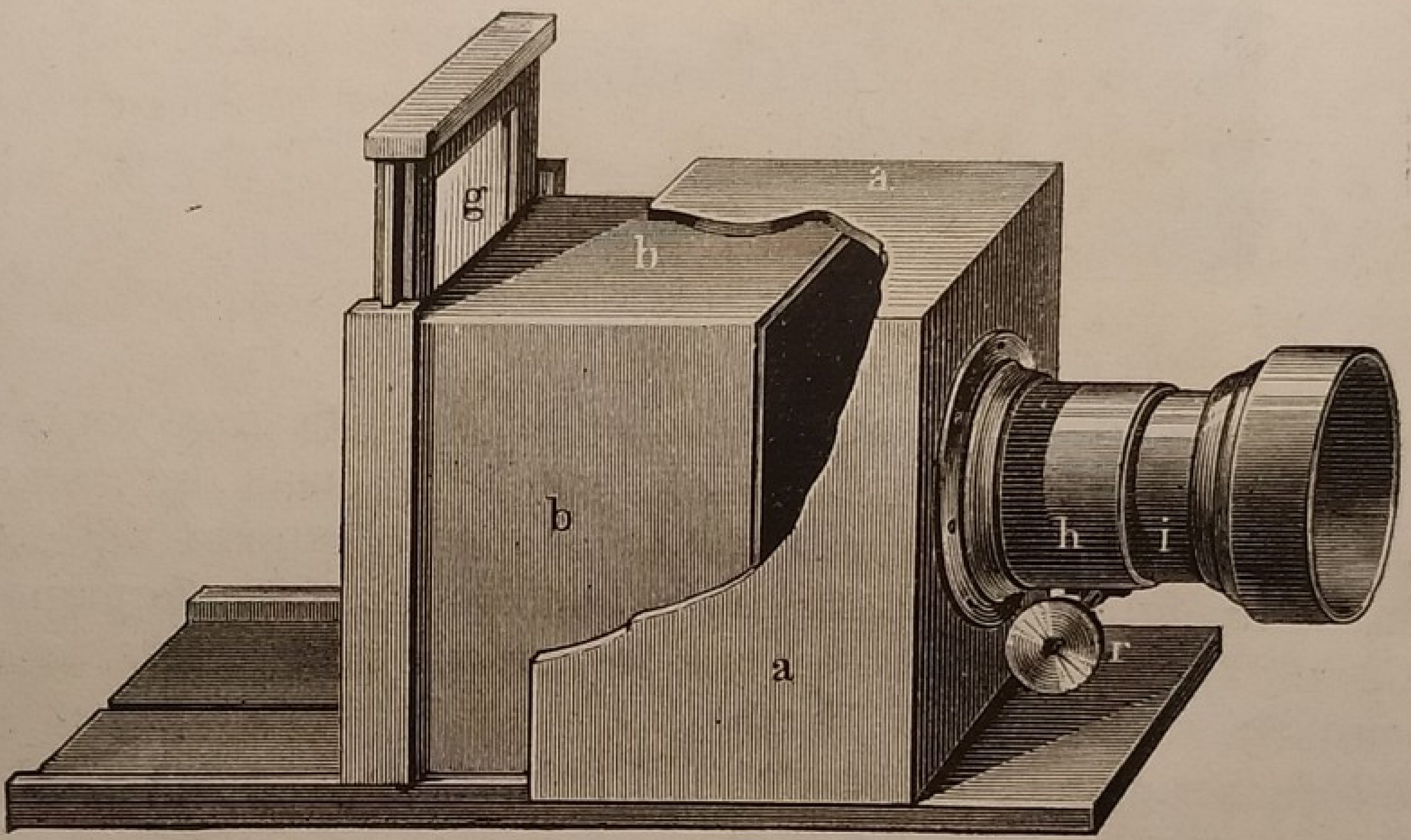


Fig. 152.

mera oscura adoperata nella fotografia. Sulla parete anteriore della cassetta *a* è fissato un tubo di ottone *h* nel quale è scorrevole un secondo tubo *i* mediante un rocchetto e un bottone *r*. Il tubo mobile *i* contiene un sistema di lenti convergenti acromatiche, che danno un'immagine reale rovesciata degli oggetti esterni su di una lastra di vetro smerigliato controstante *g*. Questa è fissata in un telaio scorrevole e costituisce la parete mobile posteriore di una cassetta *b* scorrevole nell'esterna *a*.

Movendo opportunamente il tubo *i* che contiene le lenti mediante il bottone *r*, si porta l'immagine ad avere massima chiarezza sul diaframma *g*.

Si usa un sistema di lenti convergenti anzichè una sola, perchè per ottenere la necessaria quantità di luce nell'immagine, il diametro di quella dovrebbe essere considerevole, e siccome la sua distanza focale deve essere piccola, così per l'aberrazione sferica, l'immagine verrebbe confusa; invece, mediante un sistema di due o tre lenti convergenti (come si è spiegato nel § 54, nº 9), si evita l'aberrazione sferica.

L'aberrazione cromatica è evitata dall'acromatismo delle lenti.

5. *Camera lucida di Wollaston.* — Quest'apparecchio serve anche a disegnare le immagini di oggetti.

Esso consiste in un prisma quadrangolare *a b c d* (fig. 153) il quale ha in *b* un angolo retto e in *d* un angolo ottuso di 135°; la superfice *c b* è rivolta all'oggetto che si vuole disegnare. Un raggio luminoso proveniente da questo arrivando perpendicolarmente sulla detta faccia non subisce deviazione entrando nel prisma, ma si riflette due volte totalmente, dapprima sulla faccia *cd* e poi sulla *d a*, e infine esce di nuovo quasi perpendicolarmente alla faccia *a b* in vicinanza dell'angolo *a*. Ora se sopra tale faccia si tiene un'occhio per modo che la sua pupilla si trovi in *pp*, è chiaro che per una metà di essa può entrare la luce che proviene dall'oggetto *x* e che è stata due volte riflessa totalmente dal prisma per modo che l'occhio ne vede l'immagine su un foglio di carta sottostante, mentre per l'altra metà della pupilla l'occhio può vedere la matita colla quale disegna l'immagine.

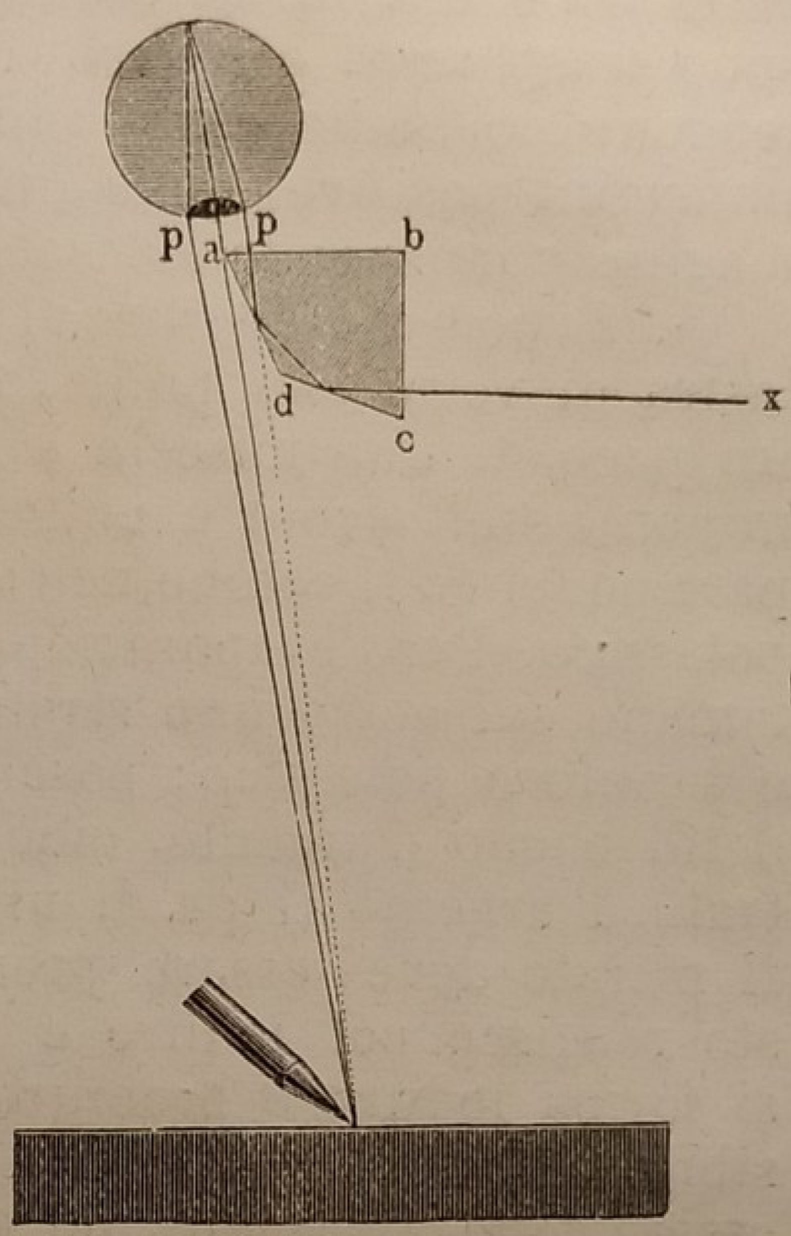


Fig. 153.

6. Per non affaticare l'occhio conviene impiegare vetri colorati, perchè le due immagini dell' oggetto e della matita abbiano presso a poco la stessa chiarezza, e lenti, perchè i raggi di quelle cadano con eguale divergenza nell'occhio, e questo possa accomodarsi ad entrambe.

§ 66. La Dagherotipia e la Fotografia. — 1. *La Dagherotipia.* Da lungo tempo si sapeva che la luce solare è capace di chimici effetti, e si cercava di utilizzare tale potere della luce per fissare le immagini della camera oscura. Raggiunse primo questo risultato il pittore Daguerre in Parigi, nel 1839. Il suo procedimento che consisteva nel sottoporre all'azione della luce, nella camera oscura, una lastra di rame ricoperta di uno strato di ioduro d'argento, che viene da quella scomposto, venne appellato *dagherotipia*.

2. *La Fotografia.* — La dagherotipia venne quasi abbandonata dopo che si trovò modo di fissare immagini non più su lastre

metalliche ma sulla carta. Il nuovo procedimento venne appellato *fotografia.*

3. Il *procedimento generale* consiste nell'ottenere prima, su una lastra di vetro coperta di ioduro e bromuro d'argento, un'immagine *negativa,* nella quale cioè i luoghi chiari dell'oggetto sono opachi ed oscuri, ed inversamente i luoghi oscuri sono trasparenti e chiari. Da tale immagine negativa si ottengono poi sulla carta imbevuta di cloruro d'argento delle immagini positive, nelle quali cioè i chiari ed oscuri dell'immagine corrispondono esattamente a quelli dell'oggetto.

4. *L'immagine negativa* si ottiene versando dapprima su una lastra di vetro ben pulita, tenuta orizzontalmente colla mano, un poco di una miscela di collodio (soluzione di cotone fulminante nell'alcool e nell'etere; il cotone fulminante si prepara ponendo il cotone nell'acido nitrico) e di ioduro e bromuro potassico. Per l'evaporazione dell'alcool, e sovratutto dell'etere, rimane sul vetro uno strato uniforme di collodio con ioduro e bromuro potassico; poscia si immerge la lastra nel cosidetto bagno d'argento, cioè in una soluzione acquosa di nitrato d' argento (1 gr. di nitrato per ogni 10 gr. di acqua; il nitrato deve essere precedentemente fuso e neutro). Questo reagisce col ioduro e bromuro potassico per modo che si forma ioduro e bromuro d'argento, che è la sostanza sensibile all'azione della luce. Naturalmente, tale operazione deve essere fatta all'oscuro, od almeno in una camera illuminata solo da luce rossa o gialla, perchè la luce bianca altererebbe subito lo strato sensibile.

La lastra così preparata si porta nella camera oscura fotografica (fig. 152, pag. 276), al posto della lastra *g* di vetro smerigliato, e si lascia agire sulla medesima per pochi secondi la luce che costituisce l'immagine dell'oggetto collocato dinnanzi alla lente. Nei luoghi in cui la luce è più intensa, il ioduro e bromuro d'argento vengono modificati in modo che diventano più riducibili in argento e bromo-iodo, che non in quelli in cui la luce è debole o nulla, cosicchè togliendo la lastra dalla camera oscura e ponendola in un liquido riducente, costituito ordinariamente da una soluzione di solfato ferroso, nei punti colpiti dalla luce avviene rapidamente una riduzione o separazione dell'argento per cui essi divengono neri, mentre nei punti non colpiti dalla luce, lo strato sensibile rimane inalterato o bianco. Questa azione viene rinforzata versando sulla lastra una soluzione di acido pirogallico con nitrato d'argento. Indi si lava ripetutamente con acqua.

5. Sviluppata l'immagine negativa la si deve *fissare,* cioè portare via dalla medesima la rimanente parte sensibile, la

quale alla luce del giorno verrebbe tosto annerita. Ciò si ottiene versando sulla medesima una soluzione di cianuro potassico, o meglio di iposolfito sodico (50 per 100) che discioglie il rimanente ioduro e bromuro argentico inalterato, mentre lascia l'argento ridotto.

Così le parti chiare dell'oggetto sono oscure ed opache sulla lastra di vetro, perchè coperte da polvere nera ed opaca di argento, mentre le parti oscure dell'oggetto sono trasparenti e chiare sulla lastra, perchè il cloruro e bromuro argentico non scomposto venne portato via dall'iposolfito sodico.

Infine si lava la lastra con acqua e l'immagine è fissata.

6. *Immagine positiva sulla carta.* — Da questa immagine negativa sul vetro si possono ottenere quante immagini positive si vogliono sulla carta. Perciò si prepara questa nella seguente maniera. Si pone un foglio di carta su di una soluzione di cloruro di sodio nell'acqua, e quando esso ne è impregnato lo si asciuga fra carta da filtro; oppure si prende la carta albuminata già imbevuta di cloruro di sodio, che si vende in commercio; quindi in una camera oscura si pone la carta così preparata su una soluzione di nitrato d'argento; così si forma su di essa uno strato di cloruro d'argento, che è la sostanza sensibile all'azione della luce della carta fotografica. La si lascia poscia asciugare perfettamente.

Su questa si ottengono le immagini positive nella seguente maniera. Si pone la faccia sensibile della carta sull'immagine negativa in un telaio, e dietro la carta un pezzo di stoffa nera. Indi si stringe il tutto per evitare gli spostamenti laterali, e infine si espone la carta all'azione della luce diffusa, la quale passando pei luoghi chiari dell'immagine negativa viene a decomporre il cloruro d'argento sulla carta che così diviene nera, mentre nei luoghi oscuri la luce essendo trattenuta, la carta non annerisce. Così si ottiene su questa l'immagine positiva, nella quale cioè i chiari ed oscuri corrispondono a quelli dell'oggetto.

Non rimane che a *fissarla*, cioè a togliere il cloruro d'argento inalterato che si trova ancora sotto le parti nere della negativa, il quale alla luce annerirebbe. Il che si ottiene immergendo la carta per $^1/_4$ d'ora in una soluzione d'iposolfito sodico e poi nell'acqua.

Infine si rinforza l'immagine immergendola per alcune ore in una soluzione di cloruro d'oro (1 gramma di cloruro per ogni litro d'acqua), che le dà una leggera tinta violacea.

§ 67. Apparecchi di proiezione e luce ossidrica. — 1. Questi apparecchi servono a proiettare su uno schermaglio, mediante lenti convergenti, un'immagine reale e ingrandita di oggetti

o di disegni, in modo da renderli visibili contemporaneamente a molte persone.

Tali sono il microscopio solare, la lanterna magica, lo sciopticon, la lanterna fotoelettrica di Duboscq.

2. La fig. 154 mostra il *microscopio solare* in prospettiva,

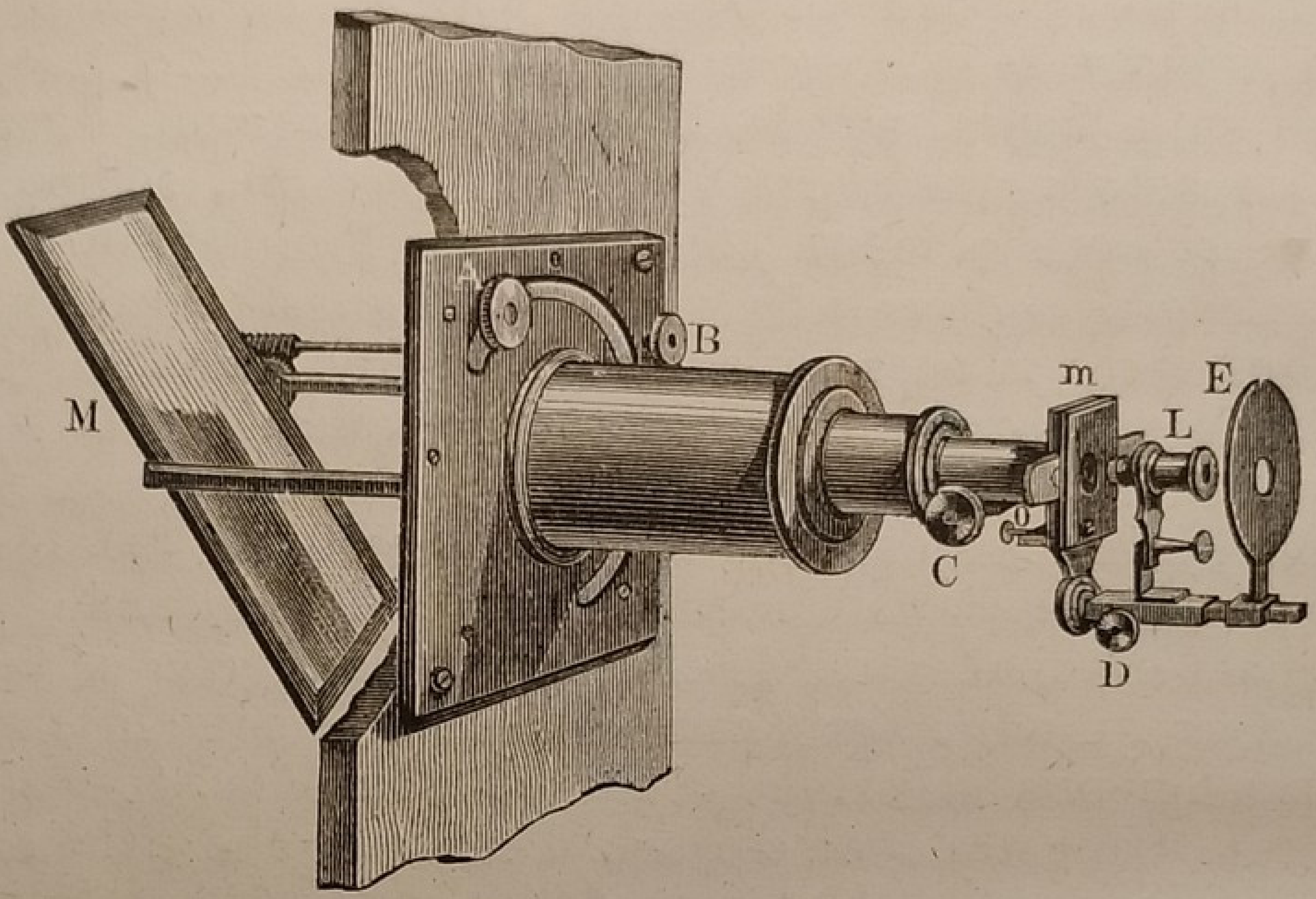


Fig. 154.

applicato all'imposta di una finestra di una camera oscura, collo specchio esterno M che si può muovere dall'interno mediante i bottoni A e B, per modo da mandare un fascio di luce solare nella direzione dell'asse dell'apparecchio.

La fig. 155 ne presenta una sezione: *a* e *b* sono due lenti

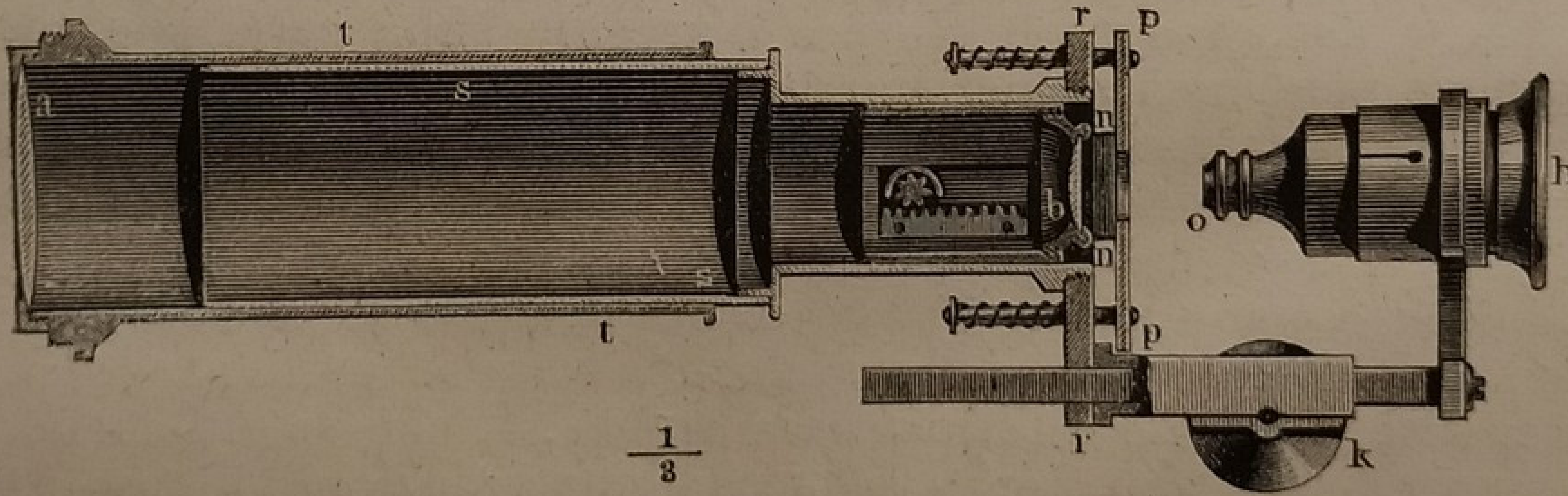


Fig. 155.

che servono a concentrare la luce sull'oggetto che si colloca in *n n* fra due lastrine di vetro, che vengono trattenute fra due lastre metalliche *r r*, *p p*, mediante molte spirali che le stringono (le lenti segnate in nero, servono per le esperienze di polarizzazione cromatica che si fanno col microscopio solare); in *o* si trova un sistema di piccole lenti piano-convesse

convergenti acromatiche, le quali si possono avvicinare all'oggetto mediante il bottone *k* in modo da ottenere l'immagine più netta possibile sullo schermaglio bianco che si colloca alla distanza di 3 a 6 metri.

Dietro quanto si è esposto relativamente alle immagini reali delle lenti convergenti (§ 52, n° 5) l'oggetto deve essere collocato dalla parte della lente opposta a quella del diaframma, tra la semplice e la doppia distanza focale, ma assai vicino al foco di quella.

3. Siccome le grandezze dell'immagine e dell'oggetto stanno fra loro come le loro distanze dalla lente (§ 52, n° 5) e la distanza dell'oggetto è presso a poco eguale alla distanza focale della lente, si vede che con una piccola distanza focale e una grande distanza dell'immagine, si può facilmente ottenere un ingrandimento lineare eguale a 1000 e quindi un ingrandimento superficiale di 1,000,000. Ma col crescere dell'ingrandimento diminuisce l'intensità luminosa dell'immagine, e perciò l'oggetto deve essere molto illuminato, il che si ottiene concentrando la luce solare, sul medesimo mediante le lenti convergenti collocate prima di quello. Siccome poi colla luce si concentra anche il calore, perciò gli oggetti possono venire alterati, per es. gli infusorii vengono presto fritti. Tale inconveniente si può evitare interponendo sul tragitto dei raggi, prima dell'oggetto, un recipiente contenente una soluzione satura di allume nell'acqua, la quale mentre è diafana è atermana, cioè mentre lascia passare i raggi luminosi, assorbe i calorifici.

4. La *lanterna magica* (Kircher, 1680) è simile al microscopio solare, colla differenza che la luce viene somministrata da una lampada ad olio, e gli oggetti consistono in figure trasparenti dipinte su lastre di vetro, le quali si collocano prima del foco principale di una lente convergente che ne proietta un'immagine reale, rovesciata, ingrandita, su un diaframma. Per avere le immagini diritte basta collocare le lastre colle figure rovesciate.

Anche in tale stromento, per diminuire le aberrazioni, invece di una lente sola se ne usano due di minor distanza focale, la prima delle quali è vicina all'oggetto per modo che essa non rende ancora convergenti i raggi, ma li fa solo cadere meno divergenti sulla seconda, che ricevendo così maggiore numero di raggi e meno divergenti dà un'immagine più chiara e precisa.

5. *Sciopticon*. — Questo apparecchio, oggidì assai usato per le proiezioni di disegni e apparecchi, è una lanterna magica perfezionata. I raggi che partono dalla sorgente luminosa

vengono concentrati sull'oggetto mediante una o più lenti convergenti, e l'immagine è prodotta da due lenti acromatiche.

La fig. 156 ne rappresenta una sezione longitudinale. La

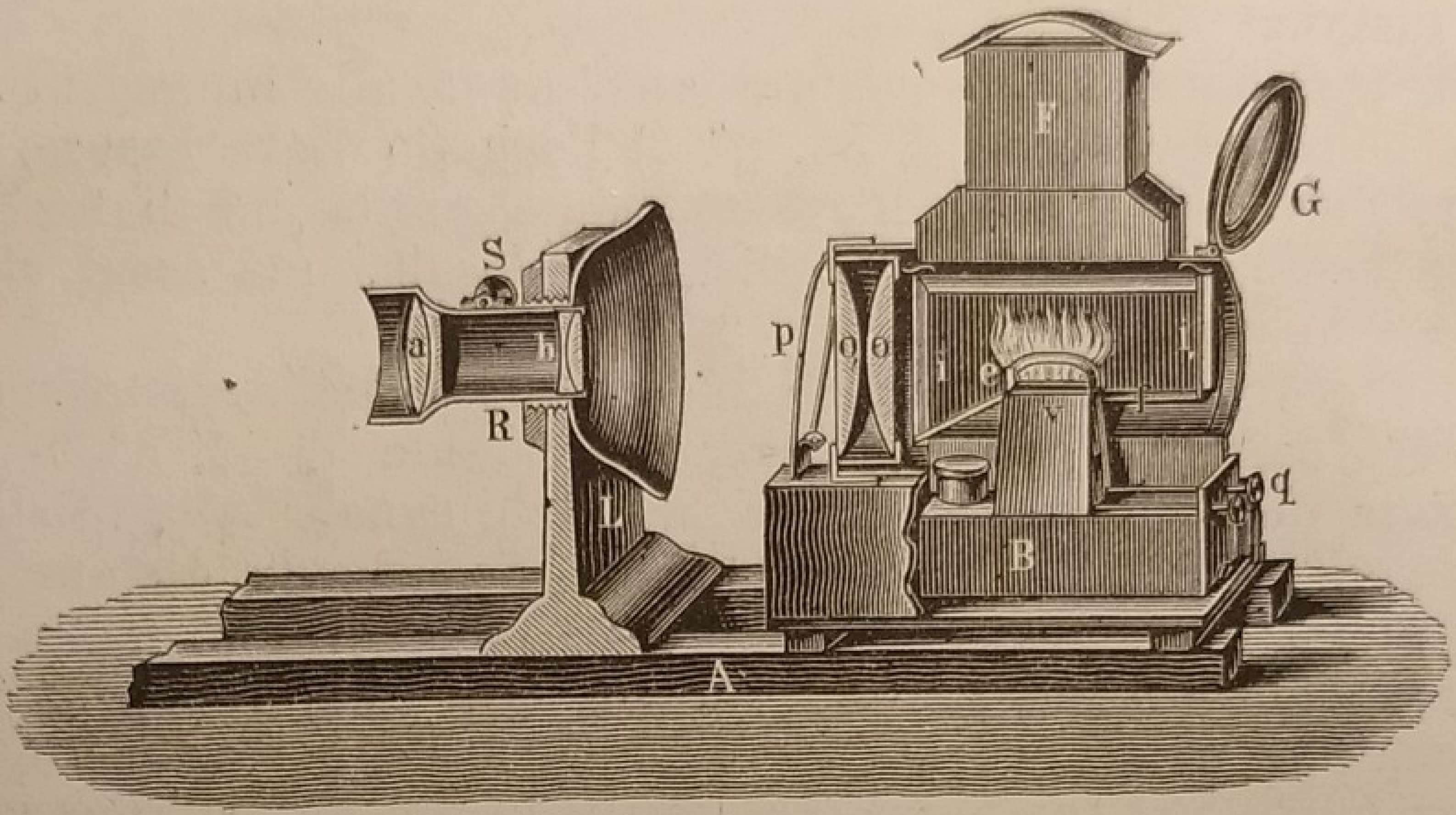


Fig. 156.

sorgente luminosa è la fiamma *e* di una lampada a petrolio, secondo il modello dell'americano Marey, la quale è somministrata da 2 stoppini rettilinei alquanto inclinati l'uno verso l'altro.

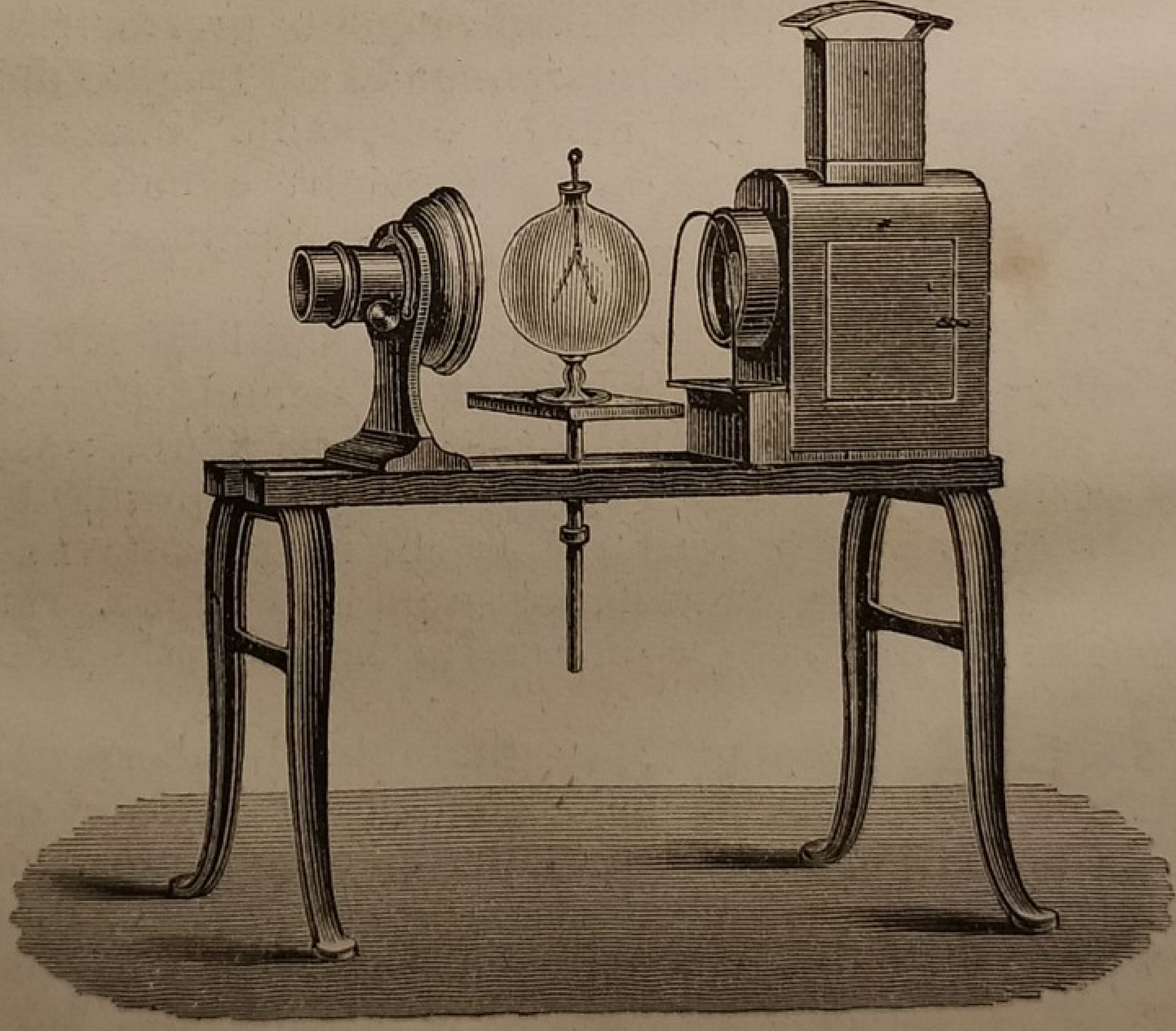


Fig. 157.

La scatola è chiusa lateralmente, e ai due estremi da due lastre di vetro *i i*, per modo che mediante il camino F viene prodotta un' aspirazione d'aria dal basso in alto fra i due stoppini, in guisa da diminuire il fumo, e ottenere una viva luce. Del resto essa può anche venir sostituita dalla luce Drummond, ovvero da luce elettrica. G è uno specchio posteriore concavo che riflette la luce verso l'oggetto, *o* e o_1 due lenti piano-convesse che concentrano la luce sul medesimo, P una molla che trattiene le lastre fotografiche. Il sostegno mobile L porta due lenti acromatiche *a*, *b* che si collocano al foco col rocchetto S.

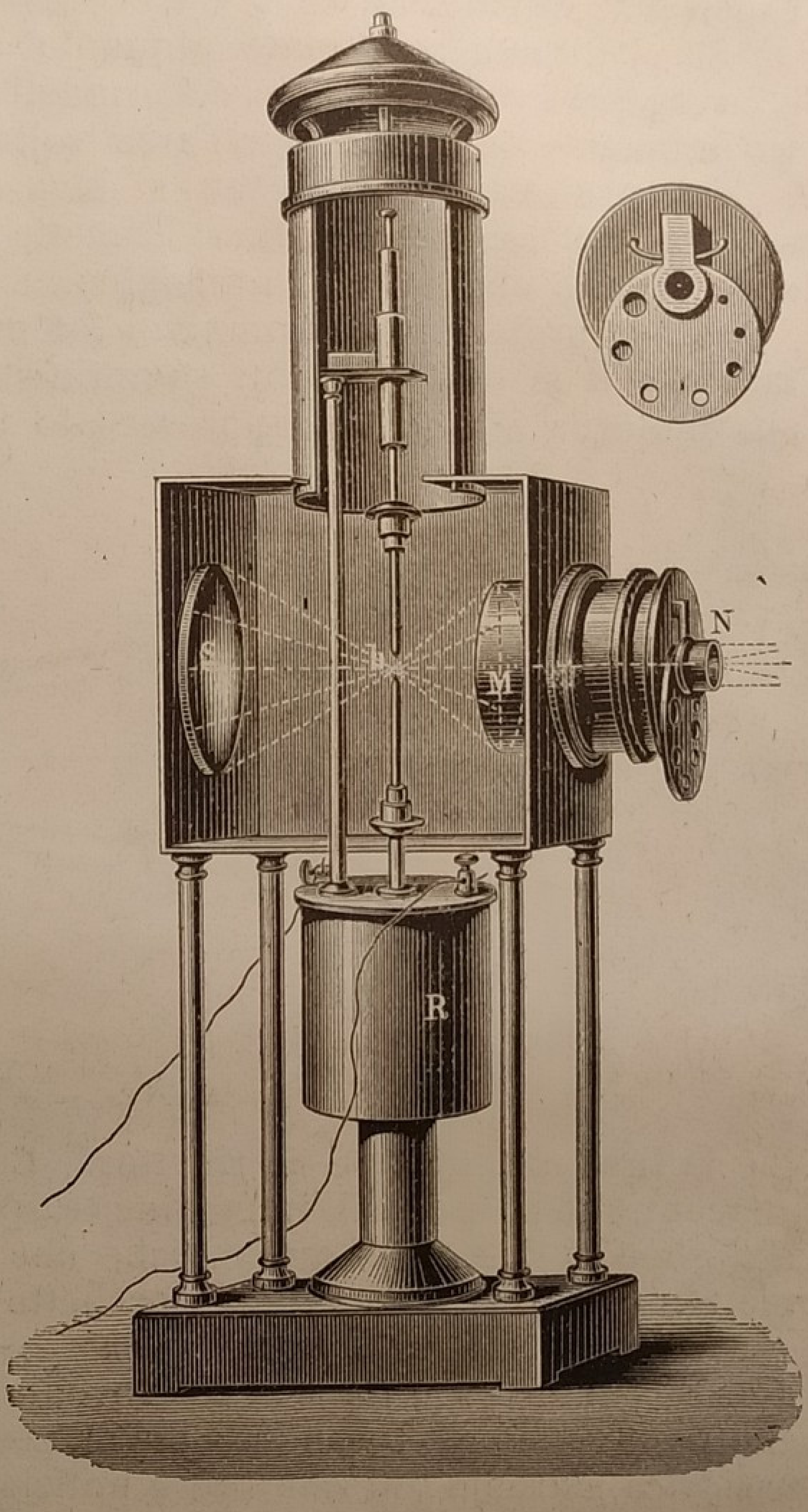


Fig. 158.

Se invece di immagini piane si vogliono proiettare fenomeni od apparecchi, per esempio le foglie d'oro divergenti di un elettroscopio, si dispongono come è indicato nella fig. 157.

6. *Lanterna fotoelettrica di Duboscq.* — È un apparecchio di proiezione più perfetto che si usa specialmente nelle sperienze fisiche. Invece della luce solare, serve in questo la luce elettrica, come rappresenta la fig. 158, oppure anche la luce Drummond. R è il *regolatore* dei carboni, *b* l'*arco voltaico*, *s* lo specchio concavo o *riflettore*, M il tubo che contiene una lente convergente, nel cui foco trovasi la luce *b*, per modo che i raggi ne escono paralleli, e passando per un foro più o meno grande, di un disco rappresentato a destra in alto, si ottiene

un fascio cilindrico più o meno sottile quale, si usa in molte esperienze ottiche.

Se si allontana la lente alquanto da *b*, i raggi ne escono convergenti e danno su uno schermaglio a conveniente distanza un'immagine ingrandita dell'arco voltaico.

Per proiettare altri oggetti si leva il disco forato e si pone sul tragitto dei raggi prima l'oggetto, poi una o due lenti acromatiche che danno l'immagine.

Per le proiezioni di immagini fotografiche riesce assai vantaggioso il sistema di lenti somministrato da Duboscq per la sua lanterna, il quale è rappresentato in sezione dalla fig. 159.

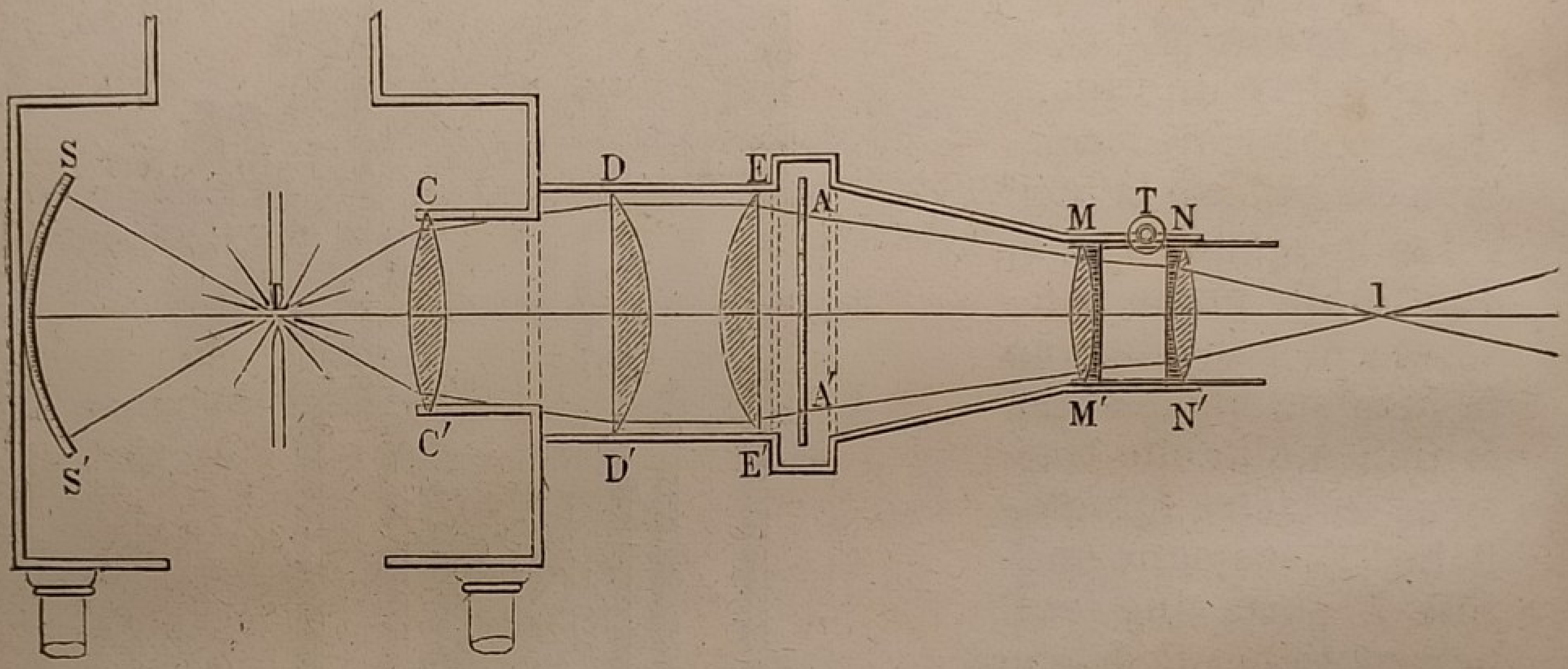


Fig. 159.

L è la luce elettrica, SS il riflettore, CC', DD', EE' le lenti che concentrano la luce sull'immagine trasparente AA', e infine MM', NN' sono le due lenti acromatiche che danno l'immagine e si mettono al foco mediante il rocchetto T.

7. *Apparecchio per la luce Drummond.* — Infine, siccome negli apparecchi di proiezione si usa sovente la luce Drummond, che si ottiene rendendo incandescente un pezzo di calce nella fiamma ossidrica, daremo qui una breve notizia intorno all'apparecchio che si usa a tale scopo. Esso è il cosidetto *becco Daniell*, rappresentato dalla fig. 160 ad $^1/_5$ circa del vero. S è un sostegno metallico, T un rocchetto per sollevare la colonna C, che mediante il tubo D porta il prisma o cilindro di calce K. Invece dei cilindri di calce viva che si sgretolano per l'assorbimento del vapore acqueo prodotto dalla combustione dell'idrogeno, si usano con vantaggio i cilindri di calce con boro e olivina (*) fabbricati da Harnecker in Wriezen. Questi sono cavi e vengono fissati ad un asse, e si possono usare replicatamente.

(*) L'olivina è un silicato di magnesia e ferro $(Mg_2 Fe) Si O_4$.

Mediante la vite E si fissa il becco B per modo che la bocca di efflusso A sia assai vicina e quasi in contatto col cilindro K.

I tubi di gomma elastica adduttori dei due gas, ossigeno e idrogeno puro o carbonato, si applicano in O e H, e se ne regola l'afflusso mediante le chiavette h_1, h_2.

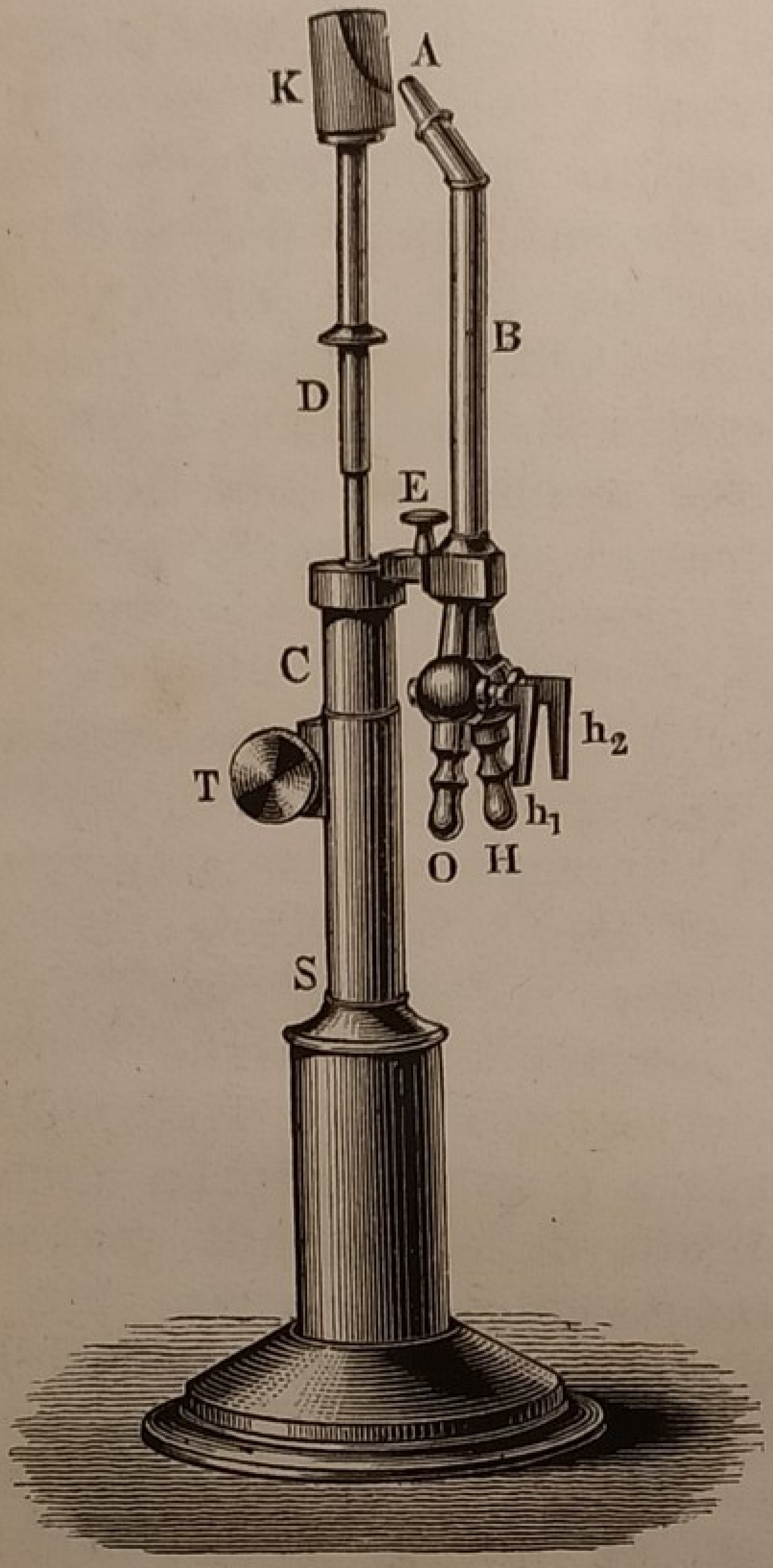


Fig. 160.

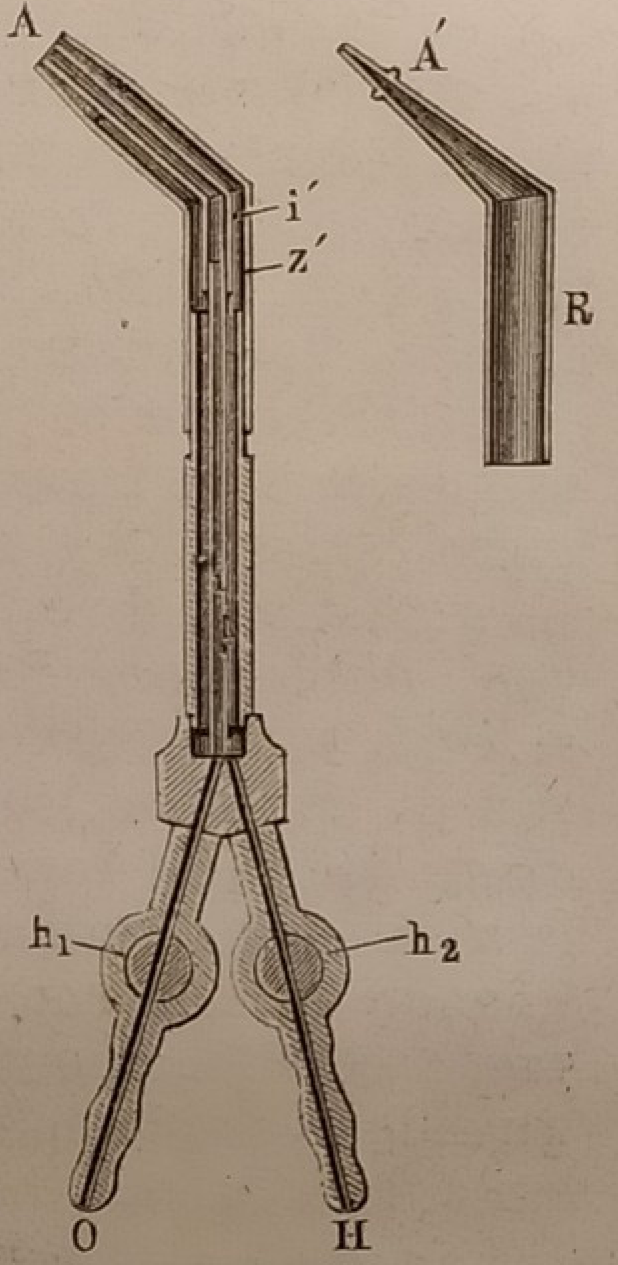


Fig. 161. Fig. 162.

8. La fig. 161 mostra la *struttura interna del becco*. I due tubi adduttori dei due gas, dapprima distinti, si riuniscono in uno solo, il quale però ha un canale interno per cui passa l'ossigeno e uno esterno, attorno al primo, pel quale passa l'idrogeno. A questo tubo se ne applica in *i'*, *z'*, un altro angolare, con due canali che abbracciano quelli del tubo rettilineo sottostante, per modo che i due gas si mescolano solo dopo essere usciti in A.

Codesto becco è affatto sicuro, maneggevole, e richiede solo una piccola pressione dei due gas (3 a 6 cm. di acqua in un manometro ad acqua comunicante col tubo del gas).

Conviene sempre prima accendere il gas idrogeno finchè la calce sia riscaldata, e poscia si apre il tubo dell'ossigeno finchè la luce abbia raggiunto la massima intensità.

Non è necessario un movimento d'orologeria per muovere il cilindro di calce, ma basta spostarlo alquanto ogni 10 minuti.

9. Un difetto di cotesto becco, per diversi esperimenti, si è che la superfice luminosa ha nel centro una macchia oscura. Si ottiene una luce più concentrata e piena e si risparmia ossigeno sostituendo al becco descritto quello rappresentato dalla fig. 162, nel quale manca la continuazione del tubo interno e la bocca di efflusso si restringe fino al diametro di 1 mm. In codesto becco i gas si mescolano prima di uscire, pel che conviene che la loro pressione sia maggiore, ed arrivi fino a 10 cm. di acqua, per impedire le oscillazioni della fiamma. Si deve anche procurare che la pressione sia eguale pei due gas, se no, quello che ha maggiore pressione può entrare nell'altro e determinare un'esplosione.

10. Secondochè lo schermaglio è opaco o trasparente, lo spettatore deve trovarsi dalla parte dell'apparecchio ovvero dalla parte opposta. Nel 1° caso si ha il vantaggio che le immagini in qualunque direzione appaiono di eguale chiarezza, ma sovventi l'ubicazione dell'apparecchio riesce incomoda. Nel 2° caso si èvita tale inconveniente, ma le immagini presentano diversità di chiarezza, secondochè l'osservatore si trova nella direzione dei raggi ovvero lateralmente a questi. Perturba anche la visione dell'immagine la luce diretta della lampada, ma bagnando la tela con acqua, tale inconveniente sparisce più o meno completamente. Tuttavia il primo metodo è preferibile quando è praticabile. Conviene in tal caso dare alla tela una tinta bianca con magnesia calcinata e acqua di colla, perchè possiede un maggior potere di diffondere la luce, che non la carta o la tela sola.

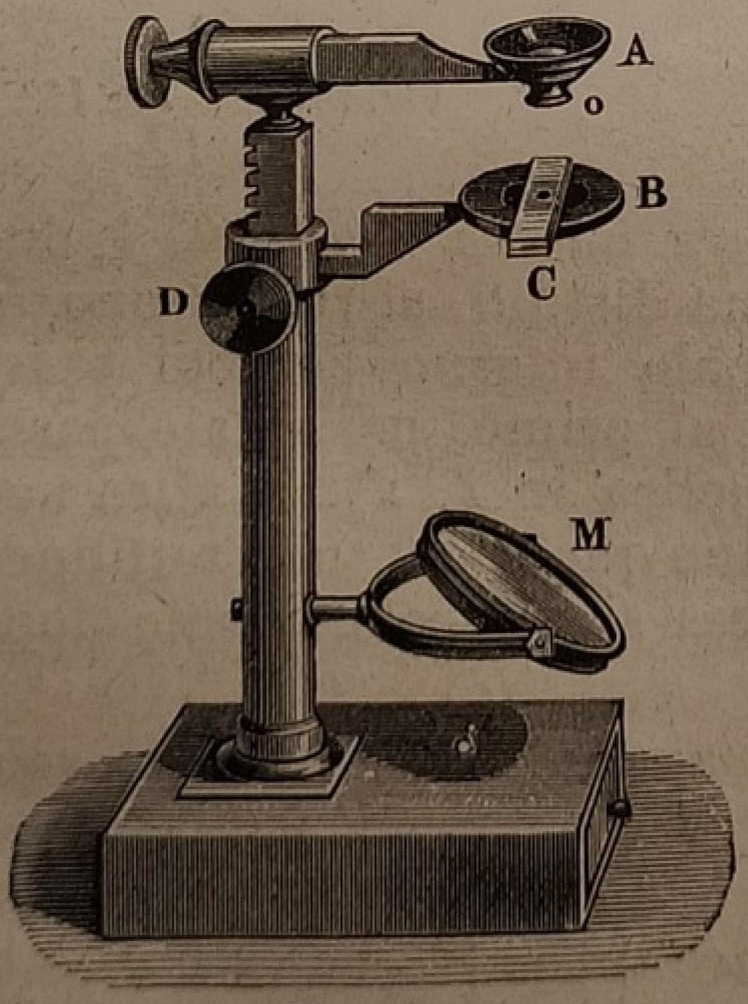


Fig. 163.

§ 68. Microscopi. — 1. Questi strumenti, come indica la parola, servono a rendere visibili i piccolissimi oggetti.

2. *Microscopio semplice.* — Il microscopio semplice non è altro che una lente convergente, colla quale si osserva l'immagine virtuale, diritta, ingrandita di un oggetto collocato fra la medesima e il suo foco principale.

3. La fig. 163 rappresenta la disposizione che si dà al microscopio semplice per renderlo più comodo e adatto alle osservazioni. La lente che può essere sem-

plice o doppia o tripla, secondo l'ingrandimento che si desidera, è avvitata in O, mentre al di sopra in A si applica l'occhio. Sul disco forato B, si posa la lastrina C sulla quale sta l'oggetto da osservare, e che colla vite D si mette a conveniente distanza dalla lente. Infine lo specchietto Mserve ad illuminare l'oggetto dal basso.

4. *L'ingrandimento* cioè *il rapporto fra la grandezza dell'immagine e quella dell'oggetto* sarà tanto maggiore quanto più quello è vicino al foco principale; ma siccome per tale avvicinamento l'immagine si forma più lontana dall'occhio, questo non la vede più distinta. La posizione più conveniente dell'oggetto è pertanto quella in cui la sua immagine si forma alla distanza della visione distinta, di circa 25 cm. per un occhio normale.

Quindi *l'ingrandimento è approssimativamente in ragione diretta della distanza della visione distinta ed in ragione inversa della distanza focale della lente.*

5. *Dimostrazione.* — Abbiamo veduto (§ 52, n.° 12) che l'ingrandimento di una lente convergente, cioè *il rapporto fra la grandezza dell'immagine* a b *e quella dell'oggetto* A B (fig. 114, pag. 219), è eguale al rapporto della distanza d' di quella dalla lente alla distanza d di questo, cioè si ha

$$\frac{a\,b}{A\,B} = \frac{d'}{d} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1).$$

Ora le grandezze d e d' sono collegate alla distanza focale f della lente dalla formola (§ 49, n.° 31)

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}.$$

Ma siccome nel caso dell'immagine virtuale la distanza d' dell'immagine si deve prendere negativa perchè collocata dalla stessa parte dell'oggetto, perciò la formola precedente diviene

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}.$$

Ora da questa si ricava:

$$d = \frac{d'f}{d' + f},$$

e quindi sostituendo nella (1) si ha

$$\frac{ab}{AB} = \frac{d'}{\frac{d'f}{d'+f}} = \frac{d'(d'+f)}{d'f} = \frac{d'+f}{f}.$$

Ma la distanza dell'immagine $a\,b$ dall'occhio dovendo essere eguale alla distanza D della visione distinta, se rappresentiamo con δ la distanza dell'occhio dal centro ottico della lente, si ha $d' = D - \delta$, e quindi sostituendo risulta

$$\frac{a\,b}{AB} = \frac{D - \delta + f}{f} = \frac{D - \delta}{f} + 1.$$

D'onde si vede che l'ingrandimento sarà massimo quando $\delta = o$ cioè quando l'occhio è applicato alla lente, e allora, trascurando la grossezza di quella, è espresso da $\frac{D}{f} + 1$.

Per es. se la distanza focale di una lente è 5 cm. prendendo $D = 25$ cm., e rappresentando con I l'ingrandimento si ha:

$$I = \frac{25}{5} + 1 = 6.$$

In generale, trascurando l'unità di fronte al termine maggiore $\frac{D}{f}$, si ha per espressione dell'ingrandimento.

$$I = \frac{D}{f},$$

la quale dimostra l'enunciato (n° 4).

Perciò, con una data lente, l'ingrandimento sarà maggiore pel presbite che pel miope, e per uno stesso occhio sarà tanto maggiore quanto minore è la distanza focale della lente, e quanto più l'occhio è vicino a questa.

6. Il calcolo dimostra che l'aberrazione sferica e cromatica è maggiore per una lente biconvessa con eguale raggio di curvatura per le due facce, che non per una lente piano-convessa di eguale distanza focale, la cui faccia piana è rivolta all'oggetto. Perciò, per ottenere un considerevole ingrandimento, è più conveniente una combinazione di due lenti piano-convesse colle loro faccie convesse affacciate, che non una lente unica.

7. Con una distanza focale sufficientemente piccola si può, anche con lenti semplici, raggiungere un'ingrandimento di 100 a 200 volte; ma siccome l'arrotamento di lenti così piccole è sempre difficile, si è cercato di usare delle piccole perle di vetro fuso, e perfino delle goccie d'acqua. Però, siccome esse in generale non danno immagini chiare, è preferibile, per ottenere tali ingrandimenti, di ricorrere ai microscopi composti.

8. Si sono pure costrutte lenti di diamante e zaffiro, le quali per eguale distanza focale, richieggono minor curvatura pel

grande indice di rifrazione. Per eguale ingrandimento i raggi di curvatura di una lente di diamante e di vetro, stanno fra loro come 8 : 3, e per eguale raggio l'aberrazione sferica è assai minore per le lenti di diamante. Ma sono troppo preziose.

9. *Il Microscopio composto.* — Gli stromenti ottici composti, siccome il microscopio composto, i cannocchiali, i telescopi, si riducono a due sistemi di lenti: uno che si trova dalla parte dell'oggetto e che perciò dicesi *obbiettivo*, e un altro che è vicino all'occhio, e che dicesi *oculare*.

10. La fig. 164 mostra come si formi l'immagine nel microscopio composto considerato nella sua forma più semplice. L'obbiettivo convergente *ab* dà in SR un' immagine reale, rovesciata e ingrandita, di un oggetto *rs* collocato poco al di là del suo foco principale. Quell' immagine reale si osserva coll'oculare *cd*, che agisce siccome microscopio semplice sulla medesima, perchè essa cade tra l'oculare stesso e il suo foco principale, cosicchè l'occhio collocato al di sopra vede un'immagine S′ R′, virtuale, ingrandita, diritta rispetto alla prima e quindi rovesciata rispetto all'oggetto.

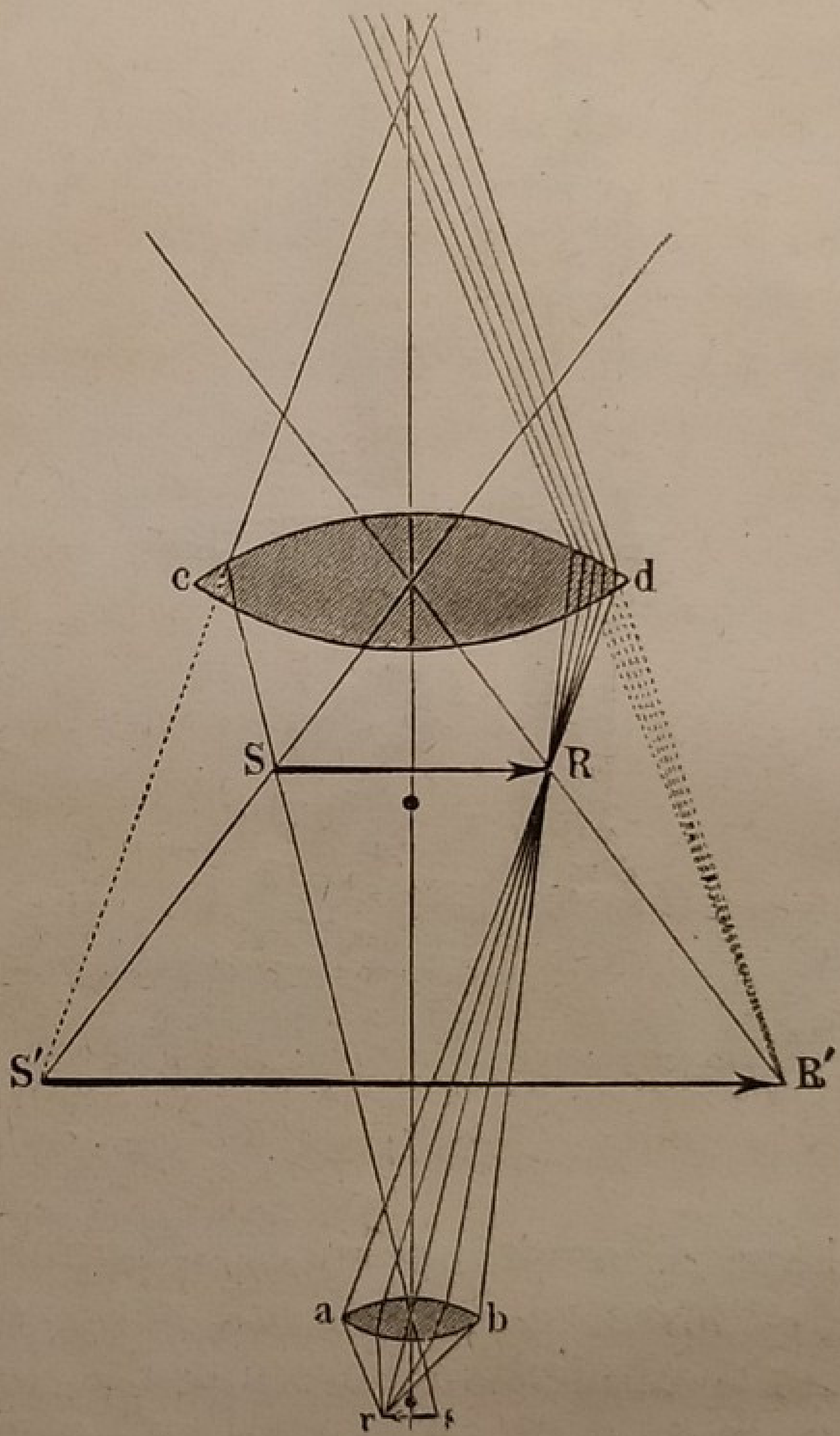


Fig. 164.

La figura mostra come i raggi divergenti che partono dal punto estremo *r* dell' oggetto, attraversando l'obbiettivo *ab* concorrono in R, ma attraversando poscia l'obbiettivo *cd*, divergono come se provenissero da R′. Analogamente avviene per gli altri punti luminosi.

11. Per diminuire le aberrazioni l' obbiettivo è costituito da tre lenti acromatiche *o* (fig. 165) piano convesse avvitate all'estremità inferiore di un tubo verticale *h*, e l'oculare consiste in due lenti piano convesse (fig. 166) colla faccia convessa rivolta all'oggetto, fissate in un corto tubo *n* (fig. 165) di lunghezza invariabile, che si introduce nell'estremità superiore del tubo verticale *h*.

L'oggetto si pone su una lastrina di vetro che si posa su una lastra metallica o porta oggetto *p p* (fig. 165) avente nel centro un foro, a traverso il quale si illumina l'oggetto trasparente dal di sotto, mediante uno specchietto concavo *s s*.

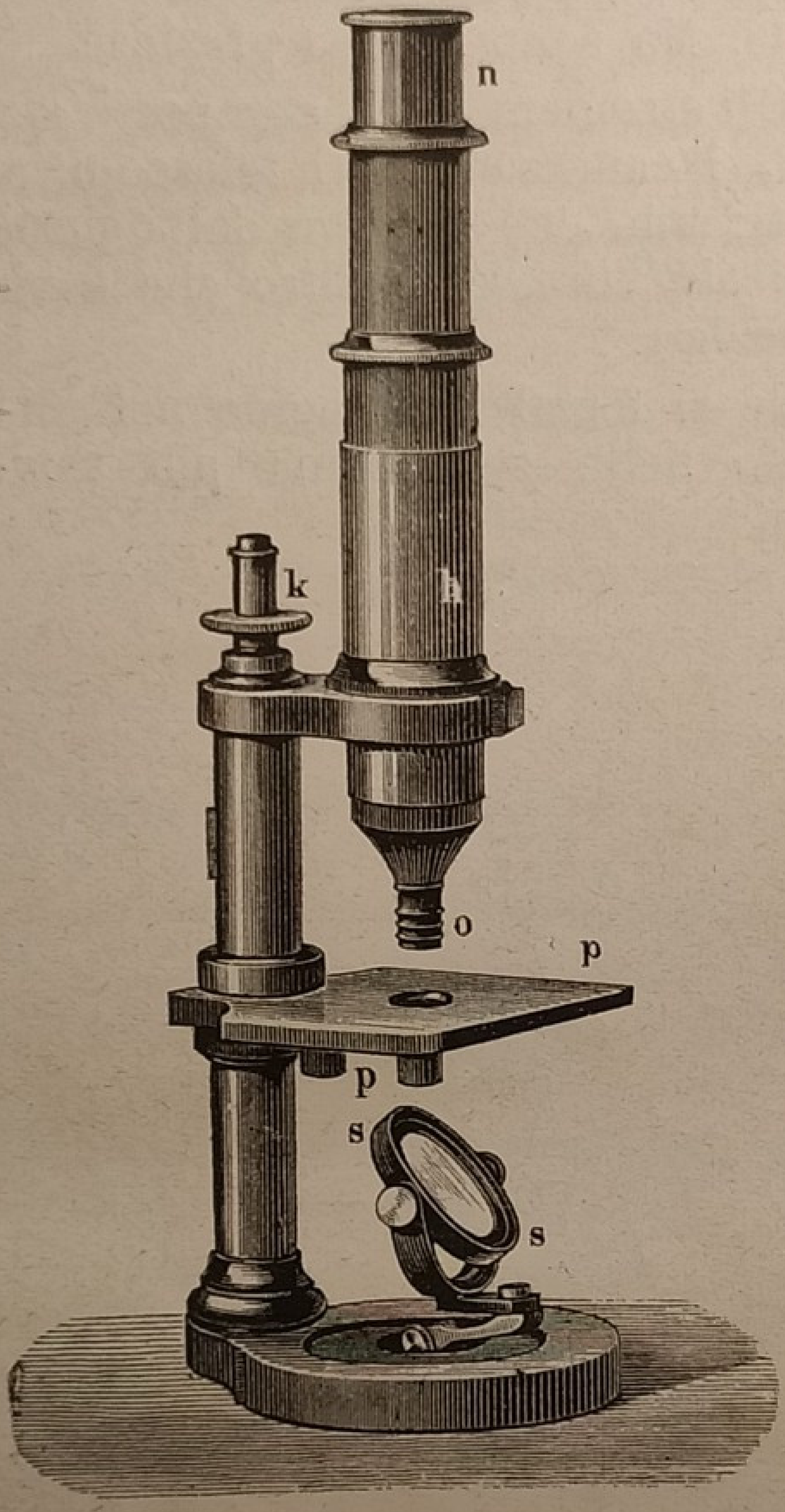


Fig. 165.

Gli oggetti non trasparenti si possono illuminare dall'alto mediante una lente convergente collocata di fianco la quale non è indicata nel disegno.

I migliori microscopi sono muniti di due o tre oculari per ottenere diversi ingrandimenti.

12. Per collocare l'obbiettivo *o* in tale distanza dall'oggetto che l'immagine risulti chiara pei diversi occhi, o si muove alquanto il microscopio stesso mediante la vite *k*, ovvero, come in altri modelli, si muove a vite il porta oggetti *p p*.

13. Le *lenti acromatiche dell'obbiettivo* sono costituite da una lente biconvessa di crown e una piano-concava di flint, incollate fra loro mediante balsamo di Canadà. Esse si avvitano successivamente l'una all'altra. I microscopi di Plössel e di Schieck sono ordinariamente provveduti di 5 lenti obbiettive acromatiche, le quali si distinguono coi numeri 1, 2, 3, 4, 5. Pel minore ingrandimento si usa solo la lente n.° 1; per maggiori ingrandimenti si usano le combinazioni $1 + 2$, $1 + 2 + 3$, $2 + 3 + 4$ e $3 + 4 + 5$.

14. *Campo visivo nel microscopio composto.* — Osservando colla lente oculare *cd* (fig. 164, pag. 289) l'immagine reale SR data dall'obbiettivo non è lo stesso come se si osservasse un oggetto collocato in SR, perchè questo manderebbe raggi in tutte le direzioni, per es. il punto R manderebbe raggi tanto verso il mezzo della lente quanto verso il contorno; invece nel microscopio da R cade solo un sottile fascio di raggi sul lato destro dell'o-

culare. Perciò, se avanti questo vi è un diaframma anulare che lascia passare solo i raggi centrali, quelli che partono da R non possono attraversare la lente *cd*, e non si vede l'estremità *r* dell'oggetto. Quindi risulta che la *superfice dell'oggetto visibile a traverso il microscopio*, cioè il *campo visivo* di questo, è limitato dalla superfice conica che ha per vertice il centro ottico dell'obbiettivo e per base l'apertura del diaframma posto avanti all'oculare, Codesta superfice prolungata dall'altra parte dell'obbiettivo, verso l'oggetto, determina la parte visibile di questo.

La grandezza del campo cresce col crescere dell'apertura del diaframma e col diminuire della distanza dell'obbiettivo, ed inversamente. Essa diminuisce anche col crescere dell'ingrandimento, perchè quanto più l'oculare è convergente, tanto minore deve essere il suo diametro e quindi più acuto l'angolo che limita il campo.

Infine ha pure influenza sulla estensione del campo la posizione dell'occhio, e per abbracciare tutto il campo visivo, esso deve essere collocato nel punto (fig. 164, pag. 289) in cui i raggi che emergono dal contorno dell'oculare intersecano l'asse, perchè evidentemente se fosse collocato più vicino o più lontano non riceverebbe che una parte dei raggi che escono dall'oculare.

15. *Oculare del Campani.* — Si è detto (n.° 11) che l'oculare del microscopio composto è pure costituito da due lenti pianoconvesse, fisse in un tubo che si applica superiormente a quello del microscopio. Questo sistema si chiama *oculare del Campani.* Codeste lenti *ab*, *cd* (fig. 166) sono di crown, ed hanno ambedue la faccia convessa verso l'obbiettivo. Esse non agiscono come una lente sola, ma la maggiore sottostante detta *collettiva*, ha solo per scopo di avvicinare all'asse della seconda sovrastante, che fa veramente da *oculare*, i raggi che provengono dall'obbiettivo.

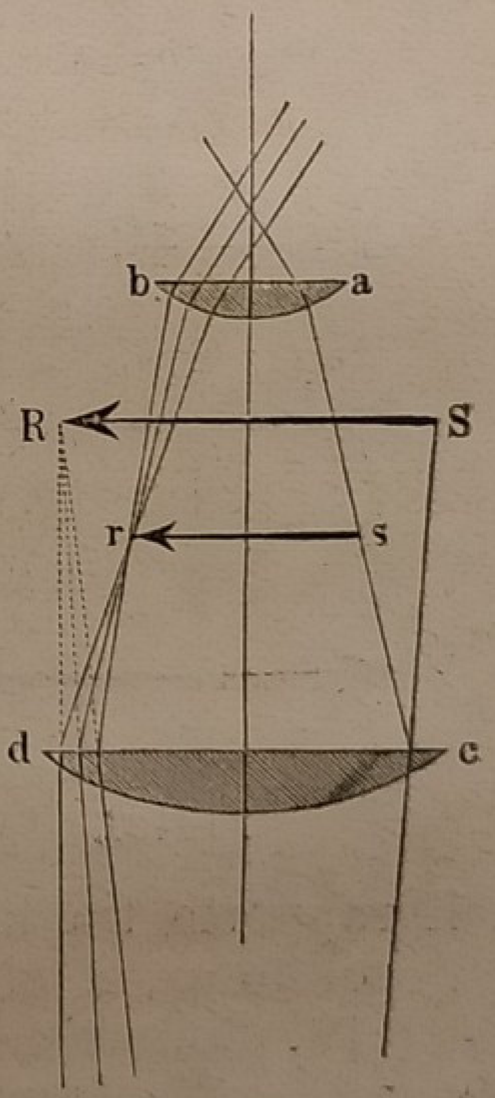


Fig. 166.

Ora se RS è l'immagine che darebbe l'obbiettivo senza la lente *cd*, è chiaro che i raggi convergenti verso i punti R, S, vengono da quella fatti convergere in *rs*. Questa immagine *rs* viene infine osservata mediante la vera lente oculare *ab*. Tra le due lenti vi è un diaframma anulare per trattenere la luce esterna.

16. *L'oculare del Campani presenta due vantaggi*, perchè dap-

prima, facendo convergere in *rs* i fascetti che prima convergevano in RS, li fa passare per l'oculare *ab* mentre prima non passavano. È ben vero che l'immagine reale *rs* risulta alquanto minore di quella RS che sarebbe data dall'obbiettivo solo, ma la teoria dimostra che *a pari ingrandimento la lente collettiva ed raddoppia il campo.*

Un secondo vantaggio dell'oculare di Campani consiste in ciò che *esso senza essere composto di lenti acromatiche somministra una immagine quasi affatto libera dall'aberrazione cromatica.* Infatti la lente collettiva non essendo acromatica somministra una serie di immagini colorate dell'oggetto costituite dai fochi diversi dei raggi diversamente refrangibili che lo attraversano; e precisamente l'immagine violetto-azzurra *v v* (fig. 167) giace più vicina alla detta lente ed è perciò più piccola dell'immagine rossa *r r*. Ora se si osservano codeste immagini colla lente oculare *a b*, esse appaiono in *v' v'*, *r' r'*, in modo che per un occhio collocato in *o* esse si coprono, cosicchè i raggi di diverso colore che partono da un punto dell'oggetto dopochè hanno attraversato lo strumento si riuniscono in un medesimo punto della retina.

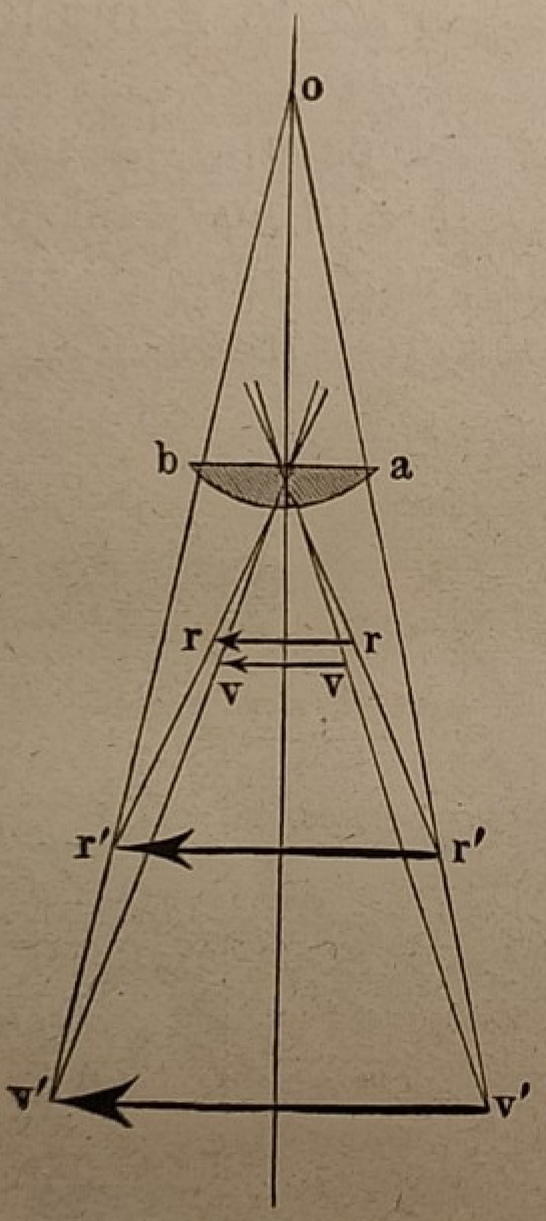


Fig. 167.

17. L'*ingrandimento lineare del microscopio composto è dato dal prodotto dell'ingrandimento dell'obbiettivo per quello dell'oculare.*

Infatti, l'ingrandimento dell'obbiettivo è $\frac{SR}{sr}$ (fig. 164) e quello dell'oculare è $\frac{S'R'}{SR}$; ora facendo il prodotto di questi due ingrandimenti si ha $\frac{SR}{sr} \times \frac{S'R'}{SR} = \frac{S'R'}{sr}$, cioè il rapporto fra la grandezza dell'immagine S'R' e quella dell'oggetto *sr*, il che costituisce l'ingrandimento totale.

18. Conoscendo le distanze focali delle due lenti si potrebbe perciò colle formole calcolare il detto ingrandimento. Ma siccome tali distanze si possono solo determinare coll'esperienza, e poi si adoperano tanto per l'obbiettivo quanto per l'oculare sistemi di lenti invece di lenti semplici, così riesce più semplice e più sicuro determinare l'ingrandimento sperimentalmente anzichè col calcolo.

Perciò, si pone sul porta-oggetti un *micrometro*, che è una lastrina di vetro sulla quale la lunghezza di 1 mm. è divisa

in un certo numero di parti eguali, per es. in 100, e si dispone accanto al microscopio, alla distanza della visione distinta, un foglio di carta; poscia mentre coll'occhio destro si osserva l'immagine del micrometro, col sinistro si osserva la punta della penna che segna sul foglio i tratti dell'immagine della scala. Infine col compasso si prende la distanza di 10 divisioni così copiate e si riporta sopra un doppio decimetro diviso in millimetri. Se esse occupano la lunghezza di 100 mm., è segno che ogni centesimo di mm. apparisce colla lunghezza di 10 mm. e l'ingrandimento lineare è $10 : {}^1/_{100} = 1000$.

Si ottiene un risultato migliore colla camera lucida di Nachet, consistente in un prisma a riflessione totale che si colloca al disopra dell'oculare del microscopio, in maniera che metà della pupilla riceva i raggi provenienti dal micrometro a traverso il microscopio e l'altra metà quelli provenienti dalla punta della penna, come si è spiegato per la camera lucida che serve a disegnare (pag. 277). Con tale disposizione si possono anche disegnare le immagini delle preparazioni microscopiche.

19. *Per misurare poi le dimensioni di un oggetto microscopico,* si usano due micrometri, uno diviso in centesimi di millimetro, che si colloca sul porta-oggetti, l'altro a divisioni arbitrarie, purchè eguali, che si colloca tra i due vetri dell'oculare di Campani, ove si forma l'immagine reale *rs* (fig. 166, p. 291) dell'oggetto data dall'obbiettivo, introducendolo per un'apertura laterale appositamente praticata nel tubo del microscopio. Si orientano i due micrometri in modo che le loro divisioni sieno parallele. Allora osservando i micrometri, se si trova, per es., che 10 divisioni del micrometro posto sul porta-oggetti coprono 5 divisioni del micrometro superiore, è segno che a ciascuna divisione di questo ne corrispondono 2 del primo, cioè 2 centesimi di mm. Quindi, sostituendo al micrometro inferiore l'oggetto di cui si vuole conoscere le dimensioni, se si osserva che una dimensione dell'oggetto corrisponde a 10 divisioni del micrometro superiore, si conclude che quella è 10 volte ${}^2/_{100}$ di millimetro, cioè:

$$10 \times \frac{2}{100} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} \text{ di mm.}$$

20. *Microscopio orizzontale di Chevalier.* — Siccome la posizione verticale del microscopio riesce talvolta incomoda, Chevalier ha costrutto un microscopio in cui il tubo che porta inferiormente l'obbiettivo è verticale, mentre quello che contiene l'oculare è orizzontale, e nell'angolo retto dei due tubi vi è un prisma rettangolo, per modochè i raggi che partono

dall' oggetto, passano verticalmente a traverso l'obbiettivo, e per riflessione totale sulla faccia ipotenusa del prisma rettangolo vengono mandati orizzontalmente a traverso l'oculare.

21. *Microscopi inclinabili.* — Oggidì si costruiscono anche microscopii in cui mediante una cerniera il tubo si può inclinare nella posizione più opportuna.

22. *Microscopio pancratico.* — Così si chiamano i microscopi nei quali si può avvicinare od allontanare l'oculare dall'obbiettivo, per ottenere diversi ingrandimenti senza cangiamento di lenti, perchè col variare della distanza dell'oggetto dall'obbiettivo varia la posizione e la grandezza dell'immagine che esso somministra, e per osservare questa distinta bisogna pure variare la distanza dell'oculare dall'obbiettivo.

23. Nella classe dei microscopi pancratici sono compresi i *microscopii per dissezione*, di Oberhäuser e Plössel, i quali, oltre la detta proprietà, fanno vedere l'immagine diritta, mentre i microscopii ordinari la presentano rovesciata. Ora ciò non è un inconveniente finchè si tratta solo di fare osservazioni, ma lo è quando si vogliono fare preparazioni microscopiche. Questo risultato del raddrizzamento dell'immagine si ottiene con un oculare identico a quello dei cannocchiali terrestri, il quale raddrizza l'immagine come vedremo (§ 69). Codesto oculare dà un'immagine rovesciata e ingrandita degli oggetti, e perciò osservando col medesimo l'immagine rovesciata data dall'obbiettivo, si vede l'oggetto diritto.

Di più siccome tale oculare si può avvicinare ed allontanare dall'obbiettivo, si può, fra certi limiti, variare l'ingrandimento senza cangiamento di oculare.

24. *Microscopi binoculari.* — Questi microscopii sono doppi, permodochè l'oggetto può contemporaneamente essere osservato o dai due occhi di una medesima persona, o da due diverse persone, ciò che sovente è assai utile per le dimostrazioni microscopiche.

25. *Limiti della visibilità nei microscopi.* — Per quanto si perfezioni il microscopio la teoria matematica delle ondulazioni dimostra essere impossibile discernere dimensioni minori di un certo limite imposto dalla lunghezza d'onda per i diversi raggi. Secondo Helmholtz, per la luce bianca non si possono discernere dimensioni minori di $^1/_{3636}$ di m. m, e di $^1/_{4634}$ di mm. per la luce violetta, le cui onde sono più corte.

Coll' immersione dell'ultima lente dell'obbiettivo in una goccia d'acqua o di altro liquido sovrapposto all'oggetto microscopico, detti limiti diminuiscono alquanto; cosicchè con tale artificio, e colle luce bianca, il limite minimo assegnato dalla teoria diviene $^1/_{4848}$ di mm. I migliori microscopi che si co-

struiscono oggidì si avvicinano appunto a tale limite di visibilità.

26. *Chiarezza, potere risolutivo e penetrante di un microscopio.* — È ancora da avvertire che in un microscopio si deve distinguere l'ingrandimento dal potere che esso ha di dare immagini più o meno chiare, e nelle quali si distinguono più o meno le particolarità degli oggetti, il che si chiama *potere risolutivo*. Queste qualità si conoscono osservando col medesimo delle *preparazioni tipiche*, per es. certe *diatomee*, come la *navicola* ed il *pleurosigma*, oppure i 20 gruppi micrometrici di Nobert, nel primo dei quali la lunghezza di una linea parigina (2,^{mm}256) è divisa in 1000 parti, e nell'ultimo la stessa è divisa in 20000 parti.

A parità di ingrandimento è migliore quel microscopio che permette di distinguere un maggior numero di tali gruppi micrometrici.

Infine, si dice *potere penetrante* di un microscopio, la sua qualità di permettere l'osservazione di straterelli in profondità.

§ 69. I Cannocchiali. — 1. *Il Cannocchiale astronomico* o di Keppler (1611), consta di una grande lente convergente *o o* (fig. 168) di grande distanza focale, la quale costituisce l'*obbiettivo*, e di una piccola lente convergente *v v* di piccola distanza focale, che è l'*oculare*.

L'obbiettivo dà un'immagine *a b* reale, rovesciata, e piccolissima dell'oggetto A B lontanissimo, sulla quale l'oculare agisce siccome microscopio semplice, cioè, questa immagine *a b* si forma, come nel microscopio composto, tra l'oculare e il suo foco principale, per modo che l'occhio vede poi un'immagine *a' b'* virtuale, ingrandita e diritta rispetto a quella dell'obbiettivo, e perciò rovesciata rispetto all'oggetto, il che per le osservazioni astronomiche non presenta inconveniente.

L'oculare, come negli altri cannocchiali, è mobile, affinchè l'immagine possa essere portata alla distanza della visione distinta. Quanto più l'oggetto è vicino, tanto più l'immagine reale data dall'obbiettivo è lontana da questo, e tanto più deve essere ritirato indietro l'oculare.

2. Come si vede, *la differenza fra il cannocchiale astronomico e il microscopio composto* con-

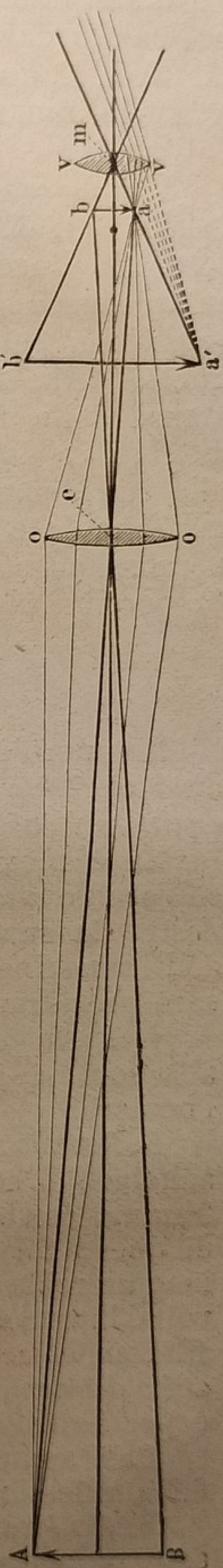


Fig. 168.

siste in ciò che in questo l'oggetto è vicinissimo all'obbiettivo e quindi l'immagine reale di quello risulta già ingrandita, mentre nel cannocchiale astronomico l'oggetto è lontanissimo dall'obbiettivo, e quindi l'immagine reale di quello è piccolissima. Anche le immagini vengono poi ingrandite nella stessa maniera dall'oculare.

3. L'*ingrandimento* si può determinare mediante la distanza focale dell'obbiettivo e dell'oculare. Infatti, l'angolo visuale sotto cui l'occhio nudo vede l'oggetto è bca; e mediante l'oculare esso appare sotto l'angolo $b'ma' = bma$. Ora il rapporto $bca : bma$ del primo di tali angoli al secondo è inverso di quello della distanza dell'immagine ab dall'obbiettivo alla distanza della medesima dall'oculare. Ma la distanza dell'immagine ab dall'obbiettivo è assai approssimativamente eguale alla sua distanza focale principale f (per essere l'oggetto lontanissimo); e la distanza dell'immagine ab dall'oculare è anche approssimativamente eguale alla sua distanza focale principale f'; perciò l'ingrandimento è:

$$\frac{a'b'}{ab} = \frac{f}{f'} .$$

Dunque *l'ingrandimento è tanto maggiore quanto maggiore è la distanza focale dell'obbiettivo e quindi la lunghezza del cannocchiale, e minore è la distanza focale dell'oculare.*

Ma è meglio determinarlo sperimentalmente, osservando coll'occhio sinistro una scala graduata verticale e coll'occhio destro la sua immagine nel cannocchiale. Se una divisione dell'immagine copre n divisioni della scala, l'ingrandimento sarà precisamente n.

4. *La lunghezza poi dello stromento* è evidentemente eguale alla somma $f + f'$ delle distanze focali dell'obbiettivo e dell'oculare.

5. *Reticolo.* — Per prendere le mire, e misurare le distanze angolari, lo stromento è munito di un *reticolo*, che è un diaframma con un foro attraversato da due fili in croce. Il piano di questi fili deve coincidere con quello in cui si forma l'immagine reale ab (fig. 168) data dall'obbiettivo. Così, ogni qualvolta l'immagine di un punto coincide coll'incrociamento dei fili, si è certi che quello si trova sulla *linea di mira* o *asse ottico del cannocchiale*, cioè sulla retta passante per l'immagine e pel centro ottico dell'obbiettivo.

Così appunto si possono verificare con esattezza le leggi della riflessione della luce (§ 36, n° 6).

6. *Oculare negativo e positivo.* — L'oculare del cannocchiale astronomico è il più spesso formato da due lenti come quello

del microscopio composto, cioè è un oculare di Campani (§ 68, n° 15) che si dice anche *oculare negativo*. Questo è collocato in un tubo minore di quello che contiene l'obbiettivo, scorrevole nel medesimo mediante un rocchetto dentato.

Generalmente ogni cannocchiale è munito di più oculari, che danno diversi ingrandimenti.

Ma siccome nell'oculare di Campani l'immagine reale dell'oggetto, data dall'obbiettivo, deve formarsi, come nel microscopio composto (fig. 166, p. 291) tra la lente collettiva e l'oculare, il reticolo deve trovarsi fra queste due lenti; perciò cangiando oculare, per cangiare l'ingrandimento, si deve anche mutare il reticolo, il che può nuocere alla immutabilità della linea di mira, necessaria per le misure. Allora, all'oculare *negativo* del Campani si sostituisce un oculare detto *positivo*, o di Ramsden, che consiste pure in due lenti convergenti, ma poste entrambe davanti al reticolo, permodochè questo rimane fisso.

7. *Il campo visivo del cannocchiale astronomico* è limitato dalla superfice conica che ha per vertice il centro dell'obbiettivo e per base la lente oculare (fig. 168, p. 295), ovvero negli oculari composti, come quello del Campani, la lente collettiva più vicina all'obbiettivo. Esso, come nel microscopio composto (§ 68, n° 14) è massimo, quando l'occhio si trova nel punto dell'asse in cui questo è intersecato dai raggi passanti per l'orlo dell'oculare.

Quindi, il campo visivo del cannocchiale astronomico, come vedremo, è considerevolmente maggiore di quello del cannocchiale di Galileo, ma esso decresce col crescere dell'ingrandimento, perchè con questo deve crescere la convergenza dell'oculare e perciò deve diminuire il suo diametro.

8. *Cannocchiale cercatore*. — Siccome col crescere dell'ingrandimento diminuisce il campo visivo del cannocchiale, diviene più difficile ritrovare l'astro che si vuole osservare. Perciò a tali cannocchiali, se ne sovrappone uno più piccolo di minore ingrandimento, ma di maggiore campo visivo, il cui asse è perfettamente parallelo a quello del cannocchiale sottostante. Quando si è diretto il piccolo cannocchiale all'astro in modo che questo sia nel centro del suo campo, allora si è sicuri che esso si trova anche nel campo del maggiore cannocchiale.

9. *La chiarezza dell'immagine* data dal cannocchiale astronomico può essere maggiore o minore di quella che si ha osservando l'oggetto direttamente, fatta astrazione della perdita di luce dovuta alle riflessioni sulle superfici delle lenti. Infatti, la luce che parte dall'oggetto arriva all'occhio come se partisse da un'area proporzionale al quadrato dell'ingrandimento lineare, e perciò lo splendore dell'immagine viene affievolito. Ma per altra parte esso viene aumentato dal fatto

che l'occhio nudo riceve da ciascun punto dell'oggetto solo un fascetto conico avente per base la pupilla, mentre col cannocchiale riceve un fascio avente per base l'obbiettivo, supposto che esso si trovi nel punto in cui è massimo il campo visivo (nº 7).

In pratica, quando si osservano immagini di qualche estensione, prevale il primo effetto, cosicchè quelle riescono meno splendide che coll'occhio nudo. Invece, quando l'immagine si riduce solo ad un punto luminoso, come avviene per le stelle, la chiarezza aumenta in ragione della superfice dell'obbiettivo, mentre il fondo appare più cupo.

Per tale motivo, coi cannocchiali si possono discernere anche di giorno gli astri, che non si veggono ad occhio nudo.

Quindi, col crescere dell'ingrandimento deve crescere il diametro dell'obbiettivo, affinchè riceva una grande quantità di luce; e siccome per evitare l'aberrazione di sfericità deve avere piccola apertura, deve crescere il suo raggio di curvatura.

Per ottenere considerevoli ingrandimenti e chiarezza si costruiscono oggidì obbiettivi del diametro di 60 a 70 cm., cosicchè il refrattore acquista una lunghezza da 7 a 20 metri. Perciò debbono essere mossi con grandi meccanismi.

10. Questo stromento ha il piccolo difetto del rovesciamento dell'immagine, il quale però nelle osservazioni astronomiche non presenta inconveniente; esso poi ha il vantaggio di permettere un campo visivo passabilmente grande con una sufficiente chiarezza, con che diviene possibile, mediante l'ingrandimento dell'obbiettivo, di raggiungere considerevoli ingrandimenti, mentre in uno stesso stromento la sostituzione di più piccoli oculari rende possibile un ingrandimento dell'immagine.

11. *Cannocchiale terrestre.* — Il rovesciamento delle immagini che presenta il cannocchiale astronomico sarebbe un inconveniente nelle osservazioni terrestri. Perciò nei cannocchiali terrestri, tra l'obbiettivo e l'oculare si interpongono altre lenti convergenti che raddrizzano l'immagine rovesciata data dall'obbiettivo.

Ciò venne dapprima ottenuto da Rheita, mediante le due lenti piano-convesse *r*, *s* (fig. 169) le quali, come indica il

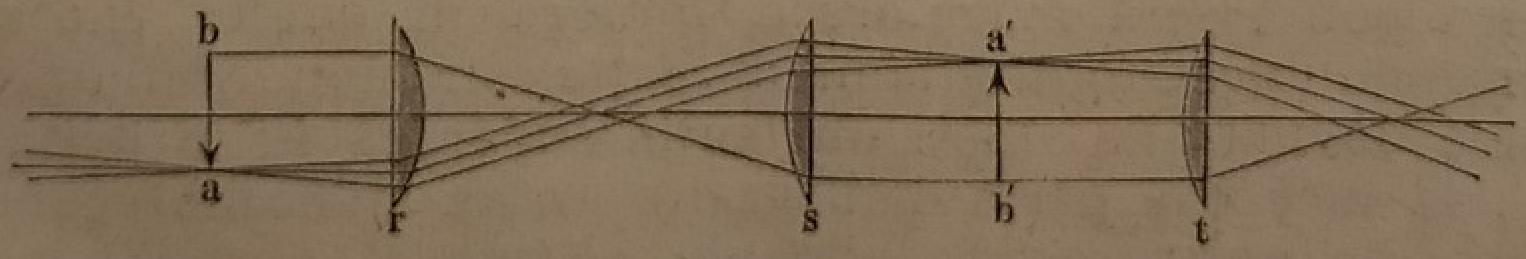


Fig. 169.

disegno, rovesciano nuovamente l'immagine rovesciata *ab* data

dall'obbiettivo e la presentano quindi diritta in a' b' all'oculare t che agisce sulla medesima siccome microscopio semplice, cioè ne dà all'occhio un'immagine virtuale, diritta, ingrandita.

Oggidì, per ottenere tale raddrizzamento si usano tre lenti piano-convesse invece di due siccome indica la fig. 170.

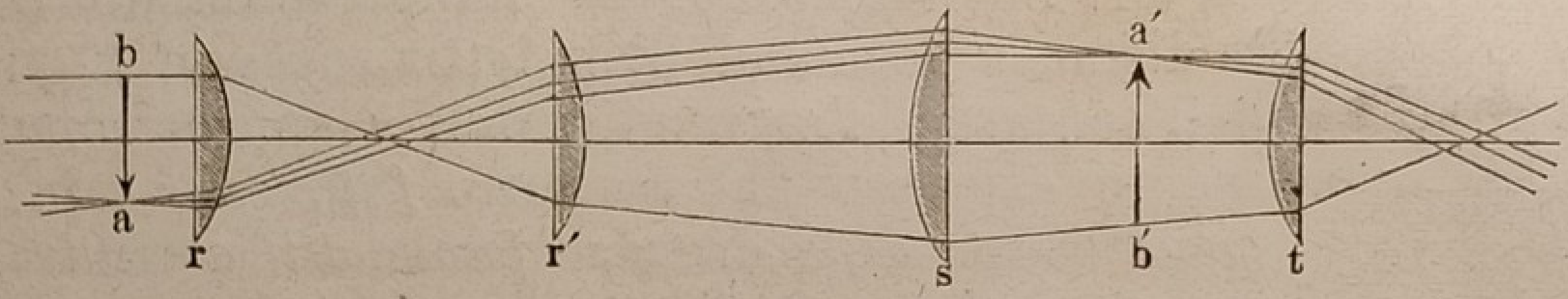


Fig. 170.

L'immagine rovesciata ab data dall'obbiettivo si trova internamente alla distanza focale della prima lente r, cosicchè i raggi provenienti da un punto a dell'immagine $a\,b$ passando per r divergono alquanto, intersecano l'asse e cadono poscia dapprima sulla lente r' che li rende debolmente convergenti, finchè la 3ª lente s determina l'immagine diritta a' b' che viene ingrandita dall'oculare t.

Tanto nel luogo in cui i raggi intersecano l'asse fra r e r', quanto nel luogo dell'immagine a' b' è collocato un diaframma anulare per non lasciar passare che i raggi centrali.

12. Infine la fig. 171 rappresenta una sezione completa del

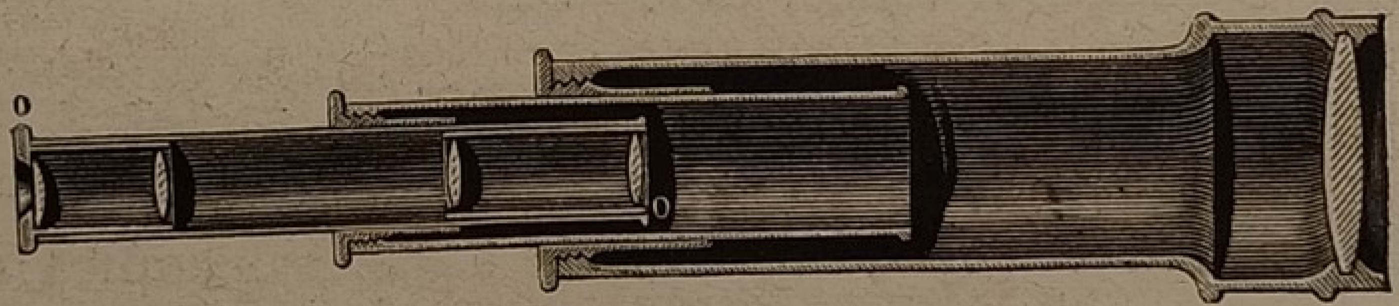


Fig 171.

cannocchiale terrestre composto di tre tubi scorrevoli l'uno nell'altro.

13. *Cannocchiale di Galileo.* — L'obbiettivo è una lente biconvessa acromatica $o\,o$ (fig. 172) di diametro e distanza focale alquanto grande, la quale darebbe in $a\,b$ un'immagine reale rovesciata di un oggetto lontano A B se i raggi non dovessero attraversare l' oculare, costituito da una lente biconcava $v\,v$, collocata in modo che l'immagine $a\,b$ si formerebbe a distanza alquanto maggiore della sua distanza focale. Perciò i raggi partiti dal punto A dell'oggetto, e che convergerebbero in a, vengono dalla lente divergente $v\,v$ così rifratti come se provenis-

sero da a'; parimente quelli partiti da B e convergenti verso

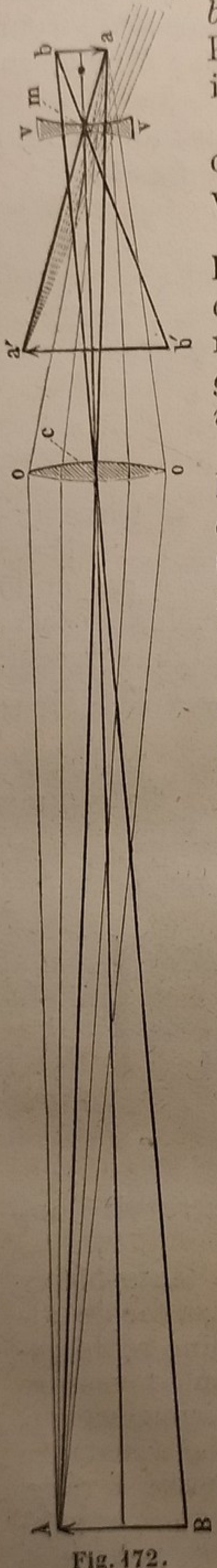


Fig. 172.

b vengono rifratti come se provenissero da b'. Perciò un occhio collocato dietro all'oculare vede in $a'\,b'$ un'immagine virtuale, diritta e ingrandita.

I cannocchiali da teatro o binoccoli non sono che due cannocchiali di Galileo accoppiati per vedere coi due occhi.

14. *Ingrandimento.* — Rappresentando con f la distanza focale dell'obbiettivo e con f' quella dell'oculare, l'ingrandimento è approssimativamente espresso dal rapporto $f:f'$, cioè *è in ragione diretta della distanza focale dell'obbiettivo, ed in ragione inversa di quella dell'oculare*.

15. *Dimostrazione.* — Senza il cannocchiale l'oggetto si vedrebbe sotto l'angolo A c B, ovvero acb; invece mediante il cannocchiale lo si vede sotto l'angolo $a'\,m\,b' = a\,m\,b$, e per determinare l'ingrandimento non si ha che da determinare quante volte l'angolo $a\,m\,b$ è maggiore dell'angolo $a\,c\,b$.

La distanza dell'immagine $a\,b$ dall'obbiettivo $o\,o$ è approssimativamente eguale alla sua distanza focale f, quando l'oggetto è alquanto lontano; e la distanza dell'immagine $a\,b$ dall'oculare $v\,v$ è pochissimo maggiore della distanza focale f' di questa lente. Ora gli angoli $b\,m\,a$, $b\,c\,a$ sono approssimativamente inversamente proporzionali alle dette distanze, cioè si ha

$$bma : bca = f : f'.$$

16. *Il campo visivo* di tale stromento è piccolo, ed è determinato dalla superfice conica che ha per base la pupilla e il vertice nel centro ottico c dell'obbiettivo. Per il piccolo campo visivo il cannocchiale di Galileo non può dare che piccolo ingrandimento da 20 a 30 diametri. I cannocchiali da teatro ingrandiscono solo da 2 a 3 volte.

Questo cannocchiale viene perciò solo usato nei casi in cui basta un discreto ingrandimento, come nei teatri e anche in campagna.

17. *La distanza delle due lenti è assai approssimativamente eguale alla differenza $f - f'$ delle distanze focali dell'obbiettivo e dell'oculare*, perchè, come si è notato, quando l'oggetto è lontano, la distanza dell'immagine $a\,b$ (fig. 172) dall'obbiettivo è approssimativamente eguale alla sua distanza focale f, e

la distanza della stessa immagine dall'oculare *v v* è pochissimo maggiore della distanza focale f' di questa lente, quindi la distanza delle due lenti è assai approssimativamente $f-f'$.

Perciò, se allo stesso obbiettivo si applicano diversi oculari, la distanza delle due lenti deve essere tanto maggiore quanto minore è la distanza focale dell'oculare, cioè quanto maggiore è il suo ingrandimento, perchè col diminuire di f' cresce la differenza $f-f'$.

18. Si costruiscono appunto cannocchiali di Galileo muniti di più oculari divergenti, ordinariamente tre, portati da un disco girevole, cosicchè si può mutare l'ingrandimento. Pel maggiore ingrandimento, l'oculare dovendo avere minore distanza focale f', si deve allungare il cannocchiale.

E così pure, quanto più l'oggetto è vicino all'obbiettivo, tanto più lontano si forma l'immagine *a b* e quindi tanto più si deve allungare il cannocchiale.

19. Non si conosce precisamente il primo inventore del cannocchiale. Si racconta che i ragazzi di un fabbricante di occhiali in Middelburg (Olanda) divertendosi con lenti ne abbiano messe due in un tubo, in modo che guardando a traverso il medesimo videro ingranditi gli oggetti sul campanile della chiesa; perciò lo si chiama anche cannocchiale olandese. Galileo appena avuta tale notizia, ne compose uno, e perciò lo si denomina dal suo nome.

20. Malgrado il piccolo ingrandimento di cui è suscettibile il cannocchiale di Galileo, questi scoperse col medesimo le montagne e i cratèri della luna, i satelliti di Giove, l'anello di Saturno, le fasi di Venere e le macchie solari.

§ 70. Telescopi. — 1. I descritti cannocchiali, nei quali agisce solo la rifrazione e non la riflessione, si dicono *diottrici* o *rifrattori*, mentre si chiamano *catottrici* o *riflettori* quelli che risultano da lenti e specchi, i quali si denominano di preferenza *telescopi*.

2. Nel *telescopio di Gregory* (fig. 173) uno specchio concavo

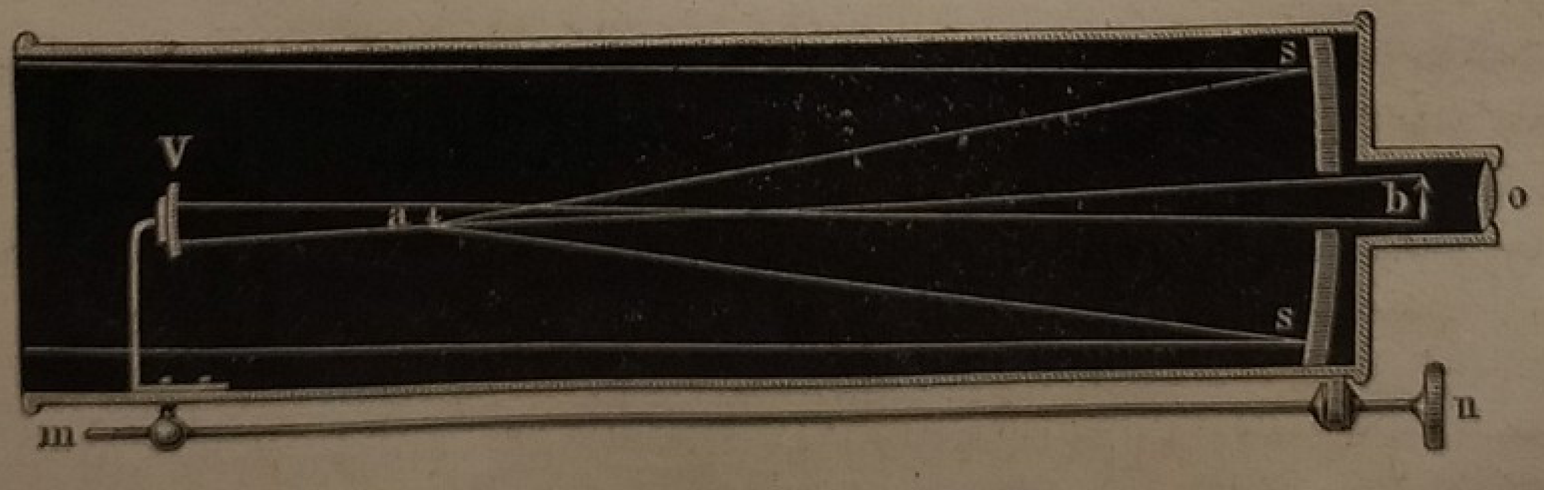


Fig. 173.

s s, forato nel mezzo, dà un'immagine *a*, reale, rovesciata e im-

picciolita dell'astro lontanissimo cui quello è rivolto, la quale cade tra il centro di curvatura e il foco di un secondo piccolo specchio concavo V, che ne presenta in *b* una seconda immagine, ingrandita e rovesciata rispetto alla prima, e perciò diritta rispetto all'oggetto, la quale viene infine osservata a traverso il foro del primo specchio mediante l'oculare *o*, che agisce al solito siccome microscopio semplice.

3. Nel *telescopio di Newton* (fig. 174) lo specchio concavo *ss*

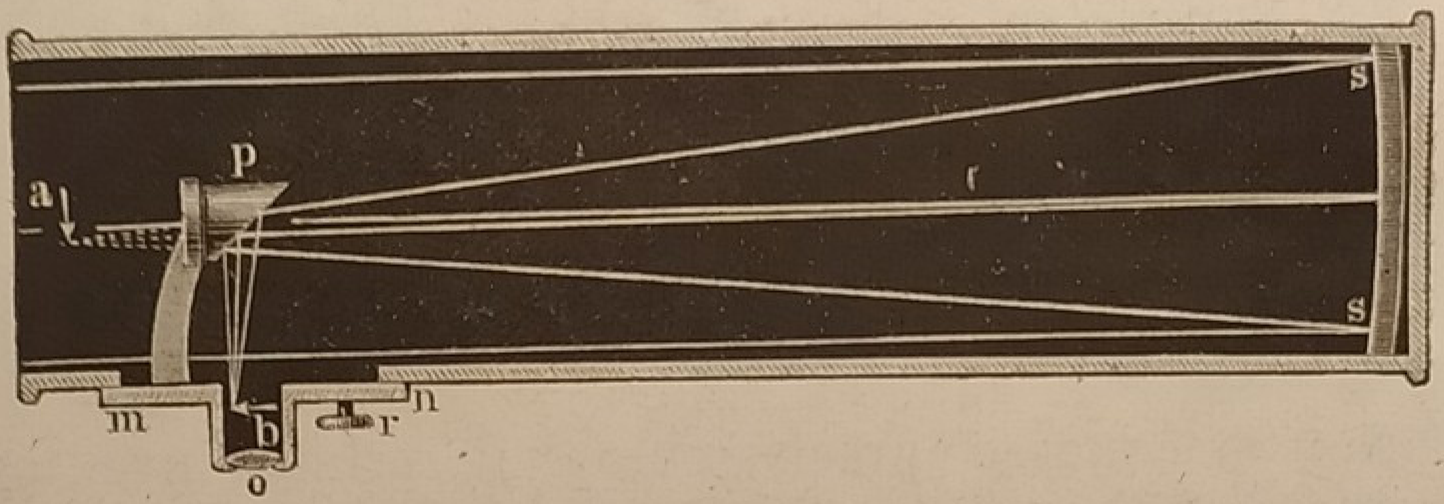


Fig. 174.

darebbe in *a* un'immagine reale, rovesciata e impicciolita dell'astro lontano, ma i raggi vengono riflessi lateralmente da uno specchio piano *p* inclinato di 45° sull'asse del tubo, cosicchè l'immagine si forma in *b*, ove viene osservata coll'oculare *o*.

4. Infine il *telescopio di Herschel* (fig. 175) ha lo specchio *ss*

Fig. 175.

inclinato sull'asse del tubo, in modo che l'immagine reale *a* viene direttamente osservata mediante l'oculare *o* da un osservatore che volta il dorso all'astro.

5. Naturalmente nei telescopi a specchi, come nei cannocchiali diottrici, le lenti oculari non sono semplici, come sono indicate nelle precedenti figure, ma composte.

6. Dopo l'invenzione degli obbiettivi acromatici, i piccoli telescopi a specchi, come quello di Gregory, sono quasi completamente abbandonati, perchè per eguale effetto sono pesanti ed incomodi, e lo specchio perde facilmente la pulitura.

Solo i telescopi a specchi assai grandi, come quello di Herschel, possono presentare vantaggio su quelli diottrici, perchè in questi l'ingrandimento del diametro dell'obbiettivo oltre un certo limite presenta gravissime difficoltà. I maggiori obbiettivi acromatici finora costruiti hanno solo un diametro da 60 a 70 cent., mentre lo specchio del grande riflettore di Herschel, il cui effetto non venne ancora raggiunto dai telescopi diottrici, ha un diametro di $1^{m},25$, e quello di Ross ha un diametro di $1^{m},90$.

Inoltre, oggidì gli specchi dei telescopi si costruiscono di vetro argentato anzichè di metallo, perchè si ha il duplice vantaggio di una maggior leggerezza e di una superfice riflettente più perfetta.

§ 71. Spettroscopii e spettrometri. — 1. Gli spettroscopii sono stromenti che servono per lo studio degli spettri dei corpi luminosi od illuminati.

Le loro parti essenziali sono una fenditura, un prisma e un cannocchiale.

2. Ma siccome per osservare gli spettri conviene rendere i corpi luminosi, premetteremo un *cenno intorno alle sorgenti luminose che si usano nell'analisi spettrale.*

3. Per rendere luminosi i corpi, bisogna, in generale, elevarne la temperatura oltre i 500°. Il modo più semplice per rendere una sostanza incandescente consiste nel collocarla in una fiamma avente elevata temperatura. Ma perciò bisogna che la fiamma stessa non dia spettro, se no sarebbe impossibile distinguere nettamente lo spettro della fiamma da quello della sostanza in essa vaporizzata. Una tale fiamma pochissimo luminosa è quella dell'alcool puro. Ma migliore di questa perchè più calda è quella del gas luce, nel cui interno arriva una corrente d'aria, che si ottiene mediante la lampada detta di Bunsen.

4. Nella fig. 176 sono disegnate due di tali lampade che somministrano le fiamme F, *f*. Esse consistono in un tubo metallico, alla cui parte inferiore arriva il gas luce per una fina bocca a 3 fenditure. Nell'interno del tubo il gas si mescola coll'aria atmosferica, che vi accede in basso per delle finestre laterali, le quali si possono aprire o chiudere, cosicchè, quando esse sono aperte il gas acceso all'estremità del tubo brucia con fiamma molto ardente, ma poco luminosa, perchè, per l'abbondanza dell'ossigeno, tutte le particelle di carbone bruciano completamente e non ne rimangono di quelle incandescenti che rendono la fiamma più luminosa ma meno calda. Infatti, se si chiudono le finestre della base del becco, in modo che l'aria non abbia più accesso nell'interno del tubo,

tosto si vede la fiamma divenire più splendente, e si può anche facilmente constatare che essa è meno calda, perchè, per es., è meno capace di arroventare un filo metallico. Di più, se si mette un pezzo di maiolica fredda in questa fiamma luminosa lo si vede annerirsi assai più che quando si colloca nella fiamma meno splendente ma più calda, perchè nel primo caso si depositano sul medesimo assai più abbondantemente particelle di carbone incombuste. Per aumentare ancora la combustione e il calore si circonda la fiamma con un corto caminetto conico sostenuto da braccia metalliche, come si vede nella figura.

5. *Per introdurre nella fiamma incolora della lampada Bunsen, la sostanza che deve colorarla*, si usa un filo di platino, una cui estremità è saldata ad un tubetto di vetro, che si fa sostenere da un braccio metallico orizzontale, portato da una verga metallica, come si vede tra le due fiamme nella fig. 176, mentre la sostanza o si colloca direttamente allo stato solido sull'altra estremità del filo di platino opportunamente ripiegato in modo da poterla sostenere, ovvero si fa sciogliere in un liquido, in cui si immerge il filo di platino ripiegato in modo che possa trattenerne una goccia, che poi si introduce nella fiamma.

Si deve collocare il filo di platino ad un'altezza tale che esso si trovi nella fiamma al di sotto della fenditura dello spettroscopio (come si vede nella fig. 176), affinchè non si scorga lo spettro continuo del platino rovente, ma solo quello della fiamma colorata dalla sostanza introdottavi.

6. Con questo metodo si possono osservare gli spettri della maggior parte delle combinazioni dei metalli alcalini (potassio, sodio, litio), e dei metalli terrosi (strontio, calcio, bario, alluminio) ad eccezione del magnesio, come pure quelli dell'indio, tallio, e delle combinazioni solubili del rame, manganese, oro, piombo, bismuto e di parecchi altri.

7. Per le sostanze che richieggono più elevata temperatura per volatilizzare, ed in generale per osservare gli spettri a più elevata temperatura, invece della fiamma della lampada Bunsen, la cui temperatura non arriva ancora a 2000°, si usa la fiamma dell'idrogeno puro nell'aria, o meglio la fiamma ossidrica (§ 67).

8. Si ottengono temperature ancora più elevate mediante le scintille o le correnti elettriche, e allora risultano gli spettri della luce elettrica invece dei precedenti spettri delle fiamme.

Le scariche elettriche si possono ottenere in diverse maniere. Per es. mediante un rocchetto d'induzione (vol. II, § 64) gli estremi del cui filo indotto possono ancora essere in comunicazione colle due armature di un condensatore per

rinforzare le scariche, e fra i quali estremi si mettono le sostanze da cimentare, ovvero si bagnano con soluzioni delle medesime. Così, ad ogni scintilla vengono volatilizzate e arroventate particelle di quelle sostanze; ovvero si introducono queste nell' arco voltaico, ponendone una piccola quantità nell'estremità del carbóne inferiore, e quando sono fluide si immergono nelle medesime le due punte.

Quando si tratta di sostanze conduttrici, come i metalli, si può produrre l'arco voltaico o le scariche di un rocchetto tra due verghe di quelli, perchè ad ogni scarica vengono divelte e rese incandescenti le particelle metalliche fra cui succede la scarica.

9. Per osservare gli *spettri dei gas o vapori* si adoperano i tubi di Geissler, contenenti i medesimi assai rarefatti, e che colle scintille del rocchetto divengono luminosi, specialmente nelle parti capillari ove la luce è più concentrata. I tubi usati specialmente a tale scopo diconsi di Plucker. Tuttavia gli spettri dei gas ottenuti in codesto modo possono essere alterati della volatilizzazione del vetro del tubo, e dai vapori di mercurio che vi possono essere mescolati, poichè per vuotare detti tubi si usano le pompe pneumatiche a mercurio.

10. Infine, oltre gli spettri dei corpi resi incandescenti artificialmente è assai importante lo studio degli spettri dei corpi che splendono naturalmente, come quelli del sole, delle stelle, del lampo, delle stelle cadenti, delle aurore polari, della luce zodiacale, ecc.

11. *Spettroscopio di Bunsen.* — Lo spettroscopio di Bunsen, migliorato da Steinheil è rappresentato dalla fig. 176.

Un prisma P di flint, coll'angolo rifrangente di 60°, è collocato verticalmente su di una piattaforma di ottone sostenuta da un piedestallo metallico.

Alla piattaforma è fissato stabilmente un tubo A detto *collimatore*, la cui estremità vicina al prisma è munita di una lente convergente, e l'estremità lontana è chiusa da una lastra metallica con una fenditura collocata nel foco principale della lente. Codesta fenditura si può allargare e stringere mediante una vite (che si vede nella fig. 176 a sinistra, e nella fig. 178 a destra). La luce emessa dalla sorgente luminosa collocata dinnanzi alla fenditura, passando per questa, e poi per la lente, e infine pel prisma, dà uno spettro, che si osserva mediante un cannocchiale B; questo è portato da un braccio metallico fisso al piedestallo, e girevole attorno al medesimo, cosicchè si può fare variare l'angolo che l'asse del tubo B fa con quello del tubo A, alfine di potere osservare isolatamente le diverse parti dello spettro.

Per escludere la luce esterna da quella che si vuole esaminare, il prisma è contenuto in una scatola cilindrica annerita, cui si sovrappone un coperchio, e la cui parete laterale è attraversata dai detti tubi A e B. Tale scatola non è indicata nella figura per lasciare vedere il prisma e le estremità dei tubi.

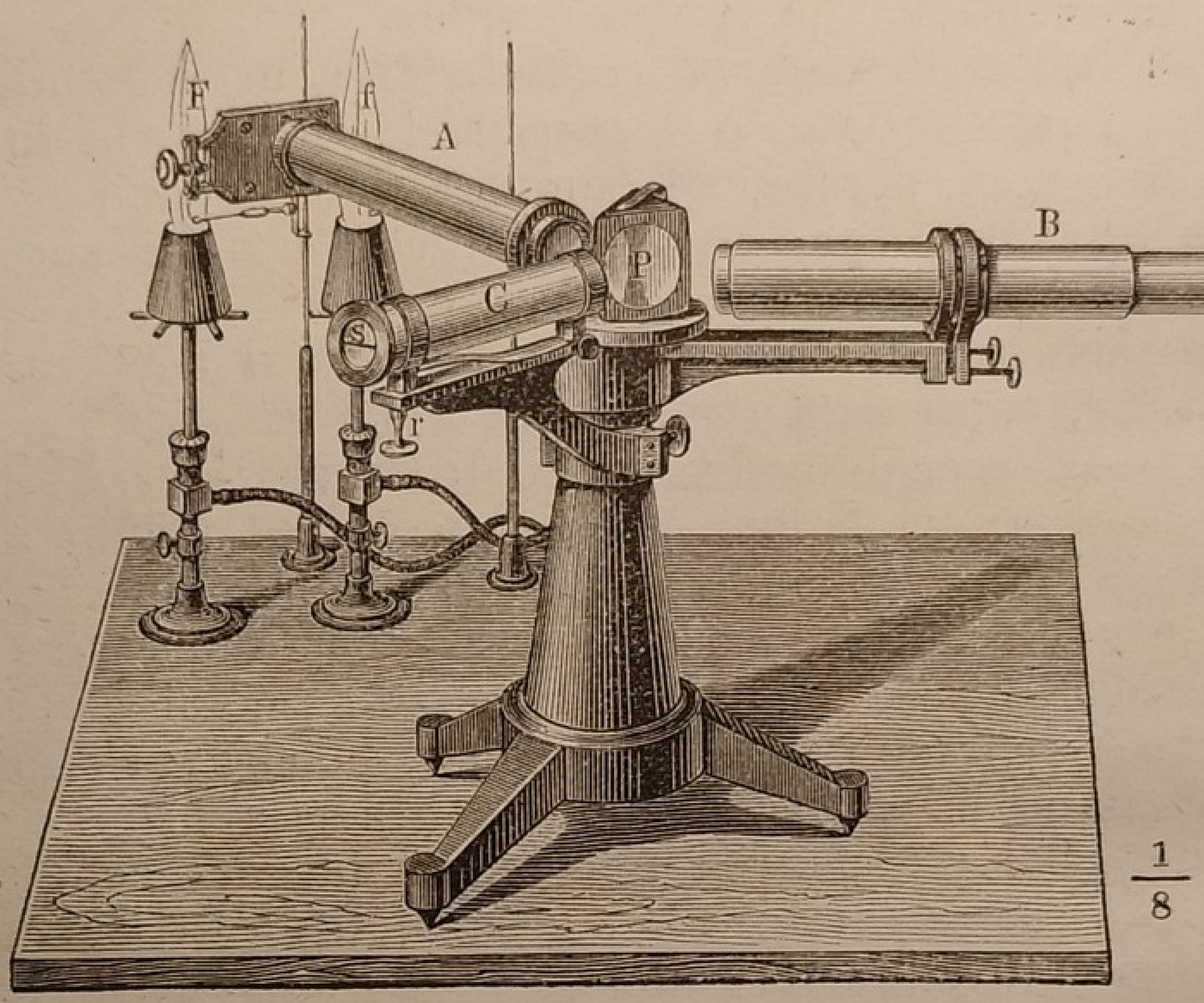


Fig. 176.

Le descritte parti dell'apparecchio bastano quando esso deve servire solo come *spettroscopio*, cioè quando si vuole solo osservare uno spettro e non pigliare delle misure.

12. Ma per *fissare la posizione relativa delle diverse parti dello spettro che si osserva*, il piedestallo porta un terzo tubo C, il quale nell'estremità vicina al prisma è pure munito di una lente convergente, nel cui foco principale, all'altra estremità del tubo, sta una lastra di vetro, su cui vi è un'immagine fotografica negativa (cioè colle divisioni trasparenti) di una scala a millimetri, impicciolita circa 15 volte. Sopra e sotto detta scala la lastra di vetro è coperta di stagnola.

Codesta scala che si dispone orizzontalmente (come si vede in *ss* nella fig. 177) viene illuminata dalla fiamma di una candela o di un becco a gas, collocata sulla direzione dell' asse del tubo C.

Ora, questo tubo è così collocato che il suo asse forma colla superfice anteriore del prisma P, un angolo eguale a quello che colla stessa superfice forma l'asse del cannocchiale B.

Perciò, guardando in questo, si vede, in opportuna posizione, contemporaneamente la scala *ss* (fig. 177) per riflessione sulla superfice del prisma P e lo spettro generato da questo. Mediante la vite *r* (fig. 176) si può ancora sollevare od abbassare il tubo C, in modo che la scala si trovi al di sopra o al di sotto dello spettro, per notare in quale delle sue divisioni stiano le diverse parti di quello.

Dalla fenditura S (fig. 177) i raggi cadono sulla lente C

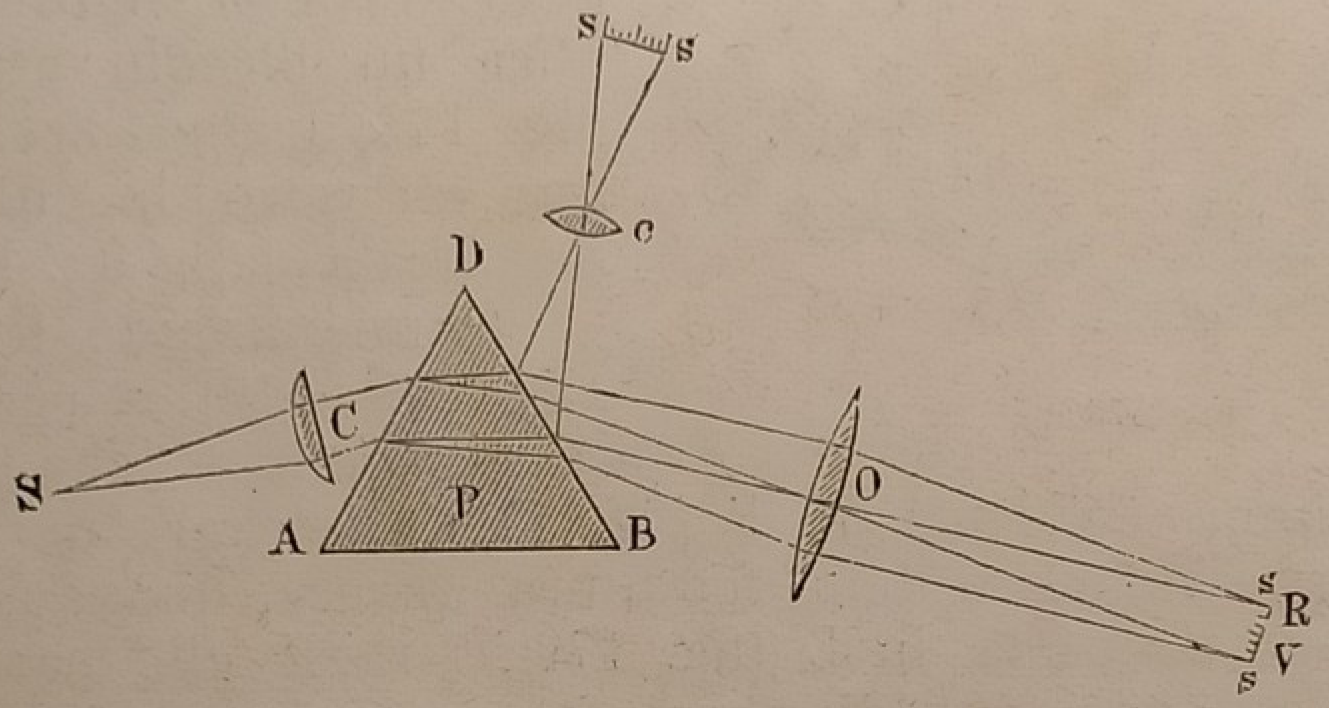


Fig. 177.

del collimatore, quindi arrivano paralleli sul prisma da cui vengono deviati e dispersi. La lente obbiettiva o del cannocchiale riunisce i raggi rossi in R, i violetti in V ed i rimanenti sulla linea R V. Ora in *ss*, alla distanza focale della lente *c*, trovasi la scala trasparente illuminata posteriormente. Perciò i raggi che partono da un punto della scala cadono paralleli fra loro sulla faccia D B del prisma. Una parte di essi penetra in questo, ma viene assorbita dalla faccia annerita A B; l'altra parte viene riflessa dalla faccia D B verso la lente O e riunita in un punto della linea R V. Perciò in R V cadono l'una sopra l'altra le immagini reali, dello spettro e della scala, e vengono osservate mediante la lente oculare del cannocchiale, la quale venne omessa nel disegno; quindi se, per es., l'osservatore guarda lo spettro di una fiamma, vede al di sotto della scala delle linee luminose colorate in diverse posizioni di quella.

13. Le linee di Fraunhofer corrispondono alle seguenti divisioni della scala di Bunsen:

A	B	C	D	E	F	G	H
17	28	34	50	71	90	127	166.

Ma i numeri di tali scale arbitrarie non hanno valore assoluto, e mutano col variare del prisma. Una scala non arbitraria, ma assoluta, dovrebbe essere tracciata dipendentemente dalle lunghezze d'onda. Siccome sono note le lunghezze d'onda delle

linee di Fraunhofer (§ 58, n° 6), così si può, per ogni spettroscopio con scala arbitraria, facilmente costrurre una tabella, o una scala le cui divisioni corrispondano alle diverse lunghezze d'onda.

14. Inoltre, *per potere confrontare fra loro spettri diversi*, la lastra munita di fenditura che si colloca all'estremità del tubo A (fig. 176) ha la seguente disposizione: avanti alla metà inferiore della fenditura si applica un piccolo prisma *ab* (fig. 178) triangolare, equilatero, di vetro, la cui azione è indicata dalle fig. 179, 180.

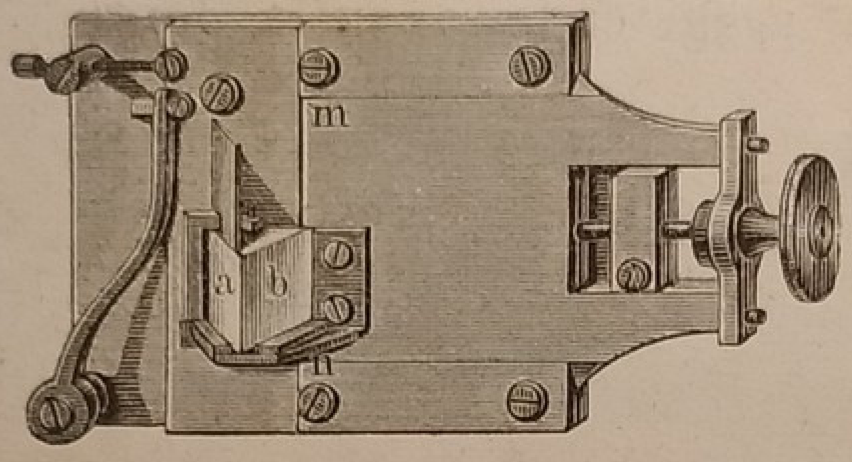


Fig. 178.

Primieramente il prisma *cdf* (fig. 179) impedisce ai raggi luminosi che partono dalla fiamma collocata in F (fig. 176) di entrare nel tubo A per la parte inferiore della fenditura. Invece, quando un'altra fiamma sia collocata in L (fig. 179), i raggi che partono da questa e cadono perpendicolarmente sulla faccia *df* non vengono deviati dal prisma, ma giungono sulla faccia *cd* in *r* ove subiscono la riflessione totale, e poi escono dal prisma in *s* anche senza deviazione, e per la fenditura entrano nel tubo A (fig. 176); quindi osservando nel cannocchiale B si veggono l'uno sopra l'altro due spettri; cioè al disotto lo spettro della fiamma F (poichè il cannocchiale astronomico B rovescia le immagini, e sopra lo spettro della fiamma L (fig. 179).

15. Negli apparecchi di Steinheil, il più sovente il piccolo prisma ha la posizione indicata dalla fig. 180, nella quale esso

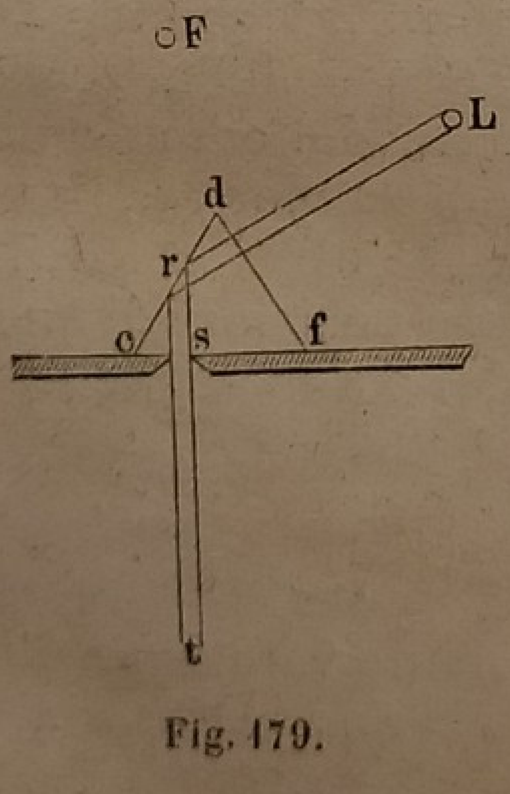


Fig. 179.

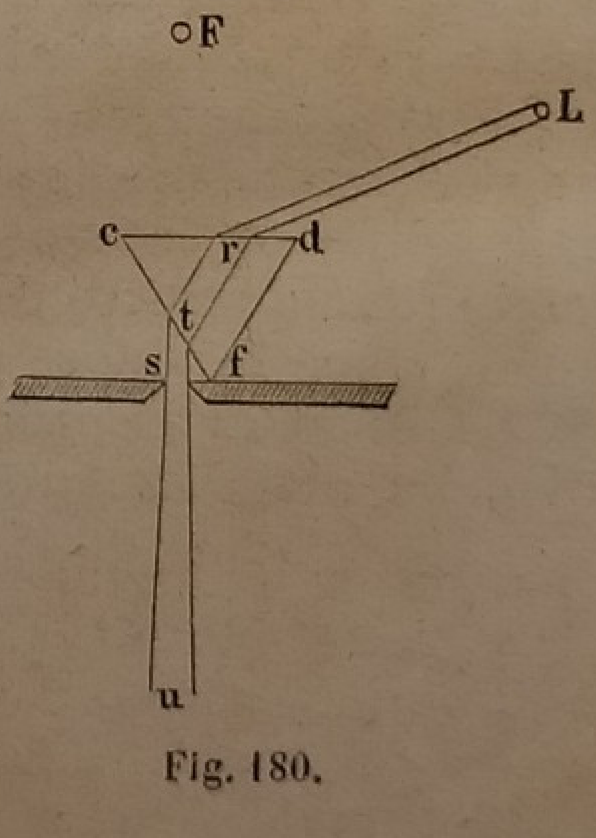


Fig. 180.

produce lo stesso effetto, ma in altra maniera. I raggi che

partono da L e attraversando il prisma arrivano alla fenditura, non formano come nel caso precedente un fascio di raggi paralleli indecomposti, ma un fascio di raggi scomposti e divergenti. Ma siccome la fenditura *m n* (fig. 178) si trova nel foco principale della lente del tubo A (fig. 176), così i raggi che dalla fenditura cadono sulla lente divergenti, vengono da questa resi paralleli, cosicchè risulta il medesimo effetto come se sul prisma P (fig. 176) cadesse luce non decomposta.

16. La descritta disposizione serve anche a *confrontar lo spettro di una fiamma qualunque collo spettro solare.* Infatti, se si toglie la fiamma F (fig. 176), e si lascia entrare la luce solare diffusa per la metà superiore della fenditura *m n* (fig. 178), mentre la fiamma L (fig. 179), è quella gialla dell'alcool salato (che si ottiene mettendo un poco di sale di cucina sullo stoppino d'una fiamma ad alcool), si vede che la riga gialla dello spettro del sodio coincide esattamente colla linea nera D dello spettro solare, cosicchè la prima appare come un prolungamento della seconda.

17. *Spettroscopio di Kirchoff.* — La fig. 181 rappresenta l'ap-

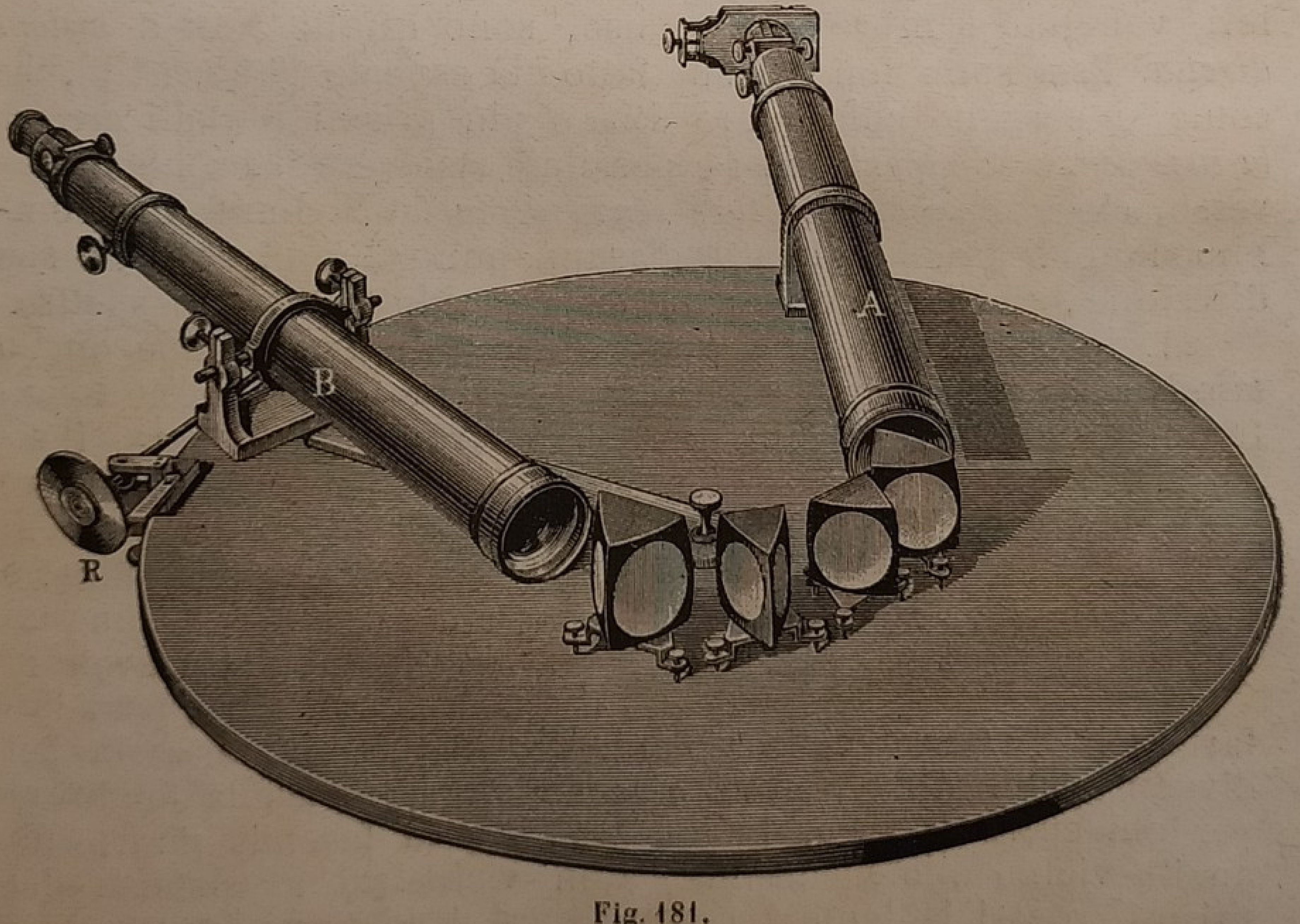


Fig. 181.

parecchio spettrale usato da Kirchoff nelle sue celebri *ricerche sullo spettro solare e sugli spettri degli elementi chimici.* Per aumentare la dispersione dei raggi luminosi, egli fece passare

i raggi successivamente a traverso 4 prismi, dei quali i tre primi avevano un angolo rifrangente di 45° e l'ultimo di 60°. Come nella figura precedente, A è il collimatore e B il cannocchiale.

Kirchoff con tale stromento contò nello spettro solare più di 3000 linee oscure, e ne determinò le posizioni relative su di una scala.

18. Altri osservatori adoperarono spettroscopi con un numero ancora maggiore di prismi; ma quando il numero di questi è troppo grande la luce è troppo debole. Del resto Fickering ha dimostrato, che un prisma di 64° dà una dispersione più che doppia di quella di un prisma di 45°, con minor perdita di luce, e che una combinazione di 7 prismi di 64° è più efficace che una di 12 prismi di 45°.

19. Infine è da notare che, mentre gli spettroscopi dei diversi fabbricanti coincidono nelle parti essenziali, variano poi alquanto nelle loro disposizioni particolari, come avviene anche negli altri stromenti.

20. *Spettroscopi a visione diretta.* — Una classe speciale di spettroscopi, che per la loro comodità, siccome piccoli e tascabili, vengono sempre più in uso, sono quelli detti a *visione diretta.* Essi sono fondati sul fatto già esposto (§ 62, n° 9), che come si possono combinare due o più prismi i quali *deviano la luce senza scomporla*, così è possibile risolvere il problema inverso, cioè, *scomporre la luce senza deviarla*. Mediante tale combinazione di prismi, si vede ciascun punto luminoso nella sua direzione, ma la luce è scomposta e ridotta ad uno spettro.

21. Lo spettroscopio a visione diretta più comodo è quello *tascabile* di Browning (Londra), rappresentato in sezione longitudinale dalla fig. 182 in grandezza circa $^2/_5$ della vera. Il sistema di 3, ovvero di 5 prismi di crown e flint, è contenuto in un tubo scorrevole in un altro, per adattarlo alla distanza della visione distinta, la quale varia pei diversi occhi. All'estremità *g* (a sinistra) trovasi la fenditura per cui entra la luce, la quale si regola facendo girare un anello vicino alla medesima, e in vicinanza al sistema dei prismi trovasi la lente del collimatore. L'apertura oculare trovasi all'estremità *g* (a destra). Per riparare l'interno dello stromento dalla polvere, alle sue aperture esterne sono applicate lastrine di vetro.

Fig. 182.

22. Infine Hilger, per aumentare la dispersione e rendere

meglio visibili le linee di Fraunhofer, sostituì alla lente del collimatore una lente cilindrica, e aggiunse una lente convergente fra il sistema dei prismi e l'occhio.

23. Gli *spettroscopii astronomici* hanno poi disposizioni speciali delle quali non si può discorrere in un libro elementare.

24. *Spettrometri.* — Si dicono *spettrometri* gli spettroscopii muniti di quadrante graduato, per potere misurare esattamente l'angolo che l'asse del cannocchiale fa con quello del collimatore, al fine di determinare l'indice di rifrazione corrispondente alle diverse linee di Fraunhofer. Ma come si è già notato (§ 59 n° 1) i limiti di questo libro non permettono di parlare di tali stromenti e del loro uso.

§ 72. Analisi spettrale. — 1. L'analisi spettrale ha per oggetto lo studio dello spettro della luce emessa o riflessa o trasmessa dai corpi.

2. Si possono dapprima distinguere due generi di spettri, cioè gli spettri di *emissione* e di *assorbimento.* I primi sono quelli somministrati dalla luce emessa dai corpi luminosi; i secondi risultano quando la luce emessa da un corpo luminoso è stata parzialmente assorbita da un altro.

Si distinguono poi tre specie di spettri d'emissione e due di assorbimento.

3. 1° *Spettro di emissione continuo.* — Questo consiste in una striscia colorata coi colori dello spettro solare i quali si succedono con continuità e senza alcuna interruzione.

Tali sono gli spettri dati dai solidi e liquidi incandescenti, i quali possono bensì variare alquanto, secondo la temperatura della sorgente, ma differiscono poco fra loro, e perciò non sono caratteristici.

Così, se con una corrente elettrica si riscalda un filo di platino posto avanti la fenditura del collimatore dello spettroscopio, quando esso avrà raggiunto la temperatura di circa 525° comincierà ad emettere luce rossa, e il suo spettro presenterà la sola parte rossa, ma non solcata da alcuna linea oscura. Aumentando l'intensità della corrente, il filo diviene splendente e contemporaneamente il suo spettro si estende, mentre la parte preesistente aumenta di splendore. Sui 650° lo spettro arriva fino al verde, verso gli 800° si aggiunge l'azzurro, a 1200° il filo diviene incandescente, e il suo spettro presenta anche il violetto, per modochè diviene completo e continuo.

Lo stesso avviene cogli altri corpi conduttori della corrente elettrica, come i metalli e il carbone, come pure per l'arroventamento dei solidi e liquidi, mediante le fiamme. Per es. il platino, il ferro, l'argento, il vetro, fusi e incandescenti, danno pure uno spettro completo e continuo.

Infine, è pure continuo lo spettro delle fiamme ordinarie, come quelle degli olii, dei grassi, del petrolio, del gas luce, perchè esse contengono sospese minutissime particelle del solido ed infusibile carbonio.

4. *Spettri di emissione a righe splendenti isolate.* — I corpi aeriformi incandescenti, a pressioni non superiori all'atmosferica, danno spettri discontinui caratteristici, costituiti da speciali linee luminose, isolate o riunite in gruppi, parallele alla fenditura, e ben distinte su un fondo più oscuro.

Per ottenere questi spettri a righe bisogna pertanto ridurre le sostanze allo stato aeriforme e incandescente, il che si fa in diverse maniere per i diversi corpi.

5. Così, *per osservare gli spettri a righe dei metalli alcalini* (sodio, potassio, litio, ecc.) basta guardare collo spettroscopio una fiamma Bunsen, nella quale si è introdotto con un filo di platino una piccola quantità di qualche sale dei detti metalli. Servono bene a tale scopo i cloruri.

Per es., quando la detta fiamma è colorata in giallo con cloruro di sodio, si vede una sola linea splendente gialla (che si indica con Na, α) presso la divisione 50 della scala di Bunsen, al posto della riga nera D dello spettro solare.

6. Secondo Kirchoff e Bunsen, per scorgere codesta riga basta che la fiamma contenga $^1/_{3\,000\,000}$ di milligramma di cloruro di sodio. E siccome si vede traccia della medesima anche senza mettere detto metallo nella fiamma, se ne conclude che esso si trova nel polviscolo atmosferico.

Il che si spiega, osservando come più di $^2/_3$ della superfice terrestre sono coperti di acqua, che tiene in soluzione cloruro di sodio, e i venti che sollevano i flutti, strappano all'acqua goccioline, che poi svaporando lasciano nell'aria polvere di cloruro di sodio.

7. I *sali di potassio* danno un debole spettro continuo il cui maggiore splendore è nell'azzurro, con due linee chiare caratteristiche, una ($K\,\alpha$) nell'estremo rosso, ed una più debole ($K\beta$) nel violetto. Si ottiene più distinto tale spettro colle scintille elettriche. La sensibilità è solo $^1/_{3000}$ di quella del sodio.

8. Lo spettro del *vapore di litio* è costituito da una riga rossa (Li, α) assai distinta e caratteristica, e una aranciata (Li, β) assai debole. La sensibilità della sua reazione è $^1/_{27}$ di quella del sodio, e quindi ancora assai grande.

Lo spettro dei *sali di strontio* si distingue per alcune righe nel rosso e nell'aranciato, come pure per una bella linea azzurra, mentre vi manca il verde.

9. I *sali di calcio* danno una linea principale nell'aranciato ed una assai caratteristica nel verde giallognolo; i sali di bario

presentano linee verdi assai chiare, ma un poco sfumate, e ancora parecchie linee più deboli nel giallo e nell'arancio.

10. Per vaporizzare la maggior parte dei *metalli pesanti* (ferro, cobalto, nichel, cromo, manganese, rame, piombo, mercurio, argento, oro, platino, palladio ecc.) non basta il calore della fiamma Bunsen. Quindi si ricorre alle scintille elettriche di un rocchetto d'induzione. Codeste scintille contengono particelle divelte ai fili fra cui esse avvengono, i quali si fanno del metallo da esplorarsi; ovvero si fanno scoccare le scintille fra punte di platino, bagnate con soluzioni dei detti metalli, od infine si collocano nell'arco voltaico, come è stato detto (§ 71, n° 8).

Gli spettri di tali metalli presentano in generale più numerose linee dei precedenti. Così, lo spettro delle scintille del cloruro di ferro presenta più di 500 righe, il maggior numero delle quali trovasi fra C e F.

11. Il rame allo stato di cloruro colora la fiamma a gas in bel verde e dà uno spettro, il quale, secondo la quantità del sale contenuto nella fiamma, contiene un numero più o meno grande di striscie colorate, che costituiscono quasi uno spettro continuo, quando la quantità è assai grande, e quando è minima diminuiscono di numero e di intensità. Esse giacciono da C fino oltre G, e hanno la massima intensità nei contorni di E. Lo spettro delle scintille è poi diverso; vi mancano le striscie presso E e appaiono molte altre linee chiare e fine.

12. Si osserva poi, in generale, che col crescere del riscaldamento le linee prima deboli divengono più vive, mentre altre nuove appaiono.

13. Gli spettri delle leghe contengono in generale le linee dei metalli componenti mescolate. Ma per la prevalenza di un metallo, le linee dell'altro possono essere più o meno occultate.

14. Perciò codeste righe caratteristiche dei detti elementi, costituiscono un mezzo delicato di analisi chimica.

Così, se si mette uno sigaro incenerito nella fiamma della lampada Bunsen, si veggono le linee del potassio, sodio, litio, il che attesta la presenza di questi metalli nelle ceneri del sigaro.

15. Anzi, *mediante l'osservazione di nuove linee*, non appartenenti ai corpi di cui si conosce lo spettro, *si giunse a scoprire nuovi corpi semplici.*

Così Bunsen collocando nella fiamma depositi di acque minerali, osservò linee spettrali le quali non appartenevano ad alcuno dei metalli conosciuti, e ne scoprì due nuovi, il *cesio* e il *rubidio*. Il primo dà uno spettro con 2 linee azzurre caratteristiche (Cs, α; Cs, β) e una doppia linea aran-

ciata (Cs, γ). Il secondo presenta 2 linee violette assai intense (Rb, α, Rb, β) e due (Rb, δ) giacenti nell'estremo rosso, d'onde appunto il nome di rubidio; queste linee si osservano bene coi cloruri dei detti metalli. A più elevata temperatura si presentano poi ancora altre linee.

16. Più tardi Crookes esaminando nello stesso modo i depositi delle camere di piombo di una fabbrica di acido solforico, scoprì il metallo *tallio*, simile al piombo, e caratterizzato da una bella linea verde, assai vicino alla linea E di Fraunhofer.

17. Reich e Richter trovarono parimenti in certi minerali di zinco un metallo a quello somigliante, cioè *l'indio*, caratterizzato da due linee spettrali, una azzurra fra F e G, e una violetta più debole, vicina ad H.

18. Infine Lecocq scoprì il metallo *gallio*, caratterizzato da una sottile linea violetta che appare nello spettro delle scintille, e assai debolmente colla fiamma Bunsen.

19. *Presentano pure spettri discontinui e caratteristici* ecc., la maggior parte dei gas assai rarefatti, contenuti nei tubi di Geissler quando sono resi incandescenti mediante le scariche elettriche del rocchetto d'induzione.

Così, un tubo di Geissler contenente gas idrogeno rarefatto, a 2 o 3 mm. di pressione, quando diviene luminoso per le scariche del rocchetto, splende nelle sue parti più sottili di bella luce porporina, la quale osservata collo spettroscopio presenta 3 righe caratteristiche, una rossa, una verde azzurra e una violetta.

Però Wulner ha dimostrato che *anche i gas quando sono compressi e attraversati da scariche elettriche molto intense, possono dare uno spettro continuo*. Così lo spettro dell'idrogeno, diviene continuo alla pressione di 1320 mm. di mercurio, cioè di 1 atmosfera e $^3/_4$.

20. *Spettro di emissione a colonnato o scanalato*. — Questo consiste in una o più striscie colorate alquanto larghe, la cui luce ordinariamente è più viva dalla parte di ciascuna striscia rivolta al rosso, e più debole dalla parte del violetto. Soventi una striscia o colonna appartiene in parte ad un colore e in parte al seguente, e soventi in uno stesso colore si osservano più striscie.

Così l'azoto nei tubi di Geissler splende con colore rosso di pesca, e presenta uno spettro con molte righe chiare vicine nel rosso, aranciato, giallo e verde, le quali sono separate da linee oscure sottili; invece nell'azzurro e violetto, presenta scanalature.

21. *Presentano pure in generale spettro scanalato* le combinazioni chimiche allo stato di vapore luminoso, e gli elementi gazosi

non rarefatti e non molto condensati, ma in grossi strati, quando vengono attraversati da scariche elettriche diffuse in tutta la massa. Le scanalature differiscono da un gas all'altro, cosicchè osservandole con precisione, si può anche dalle medesime distinguere i diversi gas. Quando poi la pressione oltrepassa un certo limite che varia colla natura del gas, e colle dimensioni del tubo impiegato, cosicchè invece della luce diffusa nascano delle scintille lineari, allora lo spettro si presenta nuovamente a righe sottili.

Ma gli spettri a colonnato delle combinazioni chimiche si ottengono difficilmente, perchè, per il grande calore necessario a portare i vapori composti allo stato incandescente nelle fiamme, e per le forti scintille, le combinazioni chimiche si scompongono. Perciò, per riconoscere le chimiche combinazioni si usa il loro spettro di assorbimento, per ottenere il quale, come vedremo, non occorre riscaldamento.

22. Assai importante è lo *spettro a tre scanalature delle combinazioni del carbonio*. Lo si osserva nello spettro della parte azzurra inferiore della fiamma Bunsen, e della maggior parte delle altre fiamme ordinarie dei carburi d'idrogeno, come pure coi tubi di Geissler contenenti tali carburi; esso consta di tre scanalature sfumate, l'una di colore verde giallognolo, l'altra verde azzurro, e la terza azurro violetta.

Dopo che si osservarono codeste tre scanalature nella coda e chioma di parecchie comete, si è indotti a pensare che quelle parti constino di vapori di carburi d'idrogeno, i quali divengono luminosi per deboli scariche elettriche, perchè lo spettro a scanalature si presenta in tali specie di scariche, come pure nei lampi diffusi, e specialmente quando dette scariche avvengono nell'azoto. Questo gas, come si è notato, presenta, in modo particolare, sovente lo spettro scanalato; invece gli altri gas elementari lo presentano solo quando sono molto condensati. I vapori di solfo e di iodo, a poco elevata temperatura, presentano uno spettro scanalato; invece ad assai elevata temperatura, quando il vapore si approssima allo stato di gas perfetto, uno spettro a linee.

Quindi la congettura, che lo spettro a linee nasca dalle vibrazioni degli atomi, e quello scanalato dalle vibrazioni molecolari; perciò l'azoto sarebbe difficilmente dissociabile in atomi.

23. Pertanto, *la costanza degli spettri dei gas e vapori incandescenti non è assoluta;* per assai grande condensazione danno spettri continui; per minore condensazione danno spettri a colonnato o a righe, secondo che sono in strati più o meno grossi, e per più elevate temperature compaiono nuove linee;

ma, in generale, quelle che appaiono a più elevate temperature sono più corte.

24. Lo *spettro* di *assorbimento a righe sottili oscure*, è una striscia colorata con tutti i colori spettrali, ma interrotta da linee parallele oscure perpendicolari alla lunghezza dello spettro come quello del sole colle linee di Fraunhofer, il quale si osserva anche nella luce della luna e dei pianeti, che splendono per luce solare riflessa. Oltre il sole, tutte le stelle fisse, che sono altrettanti soli, presentano uno spettro consimile.

Tale specie di spettro risulta quando un corpo incandescente che dà uno spettro continuo è circondato da un'atmosfera di vapore o gas meno luminoso; *le linee oscure appaiono nei luoghi in cui il vapore o gas, se splendesse solo, presenterebbe le sue linee spettrali splendenti caratteristiche*. Quindi delle linee oscure dello spettro di assorbimento si conoscono le sostanze contenute nell'atmosfera che avvolge il corpo.

25. L'*enunciata proposizione* intorno all'origine delle linee oscure *si può dimostrare obbiettivamente e soggettivamente*.

Nel primo modo, si colloca avanti alla viva luce di una lampada elettrica la fiamma di una lampada Bunsen colorata in giallo con del sodio introdottovi mediante il filo di platino. La luce elettrica, che attraversa la fiamma colorata dal sodio, viene concentrata con una lente e fatta passare per un prisma, quindi la si riceve su uno schermaglio, e si vede su questo uno spettro continuo, con una linea oscura, nel luogo in cui la fiamma gialla del sodio da sola avrebbe presentato una linea splendente gialla.

26. Si può vedere *soggettivamente la linea oscura del sodio* guardando con uno spettroscopio una luce elettrica, nel cui carbone inferiore alquanto incavato si è deposto un pezzo di sodio, il quale viene ridotto in vapore incandescente dalla corrente elettrica.

27. Più semplicemente ancora si può scorgere detta linea con la fiamma di una lampada Bunsen, nella cui parte superiore e posteriore si colloca un filo di platino, che diviene rovente, mentre nella parte anteriore e inferiore si tiene un pezzo di sale di cucina; così basta anche uno spettroscopio tascabile a visione diretta per osservare nello spettro continuo dato dal filo di platino la linea oscura D.

28. Infine, il modo più semplice per osservare tale inversione, si è quello di Weinhold. Si dirige uno spettroscopio, costituito solo da una fenditura e un prisma senza lente, su di una viva fiamma bianca, di una lampada a petrolio che dà uno spettro continuo; poi si interpone una fiamma ad alcool salato *tra l'occhio ed il prisma* per modo da coprire l'intiero

spettro colla fiamma gialla, e tosto si vede la linea oscura del sodio. Invece, se si colloca la fiamma gialla tra quella bianca e la fenditura, si vede splendere la linea gialla del sodio.

Perchè nel primo caso la fiamma gialla aumenta l'intensità della luce nei luoghi vicini alla linea gialla, mentre nel secondo caso, la luce non viene accresciuta in questi.

29. L'apparizione delle linee nere nello spettro si spiega colla legge di assorbimento stabilita da Kirchoff secondo la quale *un corpo che riceve raggi luminosi o calorifici assorbe appunto quelli che esso è capace alla sua volta di emettere.*

Tale fenomeno è analogo a quello della risonanza (§ 18), per cui, se una miscela di più onde sonore colpisce una corda tesa o un diapason, questi corpi ricevono il moto vibratorio solo da quelle onde che essi stessi possono emettere, e naturalmente il moto che si comunica ai medesimi si spegne nella miscela. Analogamente avviene per la luce.

30. Quindi nel luogo dello spettro cui corrisponde la luce assorbita dalla fiamma avviene un doppio effetto; la chiarezza viene aumentata dalla luce emessa dalla fiamma, diminuita invece dalla luce da essa assorbita. Ora, se essa assorbe più luce di quella che emette, evidentemente nel luogo corrispondente, deve succedere un indebolimento di luce rispetto agli altri luoghi dello spettro, cioè una riga oscura. Ma perchè la fiamma assorba più luce di quella che emette, deve la sorgente luminosa che manda luce nella fiamma, avere maggiore intensità luminosa di questa. Ora l'intensità luminosa dipende dalla natura dei corpi e dalla loro temperatura, e per corpi della stessa natura dipende solo dalla temperatura.

31. Quindi, nel caso del vapore di sodio, se la sorgente che dà lo spettro continuo è la fiamma di una lampada ad olio, e se fra essa e la fenditura dello spettroscopio si pone la fiamma dell'alcool salato, la linea D spicca splendente e non oscura, perchè la radiazione corrispondente alla detta linea emessa dalla fiamma dell'alcool salato è più intensa che quella della fiamma ad olio.

32. Pertanto, lo spettro solare colle linee di Fraunhofer ci insegna che il sole consta di un nucleo di materia ad elevatissima temperatura, la cui superfice incandescente detta *fotosfera* (sfera di luce) irradia luce bianca, la quale da sola darebbe uno spettro continuo. Questo nucleo è circondato da un'atmosfera di gas e vapori, che si chiama *cromosfera*, la quale, sebbene possegga una temperatura minore della fotosfera, è ancora abbastanza calda per contenere molti metalli come il ferro, il calcio, il magnesio nello stato aeriforme. La

luce della fotosfera, prima di arrivare a noi, dovendo attraversare la cromosfera, per l'azione assorbente dei gas e vapori che in essa si trovano, viene spogliata di quei raggi stessi che questi corpi sono capaci di emettere alla temperatura del nucleo, e che essi poi emettono bensì, ma con minore intensità, e così risultano le linee nere di Fraunhofer.

Lo spettro solare è perciò uno spettro di assorbimento, il quale contiene l'uno vicino all'altro gli spettri invertiti di tutte quelle sostanze che si trovano in stato aeriforme nell'atmosfera solare.

33. Presentano rimarchevole larghezza e oscurità le linee C e F, le quali corrispondono alle linee splendenti dell'idrogeno $H\alpha$ e $H\beta$, quindi si deduce che l'idrogeno è un elemento abbondante nell'atmosfera solare. Centinaia delle linee più fine di Fraunhofer coincidono con quelle chiare del vapore di ferro incandescente; quindi si conclude che il vapore di ferro deve pure trovarsi nell'atmosfera solare. Così pure dalla presenza della linea oscura D si deduce la presenza del vapore di sodio.

Le due linee *H* sono dovute ai vapori del calcio, e il gruppo distinto da Fraunhofer colla lettera *b* è dovuto ai vapori del magnesio.

Oltre i precedenti, fra gli elementi conosciuti, si è constatato la presenza del bario, nichel, cobalto, cromo, manganese, mentre vi mancano l'oro, il platino, il mercurio.

Infine, nello spettro solare esistono anche molte linee oscure le quali non coincidono con alcuna delle linee degli elementi terrestri.

34. Oltre alle linee delle sostanze che appartengono indubbiamente all'atmosfera solare, si osservano ancora nello spettro del sole molte altre linee oscure, le quali si spiegano per l'azione assorbente dell'atmosfera terrestre, e si dicono perciò *linee atmosferiche*, perchè esse divengono più distinte o appaiono solo quando il sole si avvicina all'orizzonte, e i suoi raggi debbono percorrere più lungo cammino nella nostra atmosfera. Tali sono le linee A e B la cui oscurità dipende essenzialmente dall'altezza del sole; esse, secondo Angström, sono da attribuirsi all'anidride carbonica dell'aria. Altre linee oscure e scanalature fra A e D, specialmente una scanalatura immediatamente innanzi D, dipendono dal vapore acqueo dell'atmosfera terrestre; esse si chiamano *linee della pioggia*, perchè colla loro più intensa apparizione annunziano la pioggia.

35. Deduzioni analoghe si ottengono esaminando la luce delle stelle.

36. Di più, quando nell'eclisse solare totale del 1868 si diresse lo spettroscopio alle *protuberanze rosee* che appaiono attorno

al disco solare occultato dalla luna, si riconobbe dalla linea $H\alpha$ che esse presentarono, che sono costituite principalmente da idrogeno, che cioè sono eruzioni di idrogeno incandescente. In seguito si è trovato modo di osservarle anche quando il disco solare non è eclissato, e si è così riconosciuto che nell'atmosfera solare avvengono soventi eruzioni, che si percepiscono così esattamente collo spettroscopio, per modo che se ne possono fare dei disegni, e si calcola la velocità della materia eruttata, dietro il *principio di Doppler*, il quale consiste in ciò, che quando un'eruzione è diretta verso di noi, il numero delle vibrazioni della sua luce ci appare accresciuto, e perciò le linee spettrali di quella appaiono spostate verso il violetto; cosicchè dalla grandezza dello spostamento si può calcolare la velocità della materia eruttata.

37. Questo fenomeno è anche analogo a quello che avviene pel suono. Quando il corpo sonoro e l'orecchio sono in quiete, l'altezza del suono dipende solo dal numero delle vibrazioni. Ma se l'uno o l'altro od ambidue sono in moto, l'altezza del suono varia colla velocità relativa della sorgente sonora e dell'orecchio. Così, quando la locomotiva parte fischiando, il sibilo si fa più grave, perchè aumentando la distanza della sorgente dall'orecchio, le condensazioni e rarefazione dell'aria arrivano più tardi che nel caso della quiete, colpiscono la membrana del timpano ad intervalli più lunghi, e quindi in numero minore. Inversamente nel caso dell'avvicinamento.

Analogamente avviene per la luce.

Perciò, dal senso degli spostamenti delle linee spettrali delle stelle e delle comete si conosce se esse si avvicinano o si allontanano da noi, e dal valore dei detti spostamenti si calcola la velocità dell'avvicinamento od allontanamento.

38. Infine, quando nel maggio del 1866 la stella T della nordica Corona, la quale fino allora era stata solo telescopica, quasi repentinamente raggiunse lo splendore di una stella di 2^a grandezza, il suo spettro presentò su un fondo chiaro continuo, con molte linee oscure alcune linee chiare, due delle quali (C e F) appartenevauo all'idrogeno. Codeste linee chiare sparirono dopo 12 giorni in cui la stella dalla 2^a discese alla 8^a grandezza; quindi si conobbe che il repentino splendore della stella è stato prodotto da una immane eruzione di idrogeno incandescente.

39. La luna e i pianeti splendono per luce solare riflessa e perciò presentano uno spettro come quello del Sole. Però, mentre quello della luna coincide con quello del Sole, perchè esso non ha atmosfera assorbente, invece Venere, Marte, Giove e Saturno, lasciano vedere nel loro spettro chiaramente l'in-

fluenza di un'atmosfera assorbente, nella quale, senza dubbio, esiste vapore acqueo.

40. *Spettro di assorbimento a colonnato.* — Questa è una striscia colorata co' diversi colori dello spettro, ma interrotto da striscie oscure sfumate o da larghi spazi oscuri; sovente mancano non solo alcuni colori, ma perfino più colori successivi dello spettro. Lo spettro di assorbimento risulta quando la luce di un corpo incandescente che darebbe uno spettro completo attraversa corpi trasparenti o almeno pellucidi, solidi o liquidi (il più sovente a bassa temperatura), ma anche brevi strati di densi vapori o di gas meno trasparenti, ed anche infine per grossi strati di aeriformi trasparenti. Tale spettro proviene evidentemente dall'assorbimento di una serie di raggi di una o più parti dello spettro.

41. Per es., se avanti alla fenditura di uno spettroscopio si pone una lastra sottile di vetro azzurro di cobalto e si guarda verso un fiamma chiara, appaiono nel rosso ed aranciato larghe striscie più o meno oscure, lo spazio del verde è affatto oscuro, mentre appaiono chiaramente il giallo, l'azzurro e il violetto; quindi si conclude che il vetro di cobalto assorbe il verde completamente, il rosso e l'aranciato parzialmente, ma lascia passare completamente il giallo, l'azzurro e il violetto.

42. Se tra lo spettroscopio e la fiamma si interpone un recipiente di vetro pieno di vapore violetto di iodo, si veggono numerose piccole striscie oscure nell'aranciato giallo e verde, mentre il rosso, azzurro e violetto rimangono quasi inalterati.

Col riscaldamento cresce l'assorbimento. Per es. col vapore di iodo, le striscie divengono più larghe e ne appaiono delle nuove verso il violetto.

In simile guisa agisce la grossezza dello strato. Se la luce solare passa per un tubo lungo pieno di vapore acqueo, il suo spettro, oltre alle linee di Fraunhofer acquista parecchie striscie sbiadite; queste appaiono anche quando l'atmosfera è umida, a al sorgere e tramontare del sole.

43. Le piante debbono la loro colorazione verde ad una materia contenuta nelle loro cellule, detta *clorofilla*. Lo spettro di assorbimento di tale sostanza è caratterizzato da una striscia nera nel mezzo del rosso, tra le linee B e C, mentre l'estremo rosso e il rosso aranciato non sono indeboliti; tre deboli striscie di assorbimento si mostrano nell'aranciato, giallo e verde; mentre la parte azzurro-violetta da F in H è completamente assorbita.

44. Gli spettri di assorbimento non sono veramente così netti come quelli di emissione; tuttavia essi per la maggior parte dei corpi sono abbastanza sensibili per servire a ricono-

scerli, e presentano il grande vantaggio che per la loro produzione non è necessario il riscaldamento del corpo; soventi è solo necessario sciogliersi in un liquido che si presenta poi colorato. Perciò, l'analisi spettrale dell'assorbimento è assai vantaggiosa nelle scienze e nelle arti; per es., per scoprire le adulterazioni delle materie coloranti, delle sostanze alimentari, per decidere intorno agli avvelenamenti, per riconoscere le malattie, ecc. Anzi, si è perfino fondato su di essa un nuovo metodo di analisi chimica quantitativa, il quale permette di determinare rapidamente la quantità di una sostanza che si trova in una soluzione.

45. Così, se si mette sangue diluito con acqua in un recipiente di vetro avanti alla fenditura di uno spettroscopio, svanisce l'estremità violetta dello spettro, e tra D ed E si presentano due larghe scanalature oscure, le quali sono separate da uno spazio verde giallognolo, che nessun'altra sostanza colorante produce in egual maniera, e perciò permette di distinguere le più piccole tracce di sangue. Anche ogni alterazione chimica del sangue, come quella che avviene nell'avvelenamento coll'ossido di carbonio o coll'acido cianidrico (HCN) si riconosce da un cangiamento corrispondente nello spettro.

Quindi lo spettroscopio può prestare importanti servizii ai fisiologi, medici, chimici.

46. Il *microspettroscopio* che è un microscopio unito ad un prisma, permette di applicare tale metodo di analisi alle più piccole quantità delle materie da riconoscere.

§ 73. Colori dei corpi per trasparenza e diffusione. — 1. *Colori per trasparenza. Un corpo trasparente è incoloro quando lascia passare nella stessa misura tutti i raggi della luce bianca; invece è colorato quando lascia passare solo una parte di quelli e assorbe gli altri.*

Infatti, mentre la luce che passa a traverso il vetro ordinario bianco delle finestre, scomposta con un prisma, presenta uno spettro con tutti i colori, invece quella che ha attraversato un vetro colorato, per es., in rosso con ossido di rame, presenta uno spettro composto solo di luce rossa più o meno pura, nel quale mancano più o meno completamente gli altri colori; il che dimostra che quel vetro lascia solo passare i raggi rossi e assorbe più o meno completamente gli altri. Esso si comporta come un setaccio che lascia solo passare i raggi di quel colore che esso presenta per trasparenza, e trattiene più o meno perfettamente gli altri. Però, solo i vetri colorati in rosso coll'ossido di rame (ossido ramoso Cu_2O) lasciano passare quasi esclusivamente i raggi rossi; la maggior parte dei vetri rossi lasciano passare anche altre specie di raggi come i gialli.

Così pure, un vetro verde, azzurro, violetto, o un liquido colorato, lascia passare solo alcune qualità di raggi, la cui miscela costituisce il colore che esso presenta per trasparenza.

Il che si può pure constatare osservando lo spettro della luce attraversante la lastra, riflesso in uno specchio piano che si fa rapidamente girare ed oscillare, per modochè nei diversi punti della rètina per la persistenza delle immagini le impressioni dei diversi colori si sovrappongano.

2. *L'assorbimento di un mezzo per una data luce omogenea* cresce colla sua grossezza. Infatti nello spettro della luce che attraversa un sottile vetro colorato in azzurro col cobalto, si veggono ancora tutti i colori, solo il giallo e il verde sono più indeboliti che i rossi ed azzurri; ma aumentando la grossezza di quel vetro, la parte mediana dello spettro scompare sempre più, e infine rimane solo più la luce rossa e azzurra. Queste non vengono ulteriormente assorbite da altri strati dello stesso vetro.

Perciò, anche i corpi che in sottili strati appaiono trasparenti e incolori perchè assorbono debolissimamente qualche specie di raggi, manifestano una colorazione quando sieno osservati in strati abbastanza grossi. Così, mentre l'acqua distillata, in sottile strato è incolora, appare leggermente colorata in azzurro, quando se ne osserva uno strato della grossezza di due metri. Così pure il vetro delle finestre che osservato perpendicolarmente alle sue facce appare incoloro, osservato parallelamente alle medesime appare verdognolo.

3. Se poi la luce che è colorata per l'assorbimento di un mezzo si fa passare per un altro che assorbe appunto quella, allora essa viene completamente spenta. Perciò, facendo passare la luce per due vetri di colori complementari, per es. uno rosso e l'altro verde, anche con piccola grossezza, essi la assorbono quasi completamente, e costituiscono un mezzo opaco.

4. *Colori dei corpi per diffusione.* — Si è già notato (§ 43) che una parte della luce incidente sui corpi viene da questi diffusa, cioè rimandata indietro in tutte le direzioni, e che per essa noi li vediamo. Ora, come i colori dei corpi per trasparenza nascono dalla proprietà che essi hanno di lasciare passare solo certe qualità di raggi colorati della luce bianca e di assorbire gli altri, così pure i colori dei corpi per diffusione dipendono dalla proprietà che essi hanno di diffondere solo certe specie di raggi colorati della luce bianca e di assorbire gli altri. Li vediamo bianchi quando diffondono abbondantemente tutti i raggi nella stessa proporzione in cui si trovano nella luce bianca; grigi quando li diffondono pure tutti, ma debolmente; neri quando li assorbono tutti; e infine li vediamo

colorati, quando ne assorbono alcuni e diffondono solo parzialmente i raggi colorati elementari che compongono la luce bianca. Cioè il colore che presenta un corpo illuminato con luce bianca è quello che risulta dai raggi che esso non assorbe.

5. Il che è dimostrato dalle seguenti osservazioni. Dapprima, se in una camera oscura si fa cadere un fascio di raggi solari su di una superfice bianca, si vede diffondersi in tutta la camera una luce bianca, mentre una superfice nera non diffonde punto luce, e una superfice rossa, verde, ecc., diffonde luce rossa, verde ecc. Quindi, una camera a pareti bianche è più chiara che la stessa con pareti colorate. Quindi ancora l'uso dei telai bianchi avanti alle finestre delle camere per aumentare la luce diffusa in queste.

Se poi si proietta lo spettro solare su un foglio di carta bianca, vi si scorgono le varie tinte di quello, perchè una tale superfice è capace di diffondere egualmente i raggi di diverso colore che compongono la luce bianca. Perciò, osservando una sottile striscia di carta bianca con un prisma, si vede uno spettro con tutti i colori.

Dunque una superfice bianca ha la proprietà di diffondere tutti i raggi colorati costituenti la luce bianca.

Ripetendo l'esperienza con una superfice perfettamente nera, per esempio un foglio di carta coperto di nero fumo, non si scorge alcun colore. Dunque questo li assorbe tutti.

Se invece si proietta lo spettro su una superfice colorata, si vede che esso presenta modificazioni simili a quelle osservate coll'interposizione di lamine trasparenti colorate, cioè mentre alcune parti, cioè quelle i cui raggi vengono diffusi, splendono vivamente, altre, cioè quelle i cui raggi vengono assorbiti, sono più o meno oscure o nere.

Per esempio, se si proietta lo spettro su una carta o stoffa rossa, si vede splendente questo colore e qualche altro, perchè in generale i colori dei corpi non sono semplici, ma la maggior parte dello spettro appare nera, perchè la superfice su cui viene proiettato non è capace di diffondere i raggi degli altri colori. Analogamente avviene per superfici verdi, azzurre, ecc.

Ed in generale, i colori dello spettro che un corpo diffonde sono quelli stessi che esso presenta quando con un prisma si osserva una sottile striscia del medesimo.

6. Così pure, se si fa passare nei diversi colori dello spettro un nastro rosso puro, si vede che esso presenta il suo colore solo quando si trova nel rosso; e se il suo colore non è semplice, ma composto di più colori semplici, esso prende la tinta

di questi quando passa per quella dello spettro che fa parte del suo colore, mentre in quelle mancanti nel detto colore appare nero. Analogamente avviene per un nastro verde ecc.

Un nastro nero appare nero in tutti i colori dello spettro.

7. Quindi, se in una camera oscura si fa cadere un fascio di luce solare su di un mazzo di fiori naturali o artificiali, e poi si colloca lateralmente una lente convergente per modo che riceva la luce diffusa da ciascun fiore, ed infine si mette nel foco coniugato della lente uno schermaglio bianco, si vede su questo un'immagine reale e colorata del mazzo di fiori, perchè ciascun punto luminoso diffonde raggi del proprio colore, i quali vengono dalla lente riuniti nei rispettivi fochi coniugati.

8. Perciò *i colori dei corpi si modificano secondo la qualità della luce che ricevono.* Infatti, se essi vengono illuminati colla fiamma gialla dell'alcool salato, solo quelli di tinta gialla non cambiano colore, e gli altri presentano cangiamenti più o meno spiccati.

Per es., molti corpi che alla luce bianca appaiono rossi, illuminati da quella luce appaiono giallognoli, perchè il loro colore rosso non è semplice, ma risulta da una mescolanza di varii colori, fra cui si trova il giallo; ed essi ricevendo solo luce gialla diffondono solo questa, e presentano tale colore.

Così pure un foglio di carta bianco, e la faccia delle persone illuminate da quella luce appaiono giallognole, mentre i corpi nel cui colore non entra il giallo appaiono neri.

Parimente, al lume di una candela, che è povero di raggi più refrangibili, azzurri, violacei, non si può distinguere un foglio giallognolo da uno bianco, perchè questo diffonde anch'esso specialmente i raggi giallognoli che riceve, e le stoffe azzurre appaiono verdognole, perchè diffondono specialmente la poca luce verde che ricevono.

Fenomeni analoghi si osservano illuminando i corpi con altre fiamme colorate, che si ottengono ponendo sullo stoppino della fiamma ad alcool composti metallici diversi, per es. con i sali di litio e di stronziana si ha una fiamma rossa, con quelli di bario e rame si ha fiamma verde.

9. Quindi si intende perchè i pittori ottengono, per es., il verde mescolando un colore azzurro con uno giallo, mentre i raggi gialli dello spettro uniti cogli azzurri, destano l'impressione del bianco (§ 57, n.° 3).

In generale, le materie coloranti non diffondono luce monocromatica, cioè di un solo colore; una materia gialla assorbe di preferenza i raggi violetti e azzurri; invece quella azzurra assorbe i raggi rossi e gialli; e perciò, nella luce diffusa

da opportuna mescolanza delle due sostanze colorate rimane predominante il verde.

10. Dal detto risulta ancora che un corpo nero è solo visibile per non essere perfettamente nero e per il contrasto col fondo non nero che lo circonda.

Infatti, se si pone un corpo nero, per es. un pezzo di carta annerita con nero fumo, ovvero del carbone in polvere, su un panno nero, allora manca il contrasto e resta solo più la visibilità dipendente dalla non perfetta nerezza del corpo, e per la quale questo potrà ancora essere visibile, ma assai meno che se si trovasse su di un fondo bianco.

11. La luce assorbita si trasforma in calore. Infatti un corpo esposto ai raggi solari si riscalda tanto più quanto maggiore è il suo assorbimento. Se si pongono sulla neve pezzi di stoffe della stessa sostanza, ma di diversa tinta, per es., uno bianco, uno nero, e altri diversamente colorati, si vede dopo qualche tempo che sono stati colpiti dai raggi solari, che la stoffa nera si è affondata di più che quelle colorate, e queste più della bianca, perchè la prima si è riscaldata più che le altre.

12. *Colori dei corpi in frammenti.* — Come abbiamo già osservato (§ 46, n° 12), un mezzo composto di particelle trasparenti alternate con altre di diversa refrangibilità, come il vetro pesto, la neve, le nubi, le schiume, diviene opaco, poichè la luce subisce numerose riflessioni, sia nella superfice esterna, sia sulla superfice interna di ciascuna particella. Di più tali mezzi divengono biancastri, ancorchè i loro elementi siano colorati, come si osserva specialmente nelle schiume dei liquidi colorati, per la mescolanza della luce riflessa totalmente, la quale è bianca.

13. *La luce diffusa proviene dagli strati interni.* — Siccome la maggior parte dei corpi per trasparenza presenta lo stesso colore che per diffusione, per es., un vetro che presenta colore azzurro per diffusione, appare tale anche per trasparenza, perciò si deve ammettere che l'assorbimento avviene già nello strato superficiale, e cresce bensì colla grossezza del corpo, ma è sempre della stessa qualità di luce, e che quella non assorbita viene in parte diffusa dagli strati interni, in parte trasmessa; ma siccome tanto quella quanto questa contengono nella stessa proporzione la luce non assorbita, perciò hanno la stessa tinta.

Solo i metalli e altri corpi coi così detti colori superficiali, di cui si è già parlato a proposito della dispersione anomala (§ 59, n° 9) debbono diffondere la luce già alla superfice.

Perciò quella che penetra nel loro interno e che viene trasmessa dopo essere stata modificata all'assorbimento risulta

diversa da quella diffusa superficialmente. Così, mentre l'oro per diffusione appare giallo, visto per trasparenza appare verde.

14. La riflessione nell'interno dei corpi, colla quale si spiega la loro colorazione, pare, a primo aspetto, in contraddizione colla teoria delle ondulazioni, secondo la quale un'ondulazione può solo riflettersi alla superfice di separazione di due mezzi, e non in uno stesso mezzo.

Ma la contraddizione svanisce se si osserva che ogni corpo si può otticamente considerare come un sistema di particelle di materia ponderabile separate dall'etere. Ora il moto ondulatorio che penetra nell'interno dei corpi deve anche riflettersi sulle molecole interne.

§ 74. Fluorescenza fosforescenza e calorescenza. — 1. *Fluorescenza. Certe sostanze colpite dai raggi luminosi splendono con luce che ordinariamente differisce da quella incidente e dal colore che esse presentano per la luce che diffondono.*

Questo fenomeno venne da Stokes (1852) denominato *fluorescenza*, dal nome dello spato fluore (fluoruro di calcio), che alla luce diffusa è trasparente od incolore come il vetro, ma riscaldato, ovvero esposto ai raggi solari presenta uno splendore azzurro violaceo.

2. Per osservare il fenomeno della fluorescenza serve assai bene il *vetro d'uranio*, che si chiama anche *vetro canarino*, perchè colorato in verde giallognolo dall'ossido di uranio.

Ora, se si fa entrare nella camera oscura un fascio di luce azzurra a traverso un vetro azzurro (di cobalto) o una soluzione di solfato di rame ammoniacale (che si ottiene mettendo alcune gocce d'ammoniaca liquida in una soluzione di solfato di rame) e con una lente si concentra tale luce azzurra su un cubo o altro pezzo di vetro di uranio, si vede che esso emette una luce verde.

Se poi si fa entrare in quel vetro un fascio conico di luce solare bianca, esso vi genera come una nebbia di color verde chiaro.

Nelle diverse varietà di spato fluore la luce di fluorescenza è azzurra.

3. In mancanza della luce solare si può accendere un nastrino di magnesio entro una lanterna con vetri di cobalto, e illuminare colla luce trasmessa da questi un pezzo di vetro d'uranio; mentre quella è di colore turchino cupo, il vetro d'uranio splende di luce giallo-verdastra.

4. Il fenomeno della fluorescenza si osserva pure con molti liquidi.

Così, se si mettono per breve tempo nell'acqua alcuni pezzetti di scorza verde di castagno d'India, il liquido prende una

debole colorazione bruna, dovuta ad una sostanza detta *esculina;* ma osservato da certi lati presenta uno splendore azzurro chiaro, il quale appare specialmente bene facendo cadere sul medesimo dall'alto, mediante una lente, un fascio di raggi solari convergenti in modo che il foco sia più o meno al disotto della superfice del liquido.

Nello stesso modo il petrolio impuro di color giallognolo presenta un' assai bella fluorescenza azzurra.

5. Simile fenomeno presenta la materia colorante verde delle foglie o clorofilla. La si ottiene per es., mettendo nell'etere foglie di pepe acquatico (polygonum hydropiper), di ortica, di edera, ecc.

Basta, per es., mettere in infusione nell'etere per un'ora foglie di pepe acquatico, quali si vendono dagli speziali, per ottenere una soluzione di clorofilla intensamente colorata in verde alla luce diffusa, e nella quale il cono luminoso è rosso.

Nella tintura gialla di curcuma esso è verde, e in quella azzurra di laccamuffa è aranciato sporco.

6. Se nella stessa maniera si esplora una soluzione di bisolfato di chinino, in un peso di acqua da 100 a 200 volte maggiore, e nella quale si sono aggiunte poche goccie di acido solforico, si osserva un magnifico cono luminoso di color celeste, il quale è più splendido alla superficie del liquido e diminuisce rapidamente di intensità discendendo.

Similmente si comporta una soluzione alcoolica di semi di *noce puzza* o *stramonio* (Datura Stramonium), solo che il cono è di color verde, mentre il liquido alla luce diffusa ha una colorazione giallo-bruna.

7. *Assorbimento dei raggi luminosi effettuato dalle sostanze fluorescenti.* — La luce solare che ha attraversato un recipiente contenente una soluzione di chinino e ha eccitato in questo il suo particolare splendore azzurro, ha perduto la proprietà di eccitare lo stesso fenomeno in un secondo recipiente contenente la stessa soluzione.

D'onde consegue, che *i raggi speciali* i quali eccitano la fluorescenza vengono assorbiti dalla sostanza che possiede tale proprietà.

8. *Azione dei diversi raggi dello spettro sulle sostanze fluorescenti.* — Per determinare quali sono i raggi che meglio eccitano la fluorescenza nelle diverse sostanze, conviene ottenere un puro spettro solare con un prisma e una lente di quarzo, perchè tale sostanza, come ha constatato Stokes, è più trasparente del vetro pei raggi ultra violetti, che meglio eccitano la fluorescenza. Tuttavia, in mancanza di un prisma e una lente

di quarzo, può anche servire un prisma e una lente di vetro ordinario.

Ora, collocando nelle diverse parti dello spettro un foglio di carta inzuppato di una soluzione di bisolfato di chinino, ovvero un recipiente a pareti di quarzo contenente la stessa soluzione, si constata che il rosso e tutti i colori seguenti, fino al violetto, sono inefficaci, solo nel violetto comincia il fenomeno e si estende al di là nell'ultra violetto.

Dunque, una soluzione di bisolfato di chinino rende visibili i raggi ultra violetti perchè questi eccitano nella medesima la fluorescenza, per la quale essa emette luce azzurra meno refrangibile e percettibile all'occhio.

Sul fondo azzurro chiaro di codesto spettro fluorescente si scorgono distintamente le linee oscure di Fraunhofer, e non solo quelle fra G e H, ma anche l'ultravioletto appare solcato da numerose linee nere.

Se si esplorano in tale maniera le diverse sostanze fluorescenti si osserva che la luce di fluorescenza è sempre più chiara in quelle parti dello spettro in cui si osservano le striscie di assorbimento nella luce da esse trasmessa. Ogni sostanza fluorescente viene eccitata più intensamente da quelle qualità di raggi che essa assorbe di più. Le sostanze incolore o quelle debolmente colorate in giallo, come una soluzione di chinino, l'esculina, il petrolio, ecc. che solo assorbono i raggi poco luminosi violetti e ultravioletti, e che perciò appaiono quasi incolore, divengono fluorescenti solo sotto l'influenza di tali raggi di massima refrangibilità.

9. Invece, la soluzione rosso corallina di *eosina*, la quale possiede la fluorescenza di color verde di pisello è eccitata più intensamente dai raggi verdi; la naftalina rossa dai verdi gialli; la clorofilla dai raggi rossi estremi; cioè in tutti questi casi, da quelle spece di raggi pel cui assorbimento viene generato il colore più vivo di quel corpo, e che si manifesta nello spettro di assorbimento per una striscia nera nel luogo corrispondente ai raggi assorbiti.

10. *Spettro di fluorescenza.* — Se si dirige lo spettroscopio sulla sostanza fluorescente, si riconosce che la luce di fluorescenza, anche quando la luce eccitante è omogenea, è sempre composta, e perciò si dice *di fluorescenza.* Per esempio, la luce azzurra di fluorescenza del chinino, la quale viene eccitata dalla luce semplice violetta estrema, osservata col prisma dà uno spettro che contiene rosso, aranciato, giallo, verde, azzurro e violetto, ma in tale proporzione, che la luce risultante dalla mescolanza delle dette luci è azzurra. Perciò lo spettro

della fluorescenza di una sostanza è così caratteristico, come lo spettro di assorbimento.

11. La parte più chiara di uno spettro di fluorescenza corrisponde ognora ad un colore meno refrangibile di quello che corrisponde al luogo più oscuro dello spettro di assorbimento, ossia la luce di fluorescenza è meno refrangibile di quella che la eccita. Per modo che si può dire che i corpi fluorescenti ci rendono visibili i raggi ultravioletti perchè ne diminuiscono i numeri di vibrazioni e quindi li rendono accessibili al nostro occhio.

In grazia della quale proprietà, l'uso delle sostanze fluorescenti presenta un secondo mezzo (il primo è la fotografia) di estendere l'analisi spettrale ai raggi ultravioletti.

Quindi la parte dello spettro situata al di là del violetto si dice anche *spettro di fluorescenza.*

12. Siccome la luce elettrica è molto ricca di raggi più refrangibili; perciò è molto atta ad eccitare la fluorescenza. Invece le fiamme delle candele, dell'olio o del petrolio, e anche del gas luce, che contengono specialmente i raggi meno refrangibili verdi, gialli e rossi, sono meno atte ad eccitare la fluorescenza; perciò il vetro verde d'uranio che nella luce solare diffusa e diretta splende vivamente, è poco splendente alla luce delle fiamme ordinarie.

13. Il dottor Geissler ha utilizzato la forte azione fluorescente della luce delle scariche elettriche nella preparazione dei suoi *tubi fluorescenti,* formati da vetri contenenti liquidi fluorescenti, i quali splendono vagamente per le scariche di un rocchetto o di una macchina elettrica d'induzione.

Egli prepara anche tubi fluorescenti ad aria rarefatta, i quali divengono luminosi strofinandoli esternamente con seta, ovvero scuotendo il mercurio in essi rinchiuso. In ambi i casi lo strofinio sviluppa elettricità, che scaricandosi determina una luce di fluorescenza.

Lo stesso avviene scuotendo il mercurio nel vuoto barometrico.

14. *Fosforescenza.* — La luce di fluorescenza è percettibile solo finchè la sostanza fluorescente è colpita dai raggi eccitatori, e sparisce tosto allo sparire di questi. Invece *si danno corpi i quali, come i fluorescenti, divengono luminosi per l'azione della luce, ma al cessare di questa, splendono ancora per qualche tempo nell'oscuro.* Questa proprietà, si dice *fosforescenza*, dallo splendore del fosforo nell'oscurità. La si manifesta specialmente nei solfuri di calcio, strontio, bario, i quali sono polveri bianche che si ottengono riscaldando fortemente i rispettivi ossidi (calce, strontiana, barite) con solfo. Basta esporre per

pochi secondi tali sostanze alla luce solare diretta, ovvero a quella del magnesio, per vederle poi splendere nell'oscurità.

Colle medesime sono costituite le materie coloranti luminose di Balmain, con cui si ottengono le placche luminose, e i quadranti luminosi degli orologi.

15. Becquerel, con un ingegnoso stromento da lui detto *fosforoscopio* ha dimostrato che quasi tutti i corpi, subìta l'azione della luce, acquistano la virtù di splendere nelle tenebre; se non che, per alcuni la fosforescenza è fugacissima, durando appena una piccolissima frazione di minuto secondo, $^1/_{3000}$, mentre altri danno luce per più di 36 ore. Lo stesso fisico ha dimostrato che i raggi più acconci a generare la fosforescenza sono i più rifrangibili, e specialmente quelli oscuri ultravioletti. I raggi fosforescenti poi sono meno rifrangibili di quelli che hanno prodotta la fosforescenza, ed il colore della luce fosforescente varia secondo la natura dei corpi.

16. Il più soventi la fosforescenza richiede che la sostanza sia stata esposta per qualche tempo ai raggi luminosi eccitatori. Ma Geissler prepara oggidì tubi fosforescenti, i quali splendono per lungo tempo anche dopo una esposizione momentanea alla luce diffusa del giorno.

17. *Calorescenza.* — Un globo di vetro contenente una soluzione di iodo nel solfuro di carbonio costituisce una lente opaca, ma diatermana, cioè che lascia passare i raggi calorifici oscuri. Ora se si fanno cadere questi su una lastrina di platino platinato, cioè coperta di uno strato di platino spugnoso, essa li assorbe per modo da divenire rovente, cosicchè emette poi raggi più refrangibili di quelli assorbiti.

Per l'analogia di tale fenomeno, con quello della fluorescenza, Tyndall lo ha denominato *calorescenza*.

§ 75. Cenno intorno alla doppia rifrazione. — 1. Quando la luce passa da un mezzo omogeneo in un altro che non lo sia, può avvenire che ad ogni raggio incidente corrispondano due raggi rifratti. Tale fenomeno si dice *doppia rifrazione*, ed il mezzo che lo produce si dice *birefrangente*.

Presentano, in generale, la doppia rifrazione, tutti i corpi cristallizzati in un sistema differente dal cubico; del resto possono acquistare tale proprietà anche questi, come pure i mezzi trasparenti non cristallizzati, come il vetro, quando la loro omogeneità venga alterata, o mediante ineguale riscaldamento delle loro parti, o mediante pressioni o trazioni non uniformemente distribuite.

2. Il corpo che serve meglio per lo studio della doppia rifrazione è il carbonato di calce cristallizzato, detto *spato*

d'Islanda (*). Esso si presenta in bei cristalli di forma romboedrica (fig. 183) le cui sei facce sono parallelogrammi aventi

Fig. 183.

due angoli opposti ottusi (di 101°, 53′) e due angoli opposti acuti (di 78°, 5′). Dalla intersezione di queste facce risultano poi i suoi otto angoli triedri, due dei quali sono formati da tre angoli piani ottusi. Esso è sfaldabile parallelamente ai 3 spigoli che concorrono in uno stesso angolo solido, e perciò si può considerare come composto di tanti piccoli romboedri (fig. 184) regolarmente disposti l'uno a fianco dell'altro, ossia il romboedro è la sua forma primitiva. La maggior parte dei campioni non ha gli spigoli di eguale lunghezza; ma si possono sfaldare finchè risulti un parallelepipedo cogli spigoli eguali, cioè colle facce rombe, od un romboedro.

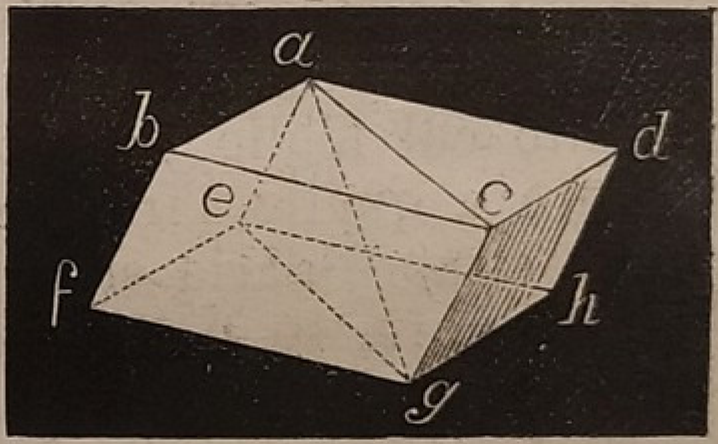


Fig. 184.

3. L'asse o retta *ag* (fig. 184) che congiunge i due angoli ottusi opposti dicesi dai mineralogi *asse cristallografico* e dai fisici *asse ottico*. Ora, precisamente nella direzione di quest'asse non avviene la doppia rifrazione, ma bensì nelle altre.

Si chiama poi *sezione principale* di uno spato una sezione piana che contiene l'asse ottico, ed è perpendicolare ad una sua faccia naturale od artificiale.

4. Il fenomeno della doppia rifrazione in questo cristallo si può osservare in due maniere, cioè per visione diretta e per *proiezione*.

(*) I mineralogi chiamano *spati* (dal tedesco *spalten*, fendere, spaccare) i minerali sfaldabili in una o più direzioni, come è appunto questo, detto spato d' Islanda, perchè i più bei campioni vengono da tale isola dell'Atlantico nord.

Nel *primo modo* si guarda un oggetto, per es., le lettere di uno stampato, attraverso il medesimo, in direzione differente dall'asse ottico, e si veggono le lettere doppie, come indica la fig. 183. Siccome i raggi emessi da ciascun punto luminoso si dividono in due, perciò la loro intensità è dimezzata, e nei punti in cui le due immagini si sovrappongono l'intensità è maggiore.

Per osservare il fenomeno *per proiezione* si riceve in una camera oscura un fascetto di raggi solari perpendicolarmente su una faccia del cristallo, e si veggono emergere da questo due fascetti paralleli, uno nella direzione dell'incidenza e l'altro obliquamente.

Se poi si fa passare un sottile fascetto di raggi solari per un prisma di tale sostanza, si ottengono due spettri.

5. *Raggio ordinario e raggio straordinario.* — Uno dei due raggi rifratti cui dà origine ciascun raggio incidente segue le leggi della rifrazione semplice e l'altro in generale non obbedisce a quelle leggi. Il primo si dice *raggio ordinario,* ed il secondo *raggio straordinario.*

Quando si osservano le lettere di uno stampato a traverso lo spato posato sul foglio di carta, l'immagine che appare rialzata è dovuta ai raggi straordinari. Se, tenendo lo spato in contatto col foglio, lo si fa rotare intorno alla visuale perpendicolare a quello, l'immagine ordinaria resta immobile, mentre quella straordinaria si rivolge attorno alla prima.

Così pure, se nella proiezione dei due fasci di luce solare (n° 4) si fa rotare lo spato, il fascio ordinario che emerge parallelamente a quello incidente non si muove, mentre l'altro, cioè lo straordinario, si rivolge attorno al primo.

6. *La deviazione del raggio straordinario dalle leggi della riflessione semplice è duplice,* perchè per quello: 1° non si mantiene costante, come pel raggio ordinario, il rapporto tra il seno dell'angolo d'incidenza e quello dell'angolo di rifrazione; 2° il piano di quest'ultimo angolo non coincide con quello del primo. Ma vi sono due casi da notare.

1° *Quando il piano d'incidenza contiene l'asse del cristallo,* ossia coincide con una sezione principale, il raggio straordinario giace nel piano d'incidenza assieme coll'ordinario, ma l'angolo di rifrazione non segue le leggi della rifrazione ordinaria.

2° *Quando il piano d'incidenza è perpendicolare all'asse ottico,* i raggi seguono ambidue le leggi della rifrazione ordinaria, ma con indici di rifrazione diversi.

In questo solo caso il raggio straordinario ha un proprio

indice di rifrazione, il quale è minore di quello del raggio ordinario.

Fresnel ha chiamato *negativi* i cristalli che, come lo spato d'Islanda, hanno l'indice straordinario minore dell'ordinario; *positivi* quelli per cui il detto indice è minore dell'altro, come avviene, per esempio, nel cristallo di rocca o quarzo.

7. *Cristalli ad uno o a due assi.* — Infine, i cristalli birefrangenti si distinguono in cristalli *ad un asse* o *monoassi*, e *a due assi*, o *biassi*, secondochè presentano una sola o due direzioni secondo le quali non avviene la doppia rifrazione. Per esempio, sono ad un asse il quarzo, lo spato d'Islanda, lo smeraldo, il zaffiro, la tormalina, mentre sono a due assi i cristalli di zuccaro, salnitro, ecc.

8. *La doppia rifrazione si spiega* per la differente velocità di propagazione della luce in differenti direzioni, la quale avviene per la diversa elasticità o densità dell' etere nelle medesime.

FINE DEL TERZO VOLUME.

INDICE

Prefazione . . . . Pag. v

PARTE PRIMA.

Acustica.

§ 1. Moto vibratorio dei corpi sonori . . . . » 1
§ 2. Propagazione del suono. Onde sonore . . . . » 2
§ 3. Nozioni più generali sul movimento ondulatorio . . . » 10
§ 4. Altezza dei suoni e unisono . . . . » 16
§ 5. Misura del numero delle vibrazioni . . . . » 21
§ 6. Limiti dei suoni percettibili dall'orecchio umano . . . » 24
§ 7. Tono e rumore . . . . » 25
§ 8. Scala musicale, intervalli e suoni armonici . . . . . » 26
§ 9. Diesis e bemolli . . . . » 35
§ 10. Scala naturale e scala temperata o cromatica . . . . » 39
§ 11. Interferenza delle onde . . . . » 41
§ 12. Corpi sonori . . . . » 44
§ 13. Vibrazioni trasversali delle corde . . . . » 45
§ 14. Vibrazioni trasversali delle verghe. Corista . . . . . » 52
§ 15. Vibrazioni trasversali delle piastre e delle membrane . . » 58
§ 16. Vibrazioni delle colonne aeree nei tubi sonori . . . . » 61
§ 17. Stromenti ad aria e organo vocale . . . . » 77
§ 18. Risonanza . . . . » 79
§ 19. Suoni semplici e composti; analisi de' suoni . . . . . » 84
§ 20. Tempera o metallo del suono . . . . » 87
§ 21. L'orecchio . . . . » 89
§ 22. Interferenza dei suoni. Battimenti . . . . » 92
§ 23. I suoni di combinazione o di Tartini . . . . » 97
§ 24. Consonanze e dissonanze . . . . » 98
§ 25. Velocità del suono . . . . » 100
§ 26. Riflessione del suono . . . . » 108
§ 27. Eco . . . . » 114
§ 28. Intensità del suono. Portavoce e cornetto acustico . . . » 116

PARTE SECONDA.

Ottica.

§ 29. Natura della luce . . . . » 120
§ 30. Sorgenti di luce . . . . » 124
§ 31. Propagazione della luce . . . . » 125
§ 32. Ombra e penombra . . . . » 127
§ 33. Camera oscura (Leonardo da Vinci, 1500) . . . . . . » 130

§ 34. Intensità della luce. Fotometri . . . . *Pag.* 133
§ 35. Velocità della luce . . . . » 137
§ 36. Riflessione della luce . . . . » 139
§ 37. Immagini date dagli specchi piani . . . . » 143
§ 38. Fochi degli specchi sferici concavi . . . . » 151
§ 39. Fochi degli specchi sferici convessi . . . . » 159
§ 40. Immagini degli oggetti negli specchi concavi . . . . . » 161
§ 41. Immagini degli specchi convessi . . . . » 167
§ 42. Aberrazione di sfericità per riflessione. Catacaustiche . . » 168
§ 43. Riflessione della luce sulle superfici scabre o Diffusione . » 171
§ 44. Rifrazione della luce . . . . » 172
§ 45. Fenomeni dipendenti dalla rifrazione . . . . » 183
§ 46. Angolo limite e riflessione totale . . . . » 185
§ 47. Rifrazione a traverso mezzi a faccie piane parallele . . » 190
§ 48. La rifrazione nei prismi . . . . » 193
§ 49. Fochi nelle lenti convergenti . . . . » 200
§ 50. Fochi nelle lenti divergenti. . . . . » 210
§ 51. Centro ottico e assi secondarii . . . . » 214
§ 52. Immagini date dalle lenti convergenti . . . . » 217
§ 53. Immagini date dalle lenti divergenti . . . . » 221
§ 54. Aberrazione di sfericità per rifrazione . . . . » 223
§ 55. Scomposizione della luce bianca. Spettro solare . . . . » 225
§ 56. Ricomposizione della luce bianca . . . . » 231
§ 57. Colori complementari. Teoria fisiologica dei colori . . . » 233
§ 58. Le linee oscure trasversali dello spettro solare o linee di Fraunhofer. Lunghezze e numeri di vibrazioni delle onde luminose . . . . » 237
§ 59. Misura degli indici di rifrazione. Dispersione . . . . » 240
§ 60. Spettro calorifico e chimico . . . . » 244
§ 61. Aberrazione di rifrangibilità od aberrazione cromatica delle lenti . . . . » 248
§ 62. Acromatismo dei prismi e delle lenti . . . . » 249
§ 63. L'occhio e la visione . . . . » 252
§ 64. Fenomeni ottici fisiologici o soggettivi . . . . » 268
§ 65. La camera oscura e la camera lucida . . . . » 275
§ 66. Le Dagherotipia e la Fotografia . . . . » 277
§ 67. Apparecchi di proiezione e luce ossidrica . . . . . . » 279
§ 68. Microscopi . . . . » 286
§ 69. I Cannocchiali . . . . » 295
§ 70. Telescopi . . . . » 301
§ 71. Spettroscopii e spettrometri . . . . » 303
§ 72. Analisi spettrale . . . . » 310
§ 73. Colori dei corpi per trasparenza e diffusione . . . . . » 321
§ 74. Fluorescenza, fosforescenza e calorescenza . . . . . . » 326
§ 75. Cenno intorno alla doppia rifrazione . . . . » 330

C.te Castelmoro
C.te Dalto